

Физика

Чивилёв Виктор Иванович

Кандидат физико-математических наук, доцент
кафедры общей физики Московского
физико-технического института (МФТИ).
Заслуженный работник высшей школы, заместитель
председателя научно-методического совета Заочной
физико-технической школы (ЗФТШ) при МФТИ, член
жюри Всероссийской олимпиады школьников по физике.



Теплоёмкость

В статье уточнены понятия теплоёмкости, удельной теплоёмкости, молярной теплоёмкости. Приведены примеры, показывающие, что теплоёмкость зависит от характера процесса и, в частности, может быть отрицательной. Разобраны задачи, связанные с термодинамическими процессами, для описания которых использовано понятие теплоёмкости.

1. Теплоёмкость тела

Понятие теплоёмкости связано с понятием количества теплоты. Напомним, что энергия, передаваемая телу окружающей средой (другим телом) без совершения работы, называется количеством теплоты. Процесс передачи энергии без совершения работы называется теплообменом.

Пусть при проведении определённого процесса с телом (термодинамической системой) ему сообщают в некоторый момент времени (точнее, в течение некоторого интервала времени) бесконечно малое количество теплоты ΔQ . Будем считать $\Delta Q > 0$, если тело получает теплоту, и $\Delta Q < 0$, если отдаёт теплоту. Температура тела при этом изменяется на величину ΔT . При повышении температуры $\Delta T > 0$, при понижении температуры $\Delta T < 0$.

Теплоёмкостью тела в данном процессе в некоторый момент времени называется величина

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}. \quad (1)$$



Из определения теплоёмкости не следует, что она должна оставаться постоянной в данном процессе. Теплоёмкость может изменяться в течение процесса. В этом нет ничего уди-

вительного, поскольку многие физические величины изменяются во времени (в течение процесса). Например, скорость автомобиля может изменяться при движении.

Ясно, что теплоёмкость одного и того же тела зависит от характера процесса, проводимого с телом, и может быть положительной, отрицательной, нулевой и даже бесконечной в зависимости от процесса. Приведём примеры. Пусть есть газ в цилиндре с поршнем (рис. 1). Осуществим с этим газом четыре различных процесса.

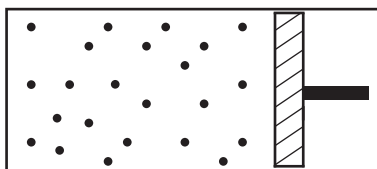


Рис. 1

Первый процесс. Будем подогревать газ, закрепив поршень. В таком процессе, когда объём газа постоянен, $\Delta Q > 0$ и $\Delta T > 0$. Следовательно, $C = \Delta Q / \Delta T > 0$. Теплоёмкость газа в этом процессе положительна.

Второй процесс. Сжимаем газ, передвигая поршень влево. Газ будет нагреваться, т.е. $\Delta T > 0$. Дадим возможность газу отдавать теплоту через стенки цилиндра окружающей среде так, чтобы температура газа все же повышалась (поместим цилиндр в более холодную среду). Тогда количество теплоты, сообщённое газу (полученное газом), $\Delta Q < 0$, и теплоёмкость газа в таком процессе отрицательна, так как ΔQ и ΔT противоположного знака.

Третий процесс. Процесс сжатия газа проведём адиабатически, заключив цилиндр в теплонепроницаемую оболочку и теплоизолировав поверхность поршня от газа. В таком процессе $\Delta Q = 0$, $\Delta T > 0$ и теплоёмкость газа равна нулю.

Четвёртый процесс. Будем сообщать газу теплоту, двигая при этом поршень вправо так, чтобы температура оставалась постоянной (изотермический процесс). Тогда $\Delta T = 0$ и $C = \infty$. Теплоёмкость газа в изотермическом процессе оказалась равной бесконечности.

Зависимость теплоёмкости от характера процесса проявляется у газов в большей степени, чем у жидких и твёрдых тел. Это связано с тем, что жидкие и твёрдые тела при внешних воздействиях изменяют свой объём значительно меньше, чем газы и, следовательно, совершают над окружающими телами значительно меньшую (по модулю) работу. Работа тела над окружающими телами зависит от характера процесса с телом и влияет на величину теплоёмкости в заданном процессе. Действительно, по первому закону термодинамики (закону сохранения энергии) количество теплоты, сообщаемое телу, идёт на изменение внутренней энергии тела и на совершение телом работы над окружающими телами. Например, у большинства реальных газов теплоёмкость (для некоторой массы газа) в процессе с постоянным давлением в 1,3-1,6 раза больше теплоёмкости в процессе с постоянным объёмом.



2. Удельная и молярная теплоёмкости

Теплоёмкость тела в некотором процессе зависит от массы тела. Например, теплоёмкость 3 кг азота, воды или железа в некотором процессе будет в 3 раза больше, чем теплоёмкость 1 кг соответствующего вещества в таком же процессе. Теплоёмкость тела не всегда удобна как величина, характеризующая процесс. Более удобной характеристикой процесса является теплоёмкость, отнесённая к единице массы или одному молю вещества, из которого состоит тело. Введём понятия удельной и молярной теплоёмкостей в данном процессе. Пусть m – масса тела, ν – число молей тела, ΔQ – бесконечно малое количество теплоты, сообщённое телу в заданном процессе в некоторый момент времени, ΔT – изменение температуры тела.

Удельная теплоёмкость – теплоёмкость единицы массы тела:

$$c_{\text{уд}} = \frac{Q}{m\Delta T}. \quad (2)$$

Молярная теплоёмкость – теплоёмкость одного моля тела:

$$c_{\mu} = \frac{\Delta Q}{\nu\Delta T}. \quad (3)$$

Естественно, что удельная и молярная теплоёмкости определены для заданного процесса в некоторый момент времени. Очевидно, что знаки удельной и молярной теплоёмкостей совпадают со знаком теплоёмкости тела в данном процессе. Отметим, что молярная теплоёмкость измеряется в тех же единицах, что и универсальная газовая постоянная

$$R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}).$$

Легко показать из (1), (2) и (3), что

$$C = mc_{\text{уд}} = \nu c_{\mu}; \quad c_{\mu} = \mu c_{\text{уд}}. \quad (4)$$

Если в течение процесса теплоёмкость остаётся постоянной, то фор-

мулы (1), (2) и (3) справедливы и для конечных ΔQ и ΔT . При этом количество теплоты, сообщённое телу (полученное телом), обозначают обычно через Q и соотношения (1), (2) и (3) переписывают в виде:

$$Q = C\Delta T, \quad Q = mc_{\text{уд}}\Delta T, \quad Q = \nu c_{\mu}\Delta T. \quad (5)$$

Приведём примеры на применение формул (4) и (5).

Пример 1. При проведении некоторого процесса с $m = 0,1$ кг азота молярная теплоёмкость оказалась постоянной: $c_{\mu} = 2R$. Температура азота повысилась на $\Delta T = 30$ К. Найти теплоёмкость и удельную теплоёмкость азота в этом процессе. Какое количество теплоты получил азот?

Решение. Молярная масса азота

$$\mu = 28 \frac{\text{г}}{\text{моль}} = 0,028 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

Удельная теплоёмкость в этом процессе

$$c_{\text{уд}} = \frac{c_{\mu}}{\mu} = \frac{2R}{\mu} \approx 594 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \approx 0,6 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Теплоёмкость

$$C = mc_{\text{уд}} \approx 59 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Азот получил количество теплоты

$$Q = C\Delta T \approx 1,8 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 1,8 \text{ кДж}.$$

Пример 2. При сжатии $m = 5$ г кислорода в цилиндре под поршнем в процессе с постоянной удельной теплоёмкостью

$$c_{\text{уд}} = 700 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

температура газа понизилась от $T_1 = 320$ К до $T_2 = 280$ К. Найти теплоёмкость и молярную теплоёмкость в этом процессе. Какое количество теплоты получил кислород?

Решение. Молярная масса кислорода $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Теплоём-

кость всего газа

$$C = mc_{уд} = 3,5 \text{ Дж/К.}$$

Молярная теплоёмкость

$$c_{\mu} = \mu c_{уд} = 22,4 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Кислород получил количество теплоты

$$Q = mc_{уд}(T_2 - T_1) = -140 \text{ Дж.}$$

Количество теплоты, полученное газом, оказалось отрицательным. Это означает, что газ отдал окружающим телам количество теплоты 140 Дж.

Пример 3. Сжимаемая $m = 10 \text{ г}$ гелия в цилиндре под поршнем, от газа отвели количество теплоты 100 Дж. Температура в процессе повысилась от $T_1 = 300 \text{ К}$ до $T_2 = 350 \text{ К}$. Найти теплоёмкость, удельную теплоёмкость и

молярную теплоёмкость, считая теплоёмкость постоянной в этом процессе.

Решение. У нас $m = 0,01 \text{ кг}$, $Q = -100 \text{ Дж}$, $\Delta T = T_2 - T_1 = 50 \text{ К}$. Молярная масса гелия

$$\mu = 4 \text{ г/моль} = 0,004 \text{ кг/моль},$$

число молей гелия $\nu = m/\mu$. Теплоёмкость всей массы гелия в этом процессе

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = -2 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Удельная теплоёмкость

$$c_{уд} = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{C}{m} = -200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Молярная теплоёмкость

$$c_{\mu} = \frac{Q}{\nu\Delta T} = \frac{Q}{(m/\mu)\Delta T} = \\ = \mu c_{уд} = -0,8 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

3. Теплоёмкость идеального газа и внутренняя энергия

Напомним, что молярная теплоёмкость любого одноатомного идеального газа в процессе с постоянным объёмом остаётся постоянной и равной

$$c_V = \frac{3}{2}R,$$

где R – универсальная газовая постоянная. Называют эту теплоёмкость кратко так: молярная теплоёмкость при постоянном объёме. Индекс μ в обозначении молярной теплоёмкости, если это не вызывает недоразумений, обычно не пишут. У двухатомного идеального газа и многоатомного идеального газа молярные теплоёмкости при постоянном объёме равны

$$c_V = \frac{5}{2}R \text{ и } c_V = 3R.$$

Из сказанного следует, что у всех одноатомных идеальных газов молярная теплоёмкость при постоянном объёме одна и та же. А вот удельные теплоёмкости при постоянном объёме одноатомных идеальных газов раз-

личаются, поскольку у них различные молярные массы. Например, гелий (He) и аргон (Ar), которые можно считать при не очень больших давлениях идеальными газами, имеют одинаковые молярные теплоёмкости при постоянном объёме, равные $3R/2$, и отличающиеся в 10 раз удельные теплоёмкости при постоянном объёме, так как их молярные массы отличаются в 10 раз. Аналогично, у всех двухатомных идеальных газов в процессе при постоянном объёме молярные теплоёмкости оказываются одинаковыми и равными $5R/2$, а удельные – разными. Такая же ситуация и с многоатомными идеальными газами. Теперь понятно, почему молярная теплоёмкость более удобна, чем удельная.

Есть ещё аргумент в пользу удобства молярной теплоёмкости. Изменение внутренней энергии идеального газа в любом процессе (а не только в процессе с постоянным объёмом)

можно находить по формуле

$$\Delta U = \nu c_V \Delta T.$$

Здесь ν – число молей газа, ΔT – изменение температуры, причём ΔT не обязательно мало. Изменение внутренней энергии идеального газа ΔU можно находить и через массу m газа и удельную теплоёмкость при постоянном объёме $c_{удV}$:

$$\Delta U = m c_{удV} \Delta T.$$

Последнюю формулу для ΔU легко получить из предыдущей, если учесть, что $c_V = \mu c_{удV}$ и $\nu = m/\mu$. Здесь μ – молярная масса газа, m – масса газа.

Выведем уравнение Роберта Майера

$$c_P = c_V + R,$$

связывающее молярные теплоёмкости при постоянном давлении c_P и

постоянном объёме c_V для любого идеального газа. Для этого проведём изобарический процесс с ν молями идеального газа. Пусть при проведении процесса при постоянном давлении P объём газа изменился на малую величину ΔV и температура газа изменилась на малую величину ΔT . Газ перешёл из состояния с параметрами P, V, T в состояние с параметрами $P, V + \Delta V, T + \Delta T$. По первому закону термодинамики

$$\nu c_P \Delta T = \nu c_V \Delta T + P \Delta V.$$

Запишем уравнения состояния газа

$$PV = \nu RT, P(V + \Delta V) = \nu R(T + \Delta T).$$

Вычтя из одного уравнения другое, получим

$$P \Delta V = \nu R \Delta T.$$

Таким образом,

$$\nu c_P \Delta T = \nu c_V \Delta T + \nu R \Delta T.$$

Отсюда $c_P = c_V + R$.

4. Задачи

Задача 1. Идеальный газ массой $m = 1$ кг находится под давлением $P = 1,5 \cdot 10^5$ Па. Газ нагрели, давая ему расширяться. Какова удельная теплоёмкость газа в этом процессе, если его температура повысилась на $\Delta T = 2$ К, а объём увеличился на $\Delta V = 0,002$ м³? Удельная теплоёмкость этого газа при постоянном объёме

$$c_{удV} = 700 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Предполагается, что изменения параметров газа в результате проведения процесса малы.

Решение. Удельная теплоёмкость в данном процессе $c_{уд} = \frac{\Delta Q}{m \Delta T}$. По первому закону термодинамики

$$\Delta Q = m c_{удV} \Delta T + P \Delta V.$$

Итак,

$$c_{уд} = c_{удV} + \frac{P \Delta V}{m \Delta T} = 850 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$



Задача 2. Удельные теплоёмкости при постоянном объёме и постоянном давлении некоторого идеального газа равны

$$c_{удV} = 650 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \quad c_{удP} = 910 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Найти молярную массу газа.

Решение. Запишем уравнение Майера для молярных теплоёмкостей при постоянных объёме и давлении:

$$c_P = c_V + R.$$

Разделим это уравнение на молярную массу μ :

$$\frac{c_P}{\mu} = \frac{c_V}{\mu} + \frac{R}{\mu}.$$

Поскольку c_P/μ и c_V/μ есть удельные теплоёмкости при постоянных давлении и объёме, то

$$c_{удP} = c_{удV} + \frac{R}{\mu}.$$

Отсюда

$$\mu = \frac{R}{c_{удP} - c_{удV}} \approx 0,032 \frac{\text{кг}}{\text{моль}} = 32 \frac{\text{г}}{\text{моль}}.$$

Задача 3. Два моля одноатомного идеального газа переводят изобарически из состояния 1 с температурой $T_1 = 300 \text{ К}$ в состояние 2 с температурой $T_2 = 340 \text{ К}$. Затем газ изохорически переводят в состояние 3 с температурой $T_3 = 310 \text{ К}$. Какое количество теплоты получил газ в процессе 1-2-3?

Решение. Для наглядности процесс в виде зависимости давления P от объёма V изображён на рис. 2.

У нас $\nu = 2$ моль, молярные теплоёмкости при постоянных объёме и давлении

$$c_V = \frac{3}{2}R, \quad c_P = c_V + R = \frac{5}{2}R.$$

В процессе 1-2 газ получил количество теплоты

$$Q_{12} = \nu c_P (T_2 - T_1).$$

В процессе 2-3 газ получил количество теплоты

$$Q_{23} = \nu c_V (T_3 - T_2).$$

Полученное газом количество теплоты за весь процесс

$$\begin{aligned} Q_{123} &= Q_{12} + Q_{23} = \\ &= \nu c_P (T_2 - T_1) + \nu c_V (T_3 - T_2) = \\ &= \frac{\nu R}{2} [5(T_2 - T_1) + 3(T_3 - T_2)] = 914 \text{ Дж}. \end{aligned}$$

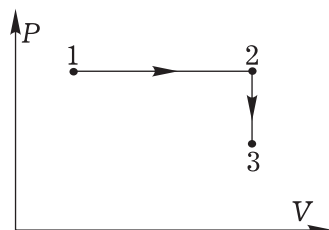


Рис. 2

Задача 4. При сжатии идеального одноатомного газа в процессе с постоянной теплоёмкостью ему сообщили количество теплоты $Q = 600 \text{ Дж}$ и совершили над газом работу $A = 400 \text{ Дж}$. Найти молярную теплоёмкость газа в этом процессе.

Решение. Пусть c – молярная теплоёмкость в процессе, ν – число молей газа, ΔT – изменение температуры, $c_V = 3R/2$ – молярная теплоёмкость при постоянном объёме. Изменение внутренней энергии газа равно $\nu c_V \Delta T$, газ совершил работу $(-A)$. Количество теплоты, полученное газом,

$$Q = \nu c \cdot \Delta T.$$

По первому закону термодинамики

$$Q = \nu c_V \Delta T + (-A).$$

Из записанных уравнений находим

$$c = \frac{Q}{Q + A} c_V = 0,9R \approx 7,5 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Задача 5. Три моля азота нагревают при постоянном давлении от температуры $T = 300 \text{ К}$. Какое количество теплоты сообщили газу, если его объём увеличился в 3 раза? Азот

считать идеальным газом.

Решение. У нас $\nu = 3$ моль, молярная теплоёмкость при постоянном объёме двухатомного газа азота $c_V = 5R/2$, молярная теплоёмкость при постоянном давлении

$$c_P = c_V + R = 7R/2.$$

Записав уравнения состояния газа для начального и конечного состояний, можно показать, что конечная температура

$$T_2 = 3T.$$

Газ получил количество теплоты

$$Q = \nu c_P (T_2 - T) = 7\nu RT \approx 52 \text{ кДж}.$$

Задача 6. Идеальный одноатомный газ расширяется с линейной зависимостью давления от объёма $P = \alpha V$, где $\alpha = \text{const}$. Найти молярную теплоёмкость газа в этом процессе.

Решение. Пусть имеем ν молей газа. Его молярная теплоёмкость при постоянном объёме $c_V = 3R/2$. Пусть в ходе процесса объём газа и его температура изменились на малые величины ΔV и ΔT . Это происходило при некоторых средних значениях объёма V , давления P и температуры T . По первому закону термодинамики

$$\nu c \cdot \Delta T = \nu c_V \cdot \Delta T + P \cdot \Delta V.$$

Здесь c – искомая теплоёмкость. Выразим $P \cdot \Delta V$ через ν и ΔT , используя уравнение состояния

$$PV = \nu RT$$

и уравнение процесса

$$P = \alpha V.$$

Из последних двух уравнений получаем уравнение процесса в переменных V и T :

$$\alpha V^2 = \nu RT.$$

В момент, когда объём и температура станут $V + \Delta V$ и $T + \Delta T$, имеем

$$\alpha(V + \Delta V)^2 = \nu R(T + \Delta T).$$

Вычтя из последнего равенства предпоследнее, получим

$$2\alpha V \cdot \Delta V + \alpha(\Delta V)^2 = \nu R \Delta T.$$

Пренебрегая $(\Delta V)^2$ по сравнению с $V \cdot \Delta V$, имеем

$$2\alpha V \Delta V = \nu R \Delta T.$$

Теперь находим

$$P \Delta V = \alpha V \cdot \Delta V = \frac{1}{2} \nu R \Delta T.$$



Уравнение для первого закона термодинамики принимает вид

$$\nu c \Delta T = \nu c_V \Delta T + \frac{1}{2} \nu R \Delta T.$$

$$\text{Отсюда } c = c_V + \frac{R}{2}.$$

С учётом выражения для c_V находим молярную теплоёмкость газа

$$c = 2R = 16,62 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Заметим, что теплоёмкость найдена в произвольный «момент» процесса и оказалась постоянной. Это означает, что теплоёмкость остаётся одинаковой в течение всего процесса, т.е. процесс идёт при постоянной теплоёмкости.