

Дружинин Борис Львович
В 1968 году окончил МИФИ. С 1978 по 2008 г. являлся научным сотрудником Института теоретической и экспериментальной физики. Автор более 50 научных публикаций и более 150 статей для школьников в различных изданиях. Награждён почётным знаком «Ветеран атомной энергетики».

На второй взгляд

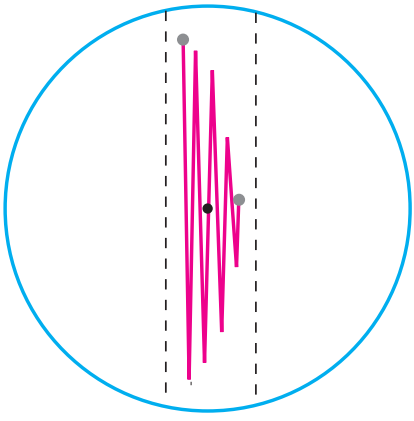
Существует поверье, что при возникновении проблемы верным оказывается именно первый вариант решения, основанный на интуиции. Здесь приводятся несколько задач, предложенных учащимся старших классов на развивающих занятиях. Для их решения важно было понять идею задачи, а вычисления, если и требовались, то совсем не сложные. На первый взгляд, всё получалось просто и очевидно. Но только на первый.

Задача 1. Буратино ищет нефть. Буратино в поисках нефти принялся бурить на Поле чудес скважину диаметром 10 м и так постарался, что пробурил всю Землю насквозь точно через её центр. Нефти не было, но Буратино заметил, что с той стороны скважины на него смотрит туземец и строит рожи. Естественно, он пустил в скважину камень. Что будет с камнем?

На первый взгляд, камень долетит до другого конца скважины, вернётся обратно, потом опять туда и опять обратно. И так до бесконечности. Это если не учитывать сопротивления воздуха. А если учитывать, то воздух будет, разумеется, тормозить камень, и, полетав туда-сюда, он успокоится в самом центре Земли.

Это справедливо, если скважину пробурить от полюса до полюса. Но мы-то знаем, что Поле чудес находилось в более тёплых краях. Посмотрим на движение камня в скважине. Мы будем наблюдать с Северного полюса, а скважину Буратино поместим на экватор.

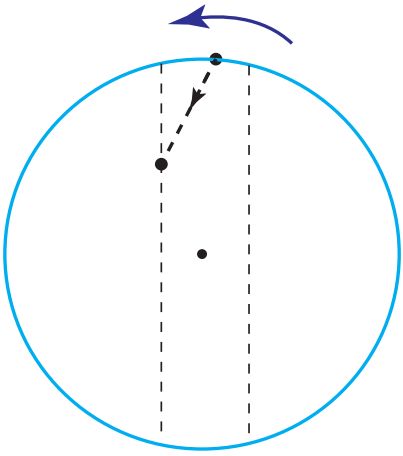
Опускаясь вниз, камень будет сохранять ту горизонтальную составляющую скорости, что была у него на поверхности, а вертикальная составляющая скорости у него будет меняться с ускорением g. Само ускорение будет с глубиной постепенно уменьшаться, но не это сейчас главное. А главное то, что горизонтальная составляющая скорости



стенок скважины также уменьшается с глубиной. Действительно, для всех точек угловая скорость вращения Земли ω одинакова, а по мере приближения к центру их линейная скорость уменьшается:

$$v = \omega \cdot r.$$

Из этого следует, что камень когда-нибудь догонит восточную стенку скважины и ударится об неё (см. рис.). (Масштаб, естественно, не соблюдается.)



Задача 2. Спорт на Луне. Будем считать, что на поверхности Луны притяжение в 6 раз меньше, чем на поверхности Земли: $g_л = g_з/6$. Спортсмен в зале на Земле прыгает вверх на высоту $H_з = 2$ м. Оцените высоту $H_л$, которую он может преодолеть точно в таком же зале на Луне?

На первый взгляд, ответ очевиден:

$$H_л = H_з \cdot 6 = 12 \text{ м}.$$

Но потом задумываешься, справедливо предполагая, что если всё так просто, то зачем вообще эта задача?

Техника прыжка в высоту у одного спортсмена лучше, у другого похуже, но всё равно выгодно отличается от техники неподготовленного человека. Вместе с тем самое время напомнить, что высокие спортсмены имеют преимущество перед низкорослыми в прыжках в высоту. Почему?

Чтобы перелететь через планку, надо, как минимум, поднять на эту высоту свой центр тяжести. Конечно, у высоких спортсменов и ноги длиннее, и сил побольше, но главное – у них центр тяжести расположен выше. Это значит, что при прочих равных условиях высокие спортсмены совершают меньшую работу при подъёме своего центра тяжести на определённую высоту, чем низенькие.

Будем для простоты считать, что центр тяжести прыгуна находится на высоте $h = 1$ м и что при перелёте через планку он практически задевает её. Чтобы совершить этот прыжок на Земле, спортсмен массы m затратит энергию

$$E_з = mg_з(H_з - h).$$

На Луне, чтобы совершить прыжок на высоту $H_л$, спортсмен должен затратить энергию

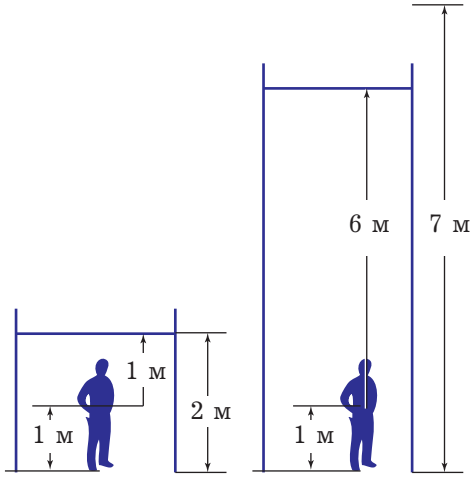
$$E_л = mg_л(H_л - h).$$

При одинаковых затратах энергии имеем равенство:

$$mg_з(H_з - h) = mg_л(H_л - h).$$

Теперь легко определить высоту, которую преодолеет спортсмен на Луне:

$$H_л = \frac{g_з}{g_л} \cdot (H_з - h) + h.$$



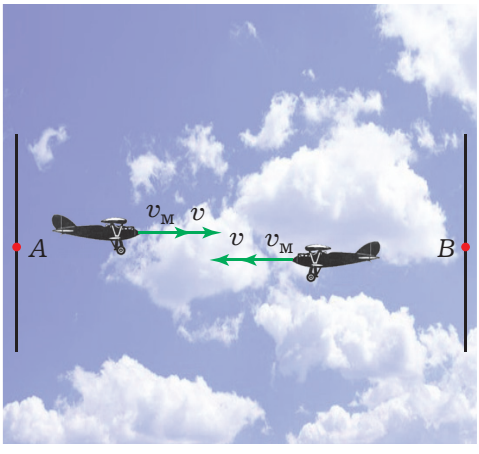
По условию задачи $g_л = g_з/6$. Следовательно, $H_л = 7$ м. Спортсмен, преодолевающий на Земле высоту 2 м, сможет на Луне преодолеть 7 м, что в 3,5 раза, а не в 6 раз больше, чем на Земле. (Конечно, это только оценка, а не точный результат.)

Задача 3. «Лунная» скорость пули. Когда на Земле биатлонист стреляет в мишень, пуля из винтовки вылетает со скоростью 300 м/с. С какой скоростью такая же пуля вылетит из этой же винтовки на Луне? Считаем, что на поверхности Луны притяжение в 6 раз меньше, чем на поверхности Земли.

На первый взгляд, надо умножить 300 на 3,5 (из предыдущей задачи) и получить ответ 1050 м/с. Увы, это неверно. Скорость вылета пули определяется только энергией, выделяющейся при горении пороха, и массой самой пули и не зависит от силы тяжести. От силы тяжести будет зависеть, к примеру, длительность или дальность полёта пули.

Скорость пули на Луне 300 м/с.

Задача 4. Модель самолёта. По правилам соревнований модель самолёта должна пролететь от точки A до точки B и обратно. Модель «Колибри» пролетела от A до B за время $t_{AB} = 8$ с, а от B до A за время $t_{BA} = 10$ с. Между точками A и B расстояние $L = 120$ м. Ветер дул строго от A к B. Определите скорость ветра v. Найдите скорость модели $v_м$ в отсутствие ветра (собственную скорость модели). С какой средней скоростью $v_{ср}$ передвигалась модель?



Сначала немного посчитаем. Пусть u_{AB} – скорость полёта модели от A к B, u_{BA} – скорость её полёта от B к A. Понятно, что

$$u_{AB} = v_м + v \text{ и } u_{BA} = v_м - v.$$

Отсюда

$$v_м = \frac{v_{AB} + v_{BA}}{2},$$

$$v = \frac{v_{AB} - v_{BA}}{2}.$$

Но

$$u_{AB} = \frac{L}{t_{AB}} = \frac{120\text{ м}}{8\text{ с}} = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

$$u_{BA} = \frac{L}{t_{BA}} = \frac{120\text{ м}}{10\text{ с}} = 12\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

На первый взгляд кажется, что если модель самолёта летела от A к B со скоростью 15 м/с, а от B к A – со скоростью 12 м/с, то средняя скорость полёта равна

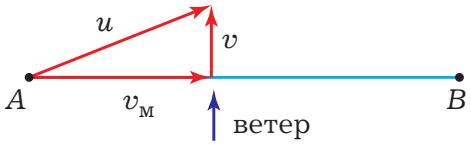
$$\frac{15\text{ м/с} + 12\text{ м/с}}{2} = 13{,}5\text{ м/с}.$$

Но это скорость полёта модели в отсутствие ветра – её собственная скорость $v_м$; соответственно, скорость ветра $v = 1{,}5$ м/с.

Средняя скорость определяется как отношение всего пройденного пути ко времени, за которое этот путь пройден:

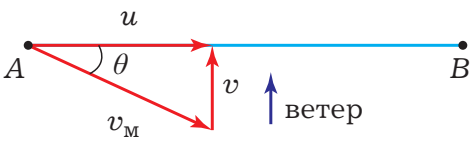
$$v_{ср} = \frac{2L}{t_{AB} + t_{BA}} = \frac{2 \cdot 120\text{ м}}{8\text{ с} + 10\text{ с}} \approx 13{,}3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Задача 5. Полёт «Икара». На соревнованиях модель самолёта должна пролететь от точки A до точки B расстояние $L = 120$ м. Собственная скорость (при полном отсутствии ветра) модели «Икар» $v_м = 12$ м/с, но ветер есть, он дует поперёк трассы со скоростью $v = 5$ м/с (см. рис.) За какое время t «Икар» долетит до B?



На первый взгляд, поперечный ветер никак не скажется на времени прохождения трассы, но это только на первый взгляд. Если модель в точке A направить строго в сторону B, то её снесёт поперечным ветром, и она пролетит мимо.

Чтобы этого не произошло, модель должна лететь с отклонением в сторону ветра, поэтому её скорость перемещения u по прямой AB окажется меньше собственной скорости $v_м$ (см. рис.)



Угол отклонения θ должен быть таким, чтобы $v_м \cdot \sin\theta = v$. Из рисунка следует, что «Икар» будет перемещаться вдоль прямой AB со скоростью $u = v_м \cdot \cos\theta$ или

$$u = \sqrt{v_м^2 - v^2} =$$

$$= \sqrt{144\ \frac{м^2}{с^2} - 25\ \frac{м^2}{с^2}} \approx 10{,}9\ \frac{м}{с}.$$

Отсюда следует, что расстояние $L = 120$ м «Икар» преодолеет за время

$$t = \frac{L}{u} = \frac{120\ м}{10{,}9\ \frac{м}{с}} \approx 11\ с.$$

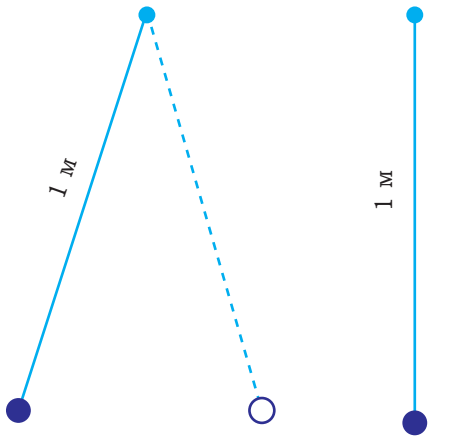
Задача 6. Маятник. (Его желательно продемонстрировать.) Математический маятник длиной $L = 1$ м висит неподвижно. Каков его период колебаний T?

На первый взгляд кажется, что раз маятник висит неподвижно, то его период колебаний $T = 0$. Действительно, если его продемонстрировать, например показать ключ, спокойно висящий на длинном шнурке, то очень многие уверенно ответят: «ноль». И будут глубоко неправы.

Период колебания маятника – это его характеристика, такая же, как масса – характеристика тела. Он равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}.$$

Амплитуда колебаний в эту формулу не входит, так что можно считать, что маятник колеблется с таким периодом и с нулевой амплитудой.



$T = 2$ сек $T = 2$ сек

Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор

Экология – это изучение усилий человечества по ухудшению жизни на Земле.

В. Кротов