



Майер Роберт Валерьевич

Доктор педагогических наук, профессор кафедры информационных технологий в ГОУ ВПО Глазовского государственного педагогического института им. В.Г. Короленко. Имеет почётное звание «Заслуженный деятель науки Удмуртской Республики».

Компьютерное моделирование автоволновых процессов

В статье рассмотрена проблема моделирования автоволновых процессов на компьютере. Предложена компьютерная программа на языке Borland Pascal 7.0, которая позволяет промоделировать целый ряд явлений, происходящих в двумерных активных средах: возникновение одиночных и спиральных автоволн, дифракция, аннигиляция, синхронизация автоволн и т. д.

Представьте себе, что Вы встали на поле и поджигаете траву. Пока температура ниже порогового значения, трава не загорается. При достижении температу-

ры воспламенения трава начинает гореть, выделяя при этом дым. Если дыма много, то процесс горения замедляется, а на некоторых участках прекращается вообще. Когда дым рассеивается, трава снова приобретает способность воспламеняться. В результате образуется фронт огня, который бежит по полю. При этом говорят, что возникла автоволна, — один из результатов самоорганизации в термодинамически активных неравновесных системах. Это самоподдерживающийся волновой процесс, существующий в нелинейных средах, содержащих распределённые источники энергии. Период, длина волны, скорость распространения, амплитуда и другие характеристики автоволны определяются исключительно локальными свойствами среды. Кроме движения фронта горения к автоволновым процессам относятся колебательные химические реакции



в активных средах (реакция Белоусова–Жаботинского), распространение импульса возбуждения по нервному волокну, волны химической сигнализации в колониях некоторых микроорганизмов, автоволны в сегнетоэлектрических и полупроводниковых плёнках, популяционные автоволны, распространение эпидемий и генов, автоволна последовательного падения фишек домино и некоторые другие явления.

Рассмотрим двумерную активную среду, состоящую из элементов, каждый из которых может находиться в трёх различных состояниях: покое, возбуждении и рефрактерности. При отсутствии внешнего воздействия элемент находится в состоянии покоя. В результате воздействия, когда концентрация активатора достигнет порогового значения, элемент переходит в возбуждённое состояние, приобретая способность возбуждать соседние элементы. Через некоторое время после возбуждения элемент переключается в состояние рефрактерности, находясь в котором, он не может быть возбуждён. Затем элемент сам возвращается в исходное состояние покоя, снова приобретая способность переходить в возбуждённое состояние. Попробуем промоделировать процессы, происходящие в двумерной активной среде при различных параметрах среды и начальном распределении возбуждённых элементов.

Будем использовать обобщённую модель Винера–Розенблюта. Мысленно разобьём экран компьютера на элементы, определяемые индексами i, j (номер столбца и номер строки) и образующие двумерную сетку. Пусть состояние каждого элемента описывается фазой $y_{i,j}^t$ и концентрацией

активатора $u_{i,j}^t$, где t – дискретный момент времени. Если элемент находится в покое, то будем считать, что $y_{i,j}^t = 0$. Если вследствие близости возбуждённых элементов концентрация активатора $u_{i,j}^t$ достигает порогового значения h , то элемент возбуждается и переходит в состояние 1. Затем на следующем шаге он автоматически переключается в состояние 2, после этого – в состояние 3 и т. д., оставаясь при этом возбуждённым. Достигнув состояния r , элемент переходит в состояние рефрактерности. Через s ($s > r$) шагов после возбуждения элемент возвращается в состояние покоя. При этом реализуется следующее правило:

$$y_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} y_{i,j}^t + 1, & \text{если } 0 < y_{i,j}^t < s, \\ 0, & \text{если } y_{i,j}^t = s, \\ 0, & \text{если } y_{i,j}^t = 0, \quad u_{i,j}^t < h, \\ 1, & \text{если } y_{i,j}^t = 0, \quad u_{i,j}^t \geq h. \end{cases}$$

Будем считать, что при переходе из состояния s в состояние покоя 0 концентрация активатора становится равной 0. При наличии соседнего элемента, находящегося в возбуждённом состоянии, она увеличивается на 1. Если l ближайших соседей возбуждены, то на соответствующем шаге к предыдущему значению концентрации активатора прибавляется число возбуждённых соседей: $u_{i,j}^{t+1} = u_{i,j}^t + l$. Можно ограничиться учётом восьми соседних элементов.

Для моделирования автоволновых процессов в активной среде необходимо составить цикл по времени, в котором вычисляются фазы элементов среды в последующие моменты времени и концентрация активатора, стира-



ется предыдущее распределение возбуждённых элементов и строится новое. Алгоритм состоит в следующем.

1. Задают число элементов активной среды, её параметры s, r, h , начальное распределение возбуждённых элементов.

2. Начало цикла по t . Дают приращение по времени: переменной t при-

сваивают значение $t+1$.

3. Перебирают все элементы активной среды, определяя их фазы $y_{i,j}^{t+1}$ и концентрацию активатора $u_{i,j}^{t+1}$ в момент $t+1$.

4. Очищают экран и строят возбуждённые элементы активной среды.

5. Переход к операции 2. Если цикл по t закончился, то выход из него.

Ниже представлена программа, моделирующая активную среду и происходящие в ней процессы. В программе заданы начальные значения фазы $y_{i,j}^t$ всех элементов активной среды, а также имеется цикл по времени, в котором рассчитываются значения $y_{i,j}^{t+1}$ в следующий момент $t+1$ и осуществляется графический вывод результатов на экран. Параметры среды $r=6, s=13, h=5$, то есть каждый элемент, кроме состояния покоя, может находиться в 6 возбуждённых состояниях и 7 состояниях рефрактерности. Пороговое значение концентрации активатора равно 5.

```
Uses dos, crt, graph; {Borland Pascal 7.0}
Const N = 110; M = 90; s = 13; r = 6; h = 5;
Var y, yy, u : array [1..N, 1..M] of integer;
    ii, jj, j, k, Gd, Gm : integer; i : Longint;
Label met;

BEGIN
  Gd := Detect; InitGraph(Gd, Gm, 'c:\bp\bgi');
  setcolor(8); setbkcolor(15);
  (* y[50, 50] := 1; { Одиночная волна } *)
  For j := 1 to 45 do { Однорукавная волна }
    For i := 1 to 13 do
      y[40 + i, j] := i;
  (* For j := 1 to M do { Двухрукавная волна }
    For i := 1 to 13 do begin
      y[40 + i, j] := i;
      If j > 40 then y[40 + i, j] := 14 - i;
    end; *)
  Repeat
    k := k + 1
```

```

If k = round(k / 20) * 20 then y[30, 30] := 1; {Осциллятор 1}
(* If k = round(k/30) * 30 then y[20, 50] := 1; {Осциллятор 2}
For i := 2 to N - 1 do For j := 2 to M - 1 do begin
  If (y[i, j] > 0) and (y[i, j] < s) then begin
    yy[i, j] := y[i, j] + 1;
  end;
  If y[i, j] = s then begin
    yy[i, j] := 0; u[i, j] := 0;
  end;
  If y[i, j] <> 0 then goto met;
  For ii := i - 1 to i + 1 do begin
    For jj := j - 1 to j + 1 do begin
      If (y[ii, jj] > 0) and (y[ii, jj] <= r)
        then u[i, j] := u[i, j] + 1;
      If u[i, j] >= h
        then yy[i, j] := 1;
    end;
  end;
  met:
end;
Delay(2000);
cleardevice;
For i := 21 to 70 do begin
  yy[i, 60] := 0; yy[i, 61] := 0; {Препятствие}
  circle(6 * i - 10, 500 - 6 * 60, 3);
  circle(6 * i - 10, 500 - 6 * 61, 3);
end;
For i := 1 to N do For j := 1 to M do begin
  y[i, j] := yy[i, j];
  setcolor(12);
  If (y[i, j] >= 1) and (y[i, j] <= r)
    then circle(6 * i - 10, 500 - 6 * j, 3);
  setcolor(8);
  If (y[i, j] > 6) and (y[i, j] <= s)
    then circle(6 * i - 10, 500 - 6 * j, 2);
end;
Until KeyPressed;
CloseGraph;
END.

```

Приведённая программа позволяет выполнить следующие задания.

Задание 1. Получите одиночную волну возбуждения. Для этого следует один из элементов среды перевести в возбуждённое состояние. Это осуществляется с помощью оператора **y[50, 50] := 1;**

Задание 2. Про моделируйте серию автоволн. Для этого необходимо, чтобы один из элементов совершал периодические колебания, то есть через заданное число шагов авто-

матически переходил в возбуждённое состояние. Такой элемент называется осциллятором. Для получения серии автоволн следует активизировать строку с пометкой «Осциллятор 1»:

```

If k = round(k/20) * 20 then
y[30, 30] := 1;

```

При этом, когда параметр цикла *k* будет кратен 20, соответствующий элемент перейдёт в возбуждённое состояние 1 и испустит волну.

Задание 3. Получите однорукавную спиральную автоволну, возникающую на краях фронта (рис. 1.1). Для этого необходимо в блоке начальных условий задать плоскую волну, фронт которой обрывается в середине экрана, что осуществляется с помощью операторов:

```
For j := 1 to 45 do For i := 1 to 13 do y[40 + i, j] := i;
```

Задание 4. Получите двурукую спиральную автоволну (рис. 1.2). Для этого необходимо задать начальные условия следующим образом:

```
For j := 1 to M do
  For i := 1 to 13 do begin
    y[40 + i, j] := i;
    If j > 40 then y[40 + i, j] := 14 - i;
  end;
```

Задание 5. Исследуйте эффект синхронизации, состоящий в том, что при наличии двух или более источников автоволн высокочастотные источники подавляют низкочастотные. В результате наступает синхронизация элементов среды: колебания происходят с частотой,



равной частоте высокочастотного источника. Чтобы пронаблюдать это

явление на экране компьютера, следует промоделировать два осциллятора, работающих на разных частотах (активизировать операторы с пометками «Осциллятор 1» и «Осциллятор 2»). Из рис. 2.1 видно, что левый осциллятор, частота колебаний которого в два раза больше частоты правого, вытесняет автоволны, вырабатываемые правым источником.

Задание 6. Промоделируйте взаимодействие спиральных автоволн с автоволнами, вырабатываемыми осциллятором, колеблющимся с низкой частотой. Результат приведён на рис. 2.2.

Задание 7. Исследуйте дифракцию автоволн. Для этого необходимо создать волну, на пути которой расположено препятствие, состоящее из невозбуждающихся элементов, расположенных вдоль прямой и всегда находящихся в состоянии 0 (рис. 3). Достаточно активизировать цикл, в котором обнуляются соответствующие значения фазы и рисуется препятствие:

```
For i := 21 to 70 do begin
  yy[i, 60] := 0; yy[i, 61] := 0;
  circle(6 * i - 10, 500 - 6 * 60, 3)
  circle(6 * i - 10, 500 - 6 * 61, 3)
end;
```

Задание 8. Изучите распространение автоволн в двумерной среде, содержащей два параллельно расположенных экрана. Пронаблюдайте аннигиляцию автоволн, распространяющихся навстречу друг другу.

Задание 9. Исследуйте распространение и аннигиляцию одиночного импульса в одномерной активной среде.

Задание 10. Изучите распространение автоволн в одномерной активной среде при наличии осциллятора.

Задание 11. Изучите распространение одиночного импульса в одномерной активной среде, последний элемент которой контактирует с первым.

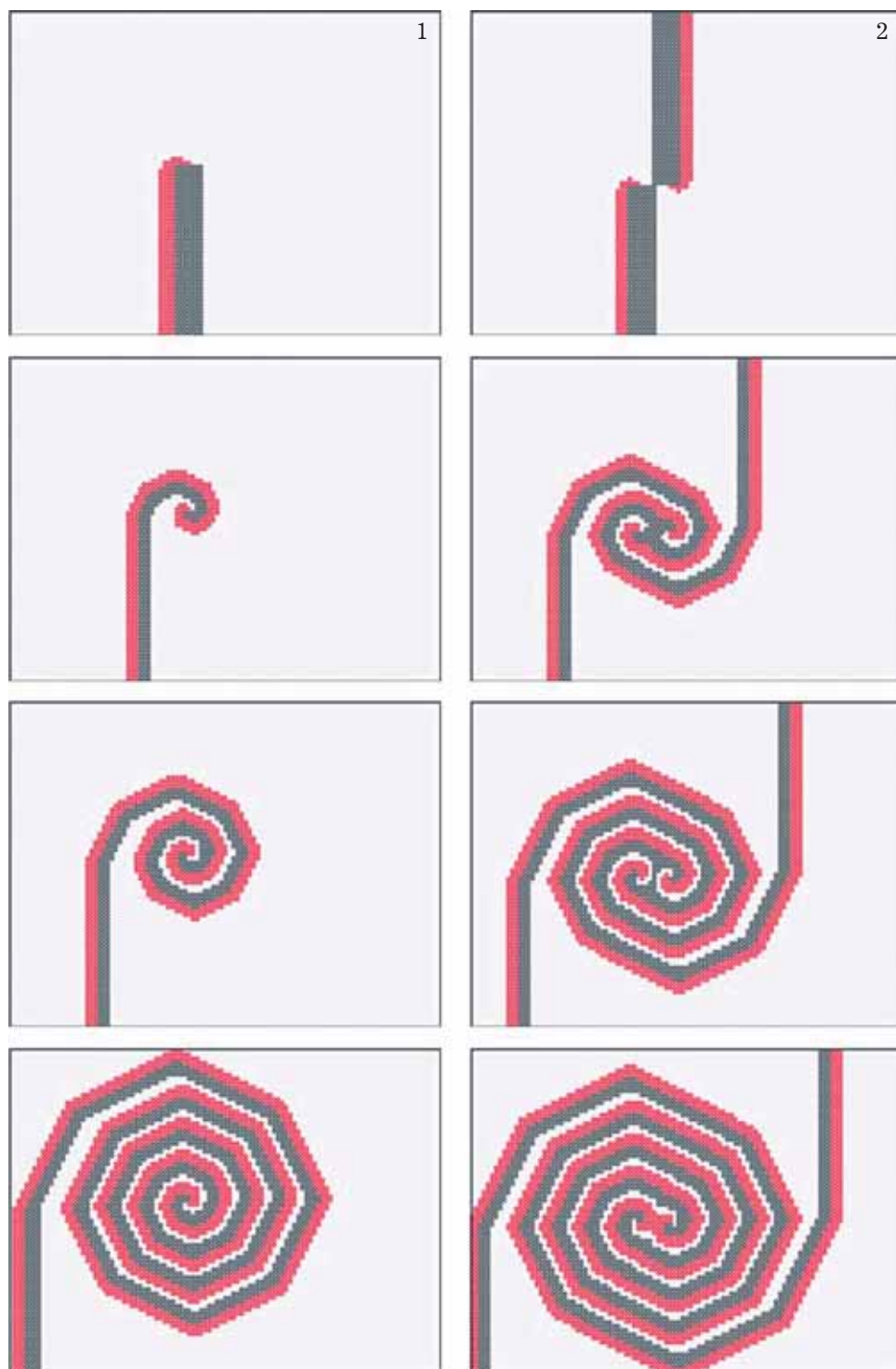


Рис. 1

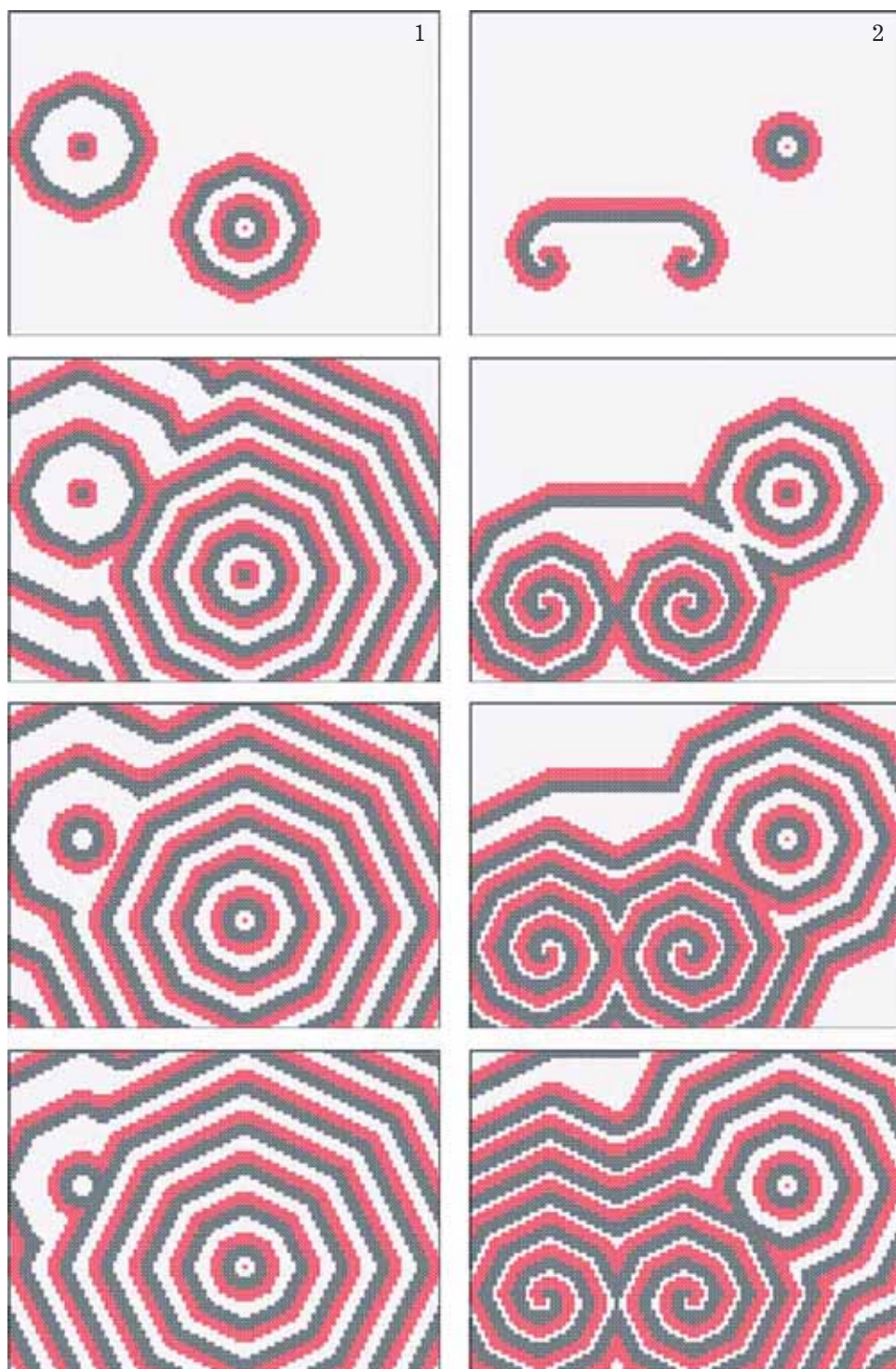


Рис. 2

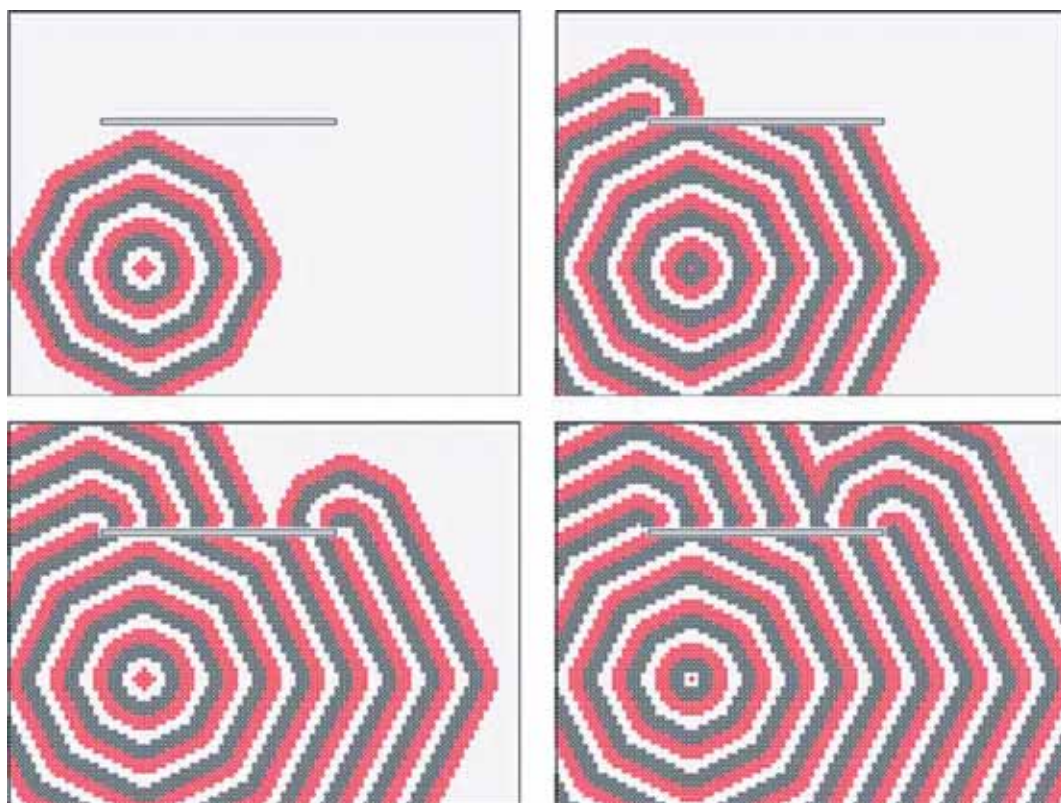


Рис. 3

Рассмотренная компьютерная модель автоволновых процессов позволяет исследовать основные свойства автоволн. Одним из важнейших преимуществ разработанной компьютерной программы является её простота. Вычислительные эксперимен-

ты, демонстрирующие возникновение, распространение, аннигиляцию, дифракцию автоволн, зарождение спиральных автоволн различных типов, служат убедительными примерами самоорганизации материи при изучении вопросов синергетики.

Список литературы

1. Васильев В.А., Романовский Ю.М., Яхно В.Г. Автоволновые процессы. – М.: Наука, 1987. – 240 с.
2. Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику: От маятника до турбулентности и хаоса. – М.: Наука, 1988. – 368 с.
3. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Введение в синергетику: Учеб. руководство. – М.: Наука, 1990. – 272 с.
4. Шелепин Л.А. Вдали от равновесия. – М.: Знание, 1987. – 64 с.