



Лукьянов Андрей Александрович
Кандидат физико-математических наук,
доцент, сотрудник лаборатории МФТИ
по работе с одарёнными детьми.

Какие задачи по физике решают в олимпиадной школе при МФТИ с восьмиклассниками? Часть 2. Зачем строят графики движения

Статья рассказывает о пользе графиков движения. Зачем люди строят графики? Не лишняя ли это работа? Оказывается, кроме наглядности и информативности, графики позволяют осмысленно писать нужные уравнения и формулы.

Физики любят строить графики. Конечно, не только они. Просто физиков автор знает несколько лучше и знает, почему физики любят графики. Поэтому и разговор – о физике.

Физика – наука количественная. Ещё Галилей (1564–1642) отмечал, что Природа разговаривает с нами (людьми, её изучающими) на языке математики. Нравится нам это или нет, но, решая задачи, приходится писать какие-то формулы, решать уравнения.

К сожалению, иногда у школьников это превращается в не слишком осмысленную «игру» в буквы, в более или менее произвольное комбинирование случайными формулами.

Сегодня мы поговорим о пользе графиков движения – как они помогают решать задачи. Совсем без уравнений и формул нам, конечно, не обойтись. Но графики часто делают осмысленным написание уравнений и формул.

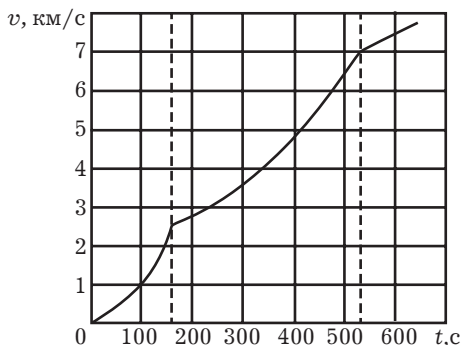


Рис. 1

Есть как минимум две причины любить графики. Первая – наглядность. (Вспоминается «лучше один раз увидеть...») Вторая причина – колоссальная информативность. Посмотрите на рис. 1. Это график зависимости скорости космической ракеты «Saturn-5», которая вывела на орбиту «Apollo-11» (доставивший 20 июля 1969 г. первых астронавтов на Луну [1]). Взглянув на рисунок, физик или инженер без труда скажет, что показаны примерно 10 минут полёта, что приблизительно через 160 секунд после старта отделилась первая ступень ракеты, после чего скорость нарастания скорости (ускорение) резко упала. Примерно через 530 секунд после старта отделилась вторая ступень ракеты и ускорение ракеты снова скачком уменьшилось. К исходу 10 минут полёта ракета имела скорость всего процентов на пять меньше первой космической скорости. На самом деле график на рис. 1 содержит значительно больше информации, чем слова, написанные выше. Физик и инженер предпочитают иметь перед глазами график рис. 1, а не эти слова.

Сегодня мы продолжим разговор о кусочно-равномерном движении, начатый в [2]. Предположение о равномерности движения на отдельных участках есть, разумеется, не более

чем приближение. Все понимают, что когда реальный автомобиль едет по реальному городу или между городами, его скорость в процессе движения всё время меняется (спидометр автомобиля будет в разные моменты времени показывать разные скорости). Автомобиль может на какое-то время даже останавливаться (например, на светофорах). Под постоянной за большой промежуток времени скоростью понимают среднюю скорость движения за этот промежуток.

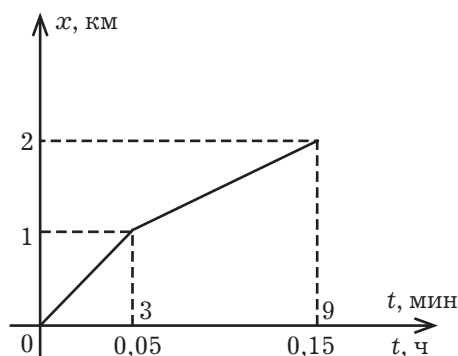


Рис. 2

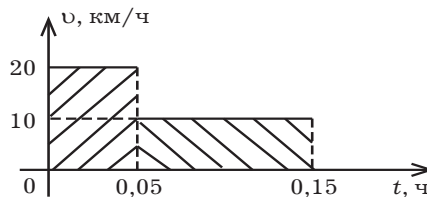


Рис. 3

На рис. 2, 3 показаны два графика: зависимость местоположения (координаты) велосипедиста от времени (рис. 2) и зависимость скорости движения велосипедиста от времени (рис. 3). При рассмотрении пренебрегли размерами велосипедиста по сравнению с расстояниями, которые он проезжал (велосипедист считался материальной точкой). Простоты ра-

ди считается, что велосипедист ехал по прямой, вдоль которой мысленно провели ось Ox , совместив нуль оси с «точкой», из которой выехал велосипедист в момент времени $t = 0$.

Что было до этого момента, нам не известно, поэтому область $t < 0$ лишь намечена. Обобщения на случай, когда велосипедист едет не по прямой, а, например, по замкнутому треку, не представляют принципиальных затруднений, но мы их здесь рассматривать не будем.

Графики на рис. 2 и 3 согласованы друг с другом. На обоих графиках показаны два участка движения велосипедиста. На первом участке (первые 3 минуты, или 0,05 часа) он ехал со скоростью $v_1 = (1\text{ км} - 0\text{ км}) / (0,05\text{ ч} - 0\text{ ч}) = 20\text{ км/ч}$, на втором участке велосипедист ехал с меньшей скоростью $v_2 = (2\text{ км} - 1\text{ км}) / (0,15\text{ ч} - 0,05\text{ ч}) = 10\text{ км/ч}$. Чем больше наклон прямой на графике зависимости координаты от времени, тем больше скорость.

Изменение x -координаты на всём первом участке составляет $\Delta x_1 = 1\text{ км}$ и равно заштрихованной площади на рис. 3:

$$S_1 = \Delta x_1 = v_1 \cdot \Delta t_1 = 20\text{ км/ч} \times 0,05\text{ ч}.$$

Аналогично для второго участка:

$$\Delta x_2 = 2\text{ км} - 1\text{ км} = 1\text{ км и}$$

$$S_2 = \Delta x_2 = v_2 \cdot \Delta t_2 =$$

$$= 10\text{ км/ч} \times (0,15\text{ ч} - 0,05\text{ ч}).$$

В момент времени $t = 3\text{ мин} = 0,05\text{ ч}$ происходит «скачкообразное» уменьшение скорости от значения $v_1 = 20\text{ км/ч}$ до значения $v_2 = 10\text{ км/ч}$. Здесь слово «скачкообразное» сознательно взято в кавычки. Разумеется, реально переключение скорости заняло 2–3 секунды, однако этот промежуток времени значительно меньше времён 3 мин или 6 мин, поэтому деталями перехода от одной скорости к другой в данном случае не интере-

совались. В дальнейшем мы будем опускать кавычки в слове «скачкообразный» (как это делается в большинстве книг и статей по физике).

Заметим, что в рассматриваемом примере приращение координаты велосипедиста равно пройденному им пути.

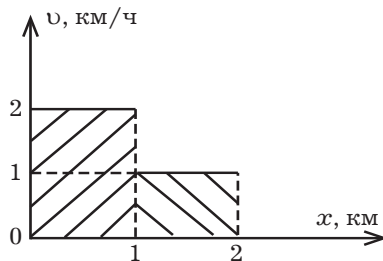


Рис. 4

Иногда бывает удобно рисовать зависимость скорости не от времени, а от координаты (от пройденного пути). На рис. 4 приведён такой график. Обратим внимание на то, что здесь площади под графиком, $S_1^* = v_1 \cdot \Delta x_1$ и $S_2^* = v_2 \cdot \Delta x_2$, не имеют простого физического смысла в отличие от графика рис. 3, где площади равнялись приращениям координаты

$S_1 = \Delta x_1 = v_1 \cdot \Delta t_1$, $S_2 = \Delta x_2 = v_2 \cdot \Delta t_2$, или пройденным путем.

На рис. 5, 6 показан другой случай движения велосипедиста, когда после первых трёх минут движения он разворачивается на 180° и едет назад со скоростью $v_2 = -10\text{ км/ч}$, так что $|v_2| = 10\text{ км/ч}$. К исходу девяти минут он возвращается в пункт, из которого выехал (точку $x = 0$). При этом приращение координаты Δx_1 на первом этапе равно, как и в предыдущем случае, $\Delta x_1 = 1\text{ км} - 0\text{ км} = 1\text{ км}$. На втором этапе приращение координаты $\Delta x_2 =$

$= 0 \text{ км} - 1 \text{ км} = -1 \text{ км}$ отрицательно, так что сумма приращений оказывается равной нулю: $\Delta x_1 + \Delta x_2 = 0$.

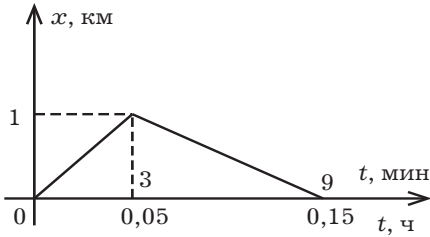


Рис. 5

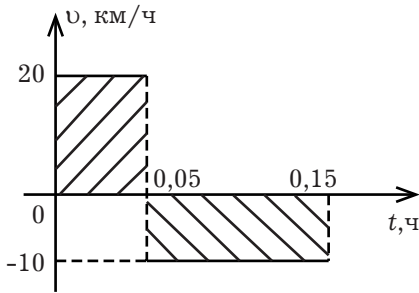


Рис. 6

Скажем ещё, что если бы мы интересовались не приращением координаты велосипедиста, а пройденным им путём, то график пути ничем не отличался бы от графика на рис. 2. Пройденный путь по определению – величина неотрицательная. Это относится ко всем этапам движения. В нашем случае пройденный путь на втором этапе $s_2 = |\Delta x_2|$ и равен заштрихованной площади на рис. 6 (площадь считаем по определению величиной неотрицательной). Полный путь, пройденный велосипедистом от начала до конца, как любая аддитивная величина (от англ. *add* – добавлять, прибавлять), равен

$$s = s_1 + s_2 = \Delta x_1 + |\Delta x_2| = 2 \text{ км}.$$

Важно научиться читать графики. Следующая задача как раз на это.

Задача 1. ([3], МГУ, 2005 г., 8–9 кл.) На длинном прямом шоссе автомобили движутся с постоянной скоростью V всюду, за исключением моста, на котором автомобили едут с другой, меньшей, но тоже постоянной скоростью v . На рис. 7 изображён график зависимости расстояний между двумя едущими друг за другом автомобилями от времени. Найдите скорости V и v , а также длину моста.

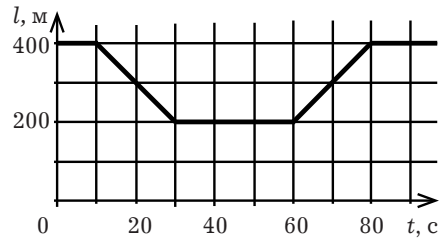


Рис. 7

Решение. Момент времени $t_1 = 10 \text{ с}$ (начало первого наклонного участка на графике рис. 7) соответствует моменту, когда первый автомобиль (обозначим его буквой А) подъехал к мосту, а второй (В) находится на расстоянии 400 м от моста (см. верхнюю часть рис. 8). Начиная с этого момента, автомобиль А едет с маленькой скоростью v , а автомобиль В продолжает двигаться с большой скоростью V . Расстояние между ними начинает уменьшаться. Так продолжается до момента времени $t_2 = 30 \text{ с}$ (начала «горизонтального» участка на графике рис. 7). В этот момент расстояние между автомобилями самое маленькое в процессе движения и равно 200 м (см. «второй этаж» рис. 8). Начиная с этого момента времени, оба автомобиля двигаются по мосту с маленькой скоростью v ,

и до момента времени $t_3 = 60$ с (окончания «горизонтального» участка на графике рис. 7) расстояние между автомобилями остаётся неизменным и равным 200 м (см. нижнюю часть рис. 8). В момент $t_3 = 60$ с автомобиль А съедет с моста на шоссе и начнёт двигаться с большой скоростью V , автомобиль В, всё ещё продолжая ехать по мосту, едет с маленькой скоростью v . Расстояние между автомобилями начинает увеличиваться. Так происходит до момента времени $t_4 = 80$ с, когда с моста на шоссе съедет и автомобиль В (на рис. 8 эта стадия движения не показана). После этого оба автомобиля едут с одинаковой (большой) скоростью V , а расстояние между ними остаётся неизменным.

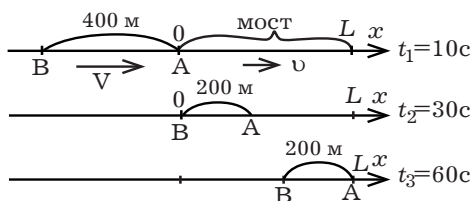


Рис. 8

Теперь запишем нужные формулы. Автомобиль В за время $\Delta t_1 = t_2 - t_1 = 20$ с доедет до моста, т.е. проедет расстояние 400 м. Значит, скорость вне моста равна

$$V = 400 \text{ м} / 20 \text{ с} = 20 \text{ м} / \text{с} = 72 \text{ км} / \text{ч}.$$

Итак, в момент времени $t_2 = 30$ с автомобиль В находится в начале моста. Из графика рис. 7 видно, что в этот момент автомобиль А находится от него на расстоянии 200 м. Это значит, что за время $\Delta t_1 = t_2 - t_1 = 20$ с автомобиль А проехал по мосту расстояние 200 м. Поэтому скорость движения машин по мосту равна

$$v = 200 \text{ м} / 20 \text{ с} = 10 \text{ м} / \text{с} = 36 \text{ км} / \text{ч}.$$

Длина моста L находится теперь из условия, что за промежуток времени $\Delta t_2 = t_3 - t_1 = 50$ с автомобиль А проедет весь мост от начала до конца; в итоге получаем

$$L = v \cdot \Delta t_2 = 500 \text{ м}.$$

Как видите, задача оказалась, можно сказать, без хитростей и ловушек, хотя она с олимпиады МГУ [3]. Важно было «прочитать» график.

Задача 2. ([3], МГУ, 1999 г., 8–9 кл.) На прямой дороге находятся велосипедист, мотоциклист и пешеход между ними. В начальный момент времени расстояние от пешехода до велосипедиста в 2 раза меньше, чем до мотоциклиста. Мотоциклист и велосипедист одновременно начинают двигаться навстречу друг другу со скоростями $V = 60$ км/ч и $v = 20$ км/ч соответственно. В какую сторону и с какой скоростью u должен в тот же момент начать двигаться пешеход, чтобы встретиться вместе с велосипедистом и мотоциклистом в месте их встречи?

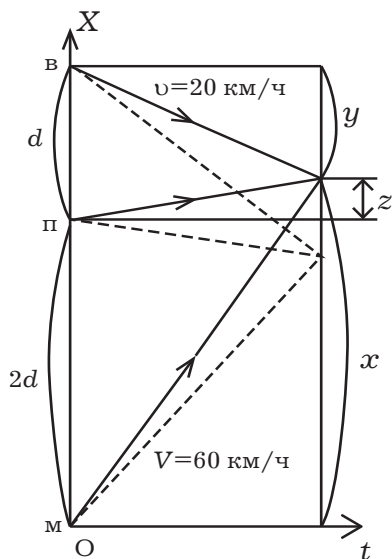


Рис. 9

Решение. Введём обозначения: d – начальное расстояние от пешехода до велосипедиста, $2d$ – начальное расстояние от пешехода до мотоциклиста, x – расстояние, которое проедет мотоциклист до встречи с велосипедистом, y – расстояние, которое проедет велосипедист до встречи с мотоциклистом (см. рис. 9). Два последних расстояния пропорциональны скоростям того и другого: $\frac{x}{y} = \frac{V}{v} = 3$, откуда получаем соотношение между расстояниями $x = 3y$. В сумме эти два расстояния равны $x + y = d + 2d = 3d$, или $4y = 3d$, т.е.

$$y = \frac{3}{4}d < d \quad \text{и} \quad x = \frac{9}{4}d > 2d.$$

Это означает, что велосипедист не доедет до того места, в котором в начальный момент находился пешеход, а мотоциклист переедет его. Ясно поэтому, что пешеход должен начать движение в сторону велосипедиста, чтобы состоялась одновременная встреча сразу всех трёх участников движения.

Пусть z – расстояние, которое пройдёт до этой встречи пешеход со скоростью u . Имеем очевидную пропорцию $\frac{u}{v} = \frac{z}{y}$, или

$$\frac{u}{v} = \frac{d - 3d/4}{3d/4} = \frac{1}{3},$$

поэтому

$$u = \frac{v}{3} = \frac{20}{3} \approx 6,7 \text{ км/ч.}$$

При других числах в задаче могло оказаться, что $y > d$ и $z < 2d$ (см. штриховые линии на рис. 9).

Задача 3. (МФТИ, [4].) Две автомашины выехали одновременно из одного пункта в одном и том же направлении. Одна машина едет со скоростью 40 км/ч, другая – 50 км/ч. Спустя полчаса из того же пункта в том же

направлении выехала третья машина, которая обогнала первую машину на 1,5 часа раньше, чем вторую. Найти скорость третьей машины.

Решение. Зависимости координат машин от времени даются следующими формулами. Для первых двух машин $x_1(t) = v_1 t$ и $x_2(t) = v_2 t$, где $v_1 = 40$ км/ч, $v_2 = 50$ км/ч (считаем, что машины стартуют из точки $x = 0$). Для третьей машины, стартовавшей из той же точки в момент времени $t_3 = 0,5$ ч, уравнение движения имеет вид $x_3(t) = v_3(t - t_3)$. Графики всех трёх зависимостей – прямые линии (рис. 10). Для третьей прямой в момент времени $t = t_3$, разумеется, $x_3(t_3) = 0$.

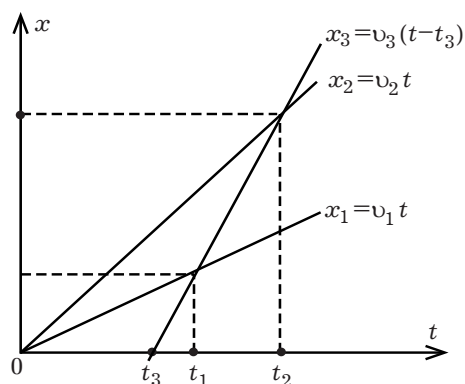


Рис. 10

В некоторый момент времени $t = t_1$ третья машина догонит первую – в этот момент x -координаты обеих машин совпадут друг с другом, что даёт первое уравнение

$$v_1 t_1 = v_3(t_1 - t_3). \quad (1)$$

В некоторый следующий момент времени $t = t_2$ третья машина догонит вторую – в этот момент совпадут друг с другом x -координаты этих машин, что даёт ещё одно уравнение

$$v_2 t_2 = v_3(t_2 - t_3). \quad (2)$$

Уравнения (1)–(2) удобно переписать в виде

$$\begin{cases} (\nu_3 - \nu_1)t_1 = \nu_3 t_3, & (1') \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\nu_3 - \nu_2)t_2 = \nu_3 t_3. & (2') \end{cases}$$

Чтобы «сконструировать» разность времён $\Delta t = t_2 - t_1$ (именно эта разность дана в условии задачи; она равна 1,5 ч), удобно уравнения (1')–(2') записать ещё чуть иначе

$$\begin{cases} t_1 = \frac{\nu_3 t_3}{\nu_3 - \nu_1}, & (1'') \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_2 = \frac{\nu_3 t_3}{\nu_3 - \nu_2} & (2'') \end{cases}$$

и вычесть из второго уравнения первое. В результате приходим к уравнению

$$\left(\frac{1}{\nu_3 - \nu_1} - \frac{1}{\nu_3 - \nu_2} \right) \nu_3 t_3 = \Delta t,$$

а это и есть уравнение для определения скорости третьей машины

$$\left(\frac{1}{\nu_3 - 50} - \frac{1}{\nu_3 - 40} \right) \frac{\nu_3}{2} = \frac{3}{2}. \quad (3)$$

Это уравнение сводится к квадратному

$$3\nu_3^2 - 280\nu_3 + 6000 = 0.$$

Последнее уравнение имеет два корня $\nu_{3,1} = 60$ км/ч и $\nu_{3,2} = \frac{100}{3} \approx 33 < 40$ км/ч. Второй корень не подходит, так как с такой скоростью третья машина не догнала бы две первые.

Разумеется, эту задачу можно было решать и не апеллируя к графику. К моменту старта третьей машины первая уедет от места старта машин на расстояние $\nu_1 t_3$, а вторая машина – на расстояние $\nu_2 t_3$, где $t_3 = 0,5$ ч, $\nu_1 = 40$ км/ч, $\nu_2 = 50$ км/ч. Третья машина догонит первую через время $t_1 = \frac{\nu_1 t_3}{\nu_3 - \nu_1}$, а вторую ма-

шину – через время $t_2 = \frac{\nu_2 t_3}{\nu_3 - \nu_2}$. Раз-

ность этих времён – известная по условию задачи величина $\Delta t = t_2 - t_1 = 1,5$ ч. В результате приходим к уравнению

$$\left(\frac{\nu_2}{\nu_3 - \nu_2} - \frac{\nu_1}{\nu_3 - \nu_1} \right) t_3 = \Delta t,$$

или в числах

$$\left(\frac{50}{\nu_3 - 50} - \frac{40}{\nu_3 - 40} \right) \frac{1}{2} = \frac{3}{2}. \quad (3^*)$$

Кажется, что последнее уравнение не совпадает с уравнением (3). На самом деле, это то же самое уравнение. Убедитесь в этом самостоятельно.

Мы начали с решения, основанного на пересечении графиков движения, не случайно. Это весьма часто используемый приём в решении многих задач.

Задача 4. [5,6] За одним начальником, живущим на государственной даче, по утрам приезжала с работы машина и отвозила его в учреждение в определённое время. Однажды этот начальник, решив прогуляться, вышел за 1 ч до приезда машины и пошёл ей навстречу. По дороге он встретил машину и прибыл в учреждение за 20 мин до начала рабочего дня. Сколько времени продолжалась прогулка?

Решение. На рис. 11 и 12 показаны графики движения автомобиля и начальника в двух случаях: а) начальник выходит из дома до того, как машина выезжает из гаража (рис. 11), и б) раньше из гаража выезжает машина (рис. 12). Решения в обоих случаях совпадают и немедленно следуют из рисунков:

$$\begin{aligned} z \equiv t_{\text{прогулки}} &= t_1 - \frac{\tau}{2} \\ &= 60 \text{ мин} - \frac{20 \text{ мин}}{2} = 50 \text{ мин.} \end{aligned}$$

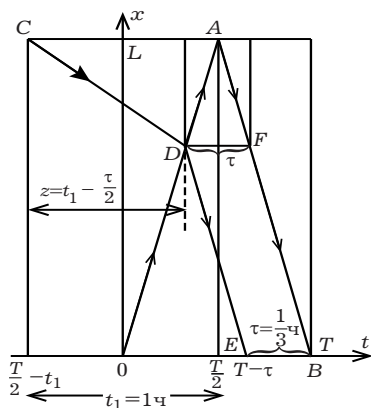


Рис. 11

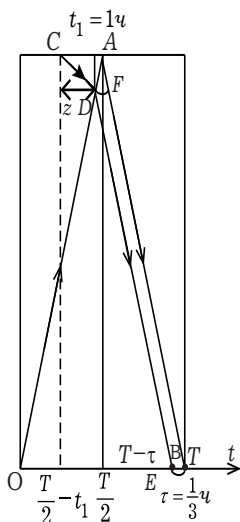


Рис. 12

Поясним «немедленное следование решения из графиков». Если бы начальник дождался машину дома, то график движения машины представлял бы собой ломаную OAB : машина бы за время $T/2$ проехала путь L от учреждения ($x = 0$) до дачи начальника (график – прямая OA) и возвратилась бы с начальником, пройдя за такое же время такой же путь L в обратном

направлении (график второго этапа движения – прямая AB). Существенно, что треугольник OAB равнобедренный: углы наклона прямых равны друг другу, так как машина двигалась в обоих направлениях с равными по модулю скоростями.

Пусть теперь начальник вышел на час раньше ($t_1 = 1$ ч) момента времени $t = T/2$, когда за ним обычно прибывала машина, т.е. вышел в момент времени $t = T/2 - t_1$. Длина отрезка CA равна $t_1 = 1$ ч. График движения начальника до встречи с машиной – прямая CD . В точке D два графика движения (начальника и машины) пересекаются: начальник и машина встречаются на дороге. Далее начальник едет на машине: машина разворачивается и движется в сторону учреждения (график движения – прямая DE). Координаты $x = 0$ (места работы) они достигнут не как обычно в момент времени T , а на время $\tau = 20$ мин $= 1/3$ ч раньше, т.е. в момент времени $T - \tau$.

На рисунке кроме равнобедренного треугольника OAB равнобедренным будет и подобный ему треугольник DAF . Время прогулки начальника, очевидно, равно длине отрезка CA ($t_1 = 1$ ч) минус половина основания треугольника DAF , т.е. минус $\tau/2$. Это и даёт ответ задачи.

В нашем случае график существенно помог. Понадобились к тому же некие свойства треугольников. Равенство наклонов прямых (равенство скоростей машины туда и обратно) привело нас к равнобедренности треугольников. Понадобился ещё и тот факт, что перпендикуляр, опущенный на основание равнобедренного треугольника DAF , делит основание пополам (всё основание было τ , а половина его – $\tau/2$). Все эти аргументы важны. Учащиеся редко при-

дают им значение, считая, что из рисунка и так всё видно. Рисунок может ввести и в заблуждение. Чистую «пятерку» за решение без настоящей аргументации не получишь.

Задача 5. Из пункта А в пункт Б выезжает автомобиль, а из пункта Б в пункт А одновременно с ним выезжает велосипедист. Их первая встреча произошла на расстоянии $x_1 = 8$ км от А и $y_1 = 2$ км от Б (рис. 13). После встречи каждый из них продолжает движение с прежней скоростью. Прибыв в Б, автомобиль разворачивается и едет обратно в А; велосипедист, развернувшись в А, едет обратно в Б. Такие развороты они делают несколько раз. На каком расстоянии от Б произойдут их вторая и третья встречи?

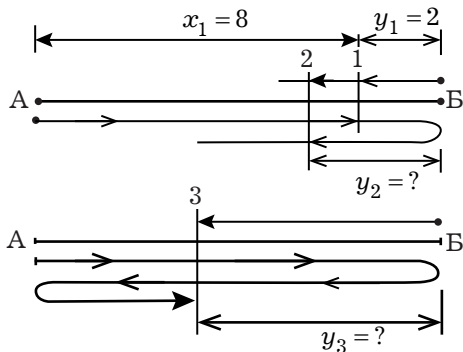


Рис. 13

Решение. Отношение скоростей, очевидно, равно $V/v = 8/2 = 4$. Далее выпишем формулы, которые получаются как прочтение рис. 14 с учётом соотношения между скоростями автомобиля и велосипедиста:

$$\begin{aligned} x_1 + y_1 + y_2 &= \frac{V}{v} y_2 = 4y_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 8 + 2 &= 3y_2 \Rightarrow y_2 = 10/3 \approx 3,3 \text{ км;} \\ 3(x_1 + y_1) - y_3 &= \frac{V}{v} y_3 = 4y_3 \Rightarrow \\ \Rightarrow 30 &= 5y_3 \Rightarrow y_3 = 6 \text{ км.} \end{aligned}$$

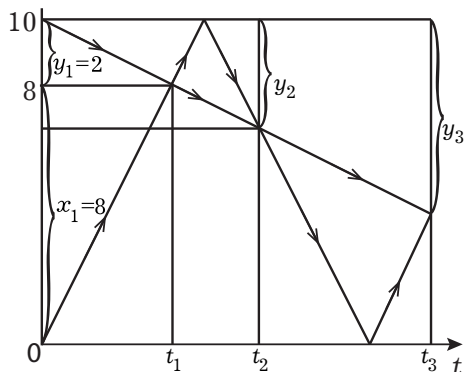


Рис. 14

Задача 6. Два приятеля должны как можно быстрее добраться из одного посёлка в другой. За сколько времени им удастся это сделать, если у них один велосипед на двоих? Скорость езды каждого из приятелей на велосипеде 20 км/ч, скорость ходьбы 6 км/ч, расстояние между посёлками 40 км. Ехать вдвоём на велосипеде нельзя. Задание считается выполненным, если в другой пункт попадут оба приятеля.

Решение. Если на велосипеде будет ехать только один (а другой идти), то он, конечно, быстро доедет до посёлка (за $(40 \text{ км})/(20 \text{ км/ч}) = 2$ ч). Зато второй будет до посёлка добираться долго ($(40 \text{ км})/(6 \text{ км/ч}) \approx 6,7$ ч). По условию, однако, требуется, чтобы в минимальное время до посёлка добрались оба. Поэтому стратегия приятелей должна быть другой: сначала один из них едет на велосипеде некое расстояние l (а другой идёт шагом), затем слезает с велосипеда и продолжает путь до посёлка пешком. Второй же из приятелей доходит до велосипеда, садится на него и в посёлок прибывает уже на велосипеде. Если первый приятель слишком поздно слезет с велосипеда, то второй слишком малый путь проедет на велосипеде (большую же его часть пути пройдёт

пешком), поэтому, хоть и потратит на весь путь менее 6,7 часа, но не намного. Будем мысленно уменьшать l . При этом будет расти время движения первого из приятелей (который сначала ехал на велосипеде), а время второго будет уменьшаться.

На рис. 15 показано, что если велосипедом воспользуется лишь один из приятелей, то время, за которое в другой посёлок доберутся оба, будет заведомо не маленьким, так как общее время определяется по времени прибывшего последним, т.е. t_2 .

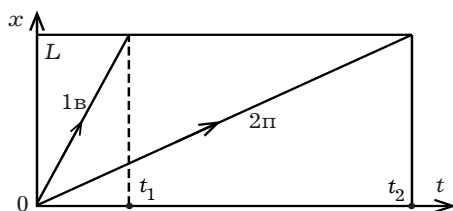


Рис. 15

Если один из приятелей проедет на велосипеде слишком большое расстояние l , то другой слишком большое расстояние пройдёт пешком с маленькой скоростью. Его время прибытия t_2 в конечный пункт снова окажется большим (рис. 16).

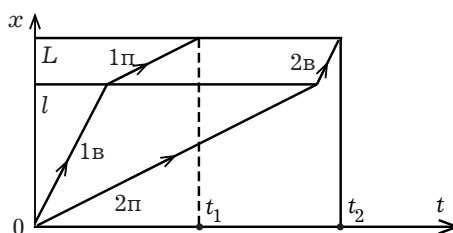


Рис. 16

Минимум времени, за которое оба доберутся до посёлка, определяется из условия, что оба приятеля придут в посёлок одновременно: $t_1 = t_2$ (рис. 17).

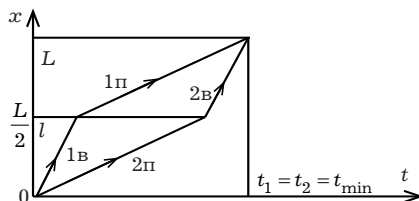


Рис. 17

Если поехавший первым на велосипеде слишком рано оставит велосипед, то он слишком большой путь пройдёт пешком. Именно он придёт в конечный пункт последним. А время выполнения задания будет фиксироваться теперь по нему (рис. 18).

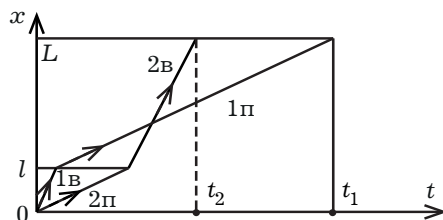


Рис. 18

Если коротко: время прибытия приятелей в конечный пункт определяется большим из двух времён; чтобы большее из времён было минимальным, оно не должно быть больше второго времени. Если второе время станет меньше первого, то время движения будет фиксироваться именно по первому (большему) времени. Из равенства времён $t_1 = t_2 = t_{\min}$ получаем уравнение

$$t_1 = \frac{l}{20} + \frac{40-l}{6} = t_2 = \frac{l}{6} + \frac{40-l}{20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{40-2l}{6} = \frac{40-2l}{20}.$$

Последнее равенство возможно, лишь если $l = 40/2 \text{ км} = 20 \text{ км}$, т.е. полпути каждый из приятелей должен ехать на велосипеде, а полпути идти пешком. Найдём искомое время:

$$\frac{20}{20} + \frac{40-20}{6} = 4\frac{1}{3} \text{ ч, или } 4 \text{ ч } 20 \text{ мин.}$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Решить задачу 2 для скоростей $V = 60$ км/ч и $v = 40$ км/ч (мировой рекорд скорости для шоссейного велосипеда – примерно 50 км/ч). Решить эту же задачу для пары скоростей $V = 60$ км/ч и $v = 30$ км/ч.

2. Из пункта А в пункт Б выезжает автомобиль, а из пункта Б в пункт А одновременно с ним выезжает автобус. Их первая встреча произошла на расстоянии $x_1 = 6$ км от А и $y_1 = 4$ км от Б. После встречи каждый из них продолжает движение с прежней скоростью. Прибыв в Б, автомобиль разворачивается и едет обратно в А; автобус, развернувшись в А, едет обратно в Б. На каком расстоянии от Б произойдёт их вторая встреча?

3. За одним начальником, живущим на государственной даче, по утрам приезжала с работы машина и отвозила его в учреждение к определённом времени. Однажды начальник решил прогуляться перед работой и вышел из дома навстречу машине в момент, когда ему позвонили и сказали, что машина за ним только что выслана. Через полчаса после этого он повстречал ма-

шину и добрался до работы уже на машине, причём на 3 минуты раньше обычного.

а) Сколько всего времени в пути был начальник?

б) Найти отношение скоростей машины и начальника, когда он идёт пешком.

4. Отец и сын должны как можно быстрее добраться от одного посёлка до другого, находящегося на расстоянии 45 км от первого. За какое время они смогут это сделать, если в их распоряжении один велосипед, на котором может ехать только один человек? Отец едет на велосипеде со скоростью 25 км/ч, бежит со скоростью 10 км/ч, соответствующие скорости для сына 12,5 км/ч и 5 км/ч.

5. Три туриста, имеющие в своём распоряжении два велосипеда, должны в кратчайший срок попасть на базу. За какое время им всем удастся это сделать, если скорость езды каждого из туристов на велосипеде 16 км/ч, а скорость быстрой ходьбы 8 км/ч, расстояние до базы 48 км?

Список литературы

1. Алешкевич В. А., Деденко Л. Г., Караваева В. А. Механика. / Под ред. В. А. Алешкевича. – М.: Академия, 2004. (Университетский курс общей физики.)
2. Лукьянов А. А. Какие задачи по физике решают в олимпиадной школе при МФТИ? Часть 1. Кинематика равномерного и кусочно-равномерного движения // Потенциал, 2018, № 4.
3. Варламов С. Д. и др. Задачи Московских городских олимпиад по физике. 1986–2005. / Под ред. М. В. Семенова. – М.: МЦНМО, 2006.
4. Лидский В. Б. и др. Задачи по элементарной математике. – М.: Наука, 1970.
5. Буховцев Б. Б., Кривченков В. Д., Мякишев Г. Я., Шальнов В. П. Сборник задач по элементарной физике. – 3-е изд. – М.: Наука, 1968. – 440 с.
6. Гусев И. Е. Лучшие советские задачи по физике, математике, астрономии. – М.: Издательство АСТ, 2018.