

Златопольский Дмитрий Михайлович
Кандидат технических наук, доцент кафедры информатики и прикладной математики Московского городского педагогического университета.

Двоично-десятичное кодирование

Многие читатели слышали о смешанных системах счисления, но в большинстве случаев их знания ограничиваются коротким определением из учебника. В данной статье автор приводит пример такой системы и описывает её особенности и преимущества.

В случаях, когда цифровое устройство часто обменивается информацией с человеком в привычной для него десятичной системе счисления (например, в калькуляторах[1], счётчиках, устройствах ввода-вывода, цифровых приборах), для внутреннего представления десятичных чисел используют двоично-десятичный код. Основным преимуществом этого кода является быстрый перевод в него из десятичной системы и обратно.

Способов двоично-десятичного кодирования существует несколько. Один из них – код, который называют «8421+3», или «код с избытком 3». При таком кодировании каждая десятичная цифра представляется как 4-разрядное двоичное число $b = a + 0011$, где a – представление цифры в обычной двоичной системе (табл. 1).

Таблица 1

Десятичная цифра	Код	Десятичная цифра	Код
0	0011	9	1100
1	0100	8	1011
2	0101	7	1010
3	0110	6	1001
4	0111	5	1000

Примечание. Расположение десятичных цифр в третьем столбце будет объяснено ниже.

Например, десятичное число 19 205 463 в двоично-десятичном коде имеет вид:

0100	1100	0101	0011	1000	0111	1001	0110
1	9	2	0	5	4	6	3

[1]Например, такое кодирование применяется в настоящее время в отечественных калькуляторах «Электроника МК-152», «Электроника МК-152М» и «Электроника МК-161», выпускаемых Новосибирской фирмой «СЕМИКО», в калькуляторах фирмы Texas Instruments и др.



Сразу же может возникнуть вопрос – а зачем нужно кодировать числа так, как представлено в табл. 1, почему нельзя каждую цифру десятичного числа заменять соответствующим 4-разрядным двоичным числом (так же, как и для двоичного представления шестнадцатеричных чисел, но комбинации бóльшие 9, не использовать: 0 – 0000, 1 – 0001, ..., 9 – 1001)? В принципе, такой способ возможен (он называется кодом «8421»). Но он обладает существенным недостатком, связанным со следующим.

Дело в том, что при двоично-десятичном представлении чисел при их сложении происходит сложение двух тетрад[1], соответствующих десятичным цифрам каждого слагаемого. При этом требуется коррекция отдельных сумм, получаемых в каждой паре тетрад, связанная с возможным переносом единицы в старший разряд. Для кода «8421» такая коррекция достаточно сложна. Указанный недостаток ликвидируется при использовании кода с избытком 3.

Чтобы подтвердить это, обсудим особенности сложения в коде «8421+3». Подробно рассмотрим особенности выполнения операции поразрядного сложения десятичных цифр, представленных в этом коде, по правилам двоичной арифметики на нескольких примерах.

Сначала проанализируем варианты, при которых переноса из тетрады нет (см. табл. 2).

Таблица 2

Первое слагаемое	2	0101		3	0110		7	1010
Второе слагаемое	3	0110		5	1000		2	0101
Предварительный результат		1011			1110			1111

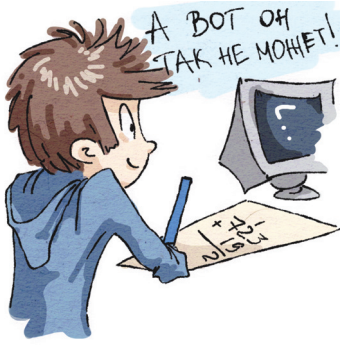
Проанализируем результаты, полученные в таблице. В десятичной системе 2 + 3 = 5, а у нас получилось $1011_2 = 11_{10}$, то есть на 6 больше. Аналогичная разница получается и в двух других вариантах, то есть результат формируется «с избытком 6». Поэтому потребуется коррекция тетрады предварительной суммы – удаление из тетрады лишней тройки (0011). Примеры коррекции приведены в табл. 3.

Таблица 3

Первое слагаемое	2	0101		3	0110		7	1010
Второе слагаемое	3	0110		5	1000		2	0101
Предварительный результат		1011			1110			1111
Преобразование к коду «8421+3»		– 1011 0011 1000			– 1110 0011 1011			– 1111 0011 1100
Десятичный эквивалент		5			8			9

[1]Тетрада – группа из четырёх двоичных цифр, которой кодируется отдельная десятичная цифра.

Вычитание числа 3 можно заменить сложением с дополнением до 16, то есть с числом $13_{10} = 1101_2$. Обязательно возникающий при этом перенос не передаётся в следующую тетраду («потеря» переноса равносильна потере 16, т. е. при коррекции: +13 − 16 = −3). С учётом этого нижняя часть табл. 3 для трёх рассмотренных случаев сложения примет вид:



Предварительный результат	1011		1110		1111
Коррекция	+ 1011 1101 1000		+ 1110 1101 1011		+ 1111 1101 1100
Десятичный эквивалент	5		8		9

Теперь обсудим варианты, при которых перенос из тетрады происходит. Ниже представлена таблица 4, в которой разобран один из вариантов.

Таблица 4

Первое слагаемое	8	1011		4	0111		9	1100
Второе слагаемое	2	0101		7	1010		9	1100
Предварительный результат		10000			10001			11000

Так как крайняя слева единица переносится в следующий разряд, то можно сказать, что из тетрады удаляется 16 (вес переноса), а десятичный вес переноса в следующий разряд – 10. Поэтому перенос единицы «уносит» из тетрады 6, что нужно учесть при коррекции. Но, как и ранее, сложение двух тетрад «с избытком 3» приводит к получению суммы «с избытком 6», поэтому вместо добавления шестёрки достаточно добавить тройку.

В разряде, куда был сделан перенос, результат (окончательный), будет равен 1. Можно также считать, что в этом разряде предварительный результат будет равен

```
  0011   (был ноль)
+    1   (добавлена 1)
------
  0100,
```

который затем должен быть откорректирован:

```
  0100
+ 1101
------
 0001.
```

Итак, коррекции при сложении в коде «8421+3» подлежат *все* тетрады предварительной суммы, причём к тем тетрадам, из которых сформировался перенос, следует добавить константу 0011, а к тетрадам, из которых не было переноса, добавить константу 1101. Возникающие при коррекции межтетрадные переносы игнорируются.

Таким образом, коррекция при сложении в коде «8421+3» определяется только значениями переносов из тетрад предварительной суммы, что позволяет коррекцию проводить параллельно в нескольких (и даже всех) тетрадах[1].

Пример сложения многозначных десятичных чисел приведён в табл. 5.

[1]Что невозможно при использовании кода «8421».

Таблица 5

	Десятичное значение	Двоично-десятичный код			
Первое слагаемое	3852	0110	1011	1000	1010
Второе слагаемое	5179	1000	0100	1010	1100
Предварительный результат		1111	1 ← 0000	1 ← 0011	1 ← 0001
Коррекция		+ 1101	+ 0011	+ 0011	+ 0011
Окончательный результат в коде «с избытком 3»		~~1~~1100	0011	0110	0100
Окончательный десятичный результат	9031	9	0	3	1

Ещё одним достоинством кода «8421+3» является простой способ получения дополнения до 9 – достаточно просто инвертировать все разряды кода (см. табл. 1). Действительно, проинвертировав все разряды четырёхразрядного двоичного числа a, мы получим его дополнение до $1111 = 15_{10}$, что в коде «с избытком 3» соответствует $15 - (a + 3) = (9 - a) + 3$.

Это свойство позволяет довольно просто реализовать операцию вычитания через сложение в обратном коде.

Опишем методику вычитания двух положительных десятичных чисел, представленных в двоично-десятичном коде с избытком 3.

1. Проинвертировать все двоичные разряды вычитаемого – получим обратный код последнего.

2. Сложить полученный обратный код вычитаемого с уменьшаемым, учитывая межтетрадные переносы.

3. Если из крайней левой тетрады был перенос, то это означает, что результат вычитания – положительный, и следует:

1) перенос не учитывать;

2) прибавить 1 к младшей тетраде.

4. Провести коррекцию всех предварительных результатов (по правилам, применимым к сложению, – см. выше).



5. Если из крайней левой тетрады переноса не было, то это означает, что результат вычитания – отрицательный и представлен в обратном коде. В этом случае следует инвертировать все разряды всех тетрад полученной разности – получим их (тетрад) модуль в двоично-десятичном коде.

6. Каждую тетраду разности представить в виде соответствующей десятичной цифры.

Пример 1. Найти разность десятичных чисел 34 и 19.

Решение представлено в табл. 6.

Таблица 6

Исходные данные		
Уменьшаемое	– 0110	– 0111
Вычитаемое	0100	1100
Инвертируем вычитаемое	1011	0011
Складываем его с уменьшаемым	+ 0110 1011	+ 0111 0011
Предварительный результат (перенос был – разность положительна)	1← 0001	1010
Прибавляем 1 в младшую тетраду	0001	1011
Коррекция тетрад	+ 0001 0011	+ 1011 1101
Результат	0100	1000
Соответствующая десятичная цифра	1	5

Ответ: 15.

Пример 2. Найти разность десятичных чисел 65 и 78. Решение представлено в табл. 7.

Таблица 7

Исходные данные		
Уменьшаемое	– 1001	– 1000
Вычитаемое	1010	1011
Инвертируем вычитаемое	0101	0100
Складываем его с уменьшаемым	+ 1001 0101	+ 1000 0100
Предварительный результат (переноса не было – разность отрицательна)	1110	1100
Коррекция тетрад	+ 1110 1101	+ 1100 1101
Результат	1011	1001
Инвертируем все тетрады	0100	0110
Соответствующая десятичная цифра	1	3

Ответ: –13.

В заключение ещё раз отметим преимущества использования двоично-десятичного кода:

1) быстрый и простой перевод в него десятичных чисел, вводимых с цифровой клавиатуры;

2) упрощён вывод чисел на индикацию – для этого нужно просто вывести на неё цифры, соответствующие каждой тетраде (полубайту) кода. В результате нет необходимости предусматривать аппаратную программу перевода двоичных чисел в десятичные и обратно по причине небольшого объёма имеющейся программной памяти;

3) для дробных чисел при переводе в двоичный вид не теряется точность (как известно, дробные

числа переводятся в двоичную систему не всегда точно);

4) упрощены умножение и деление на 10, а также округление.

Проверьте себя

1. В каких случаях целесообразно использовать двоично-десятичное кодирование десятичных чисел? Каковы его преимущества?

2. В чём заключаются недостатки двоично-десятичного кода «8421»?

3. В чём состоит преимущество двоично-десятичного кода с избытком 3?

4. Представьте в коде с избытком 3:

1) цифру 8;

2) число 47.

5. Восстановите десятичную цифру, которая в коде с избытком 3 изображается комбинацией 0101.

6. Можно ли использовать в коде с избытком 3 цифру, которая изображается комбинацией 1110?

7. В табл. 8 приведена информация о количестве бит, требующихся для кодирования различных десятичных чисел в двоичном коде и в двоично-десятичном коде:

Таблица 8

Десятичное число	Число бит в двоичном коде	Число бит в двоично-десятичном коде
0, 1	1	4
2, 3	2	4
4 – 7	3	4



Используя электронную таблицу Microsoft Excel или подобную, определите, имеются ли десятичные числа, которые для кодирования в двоично-десятичном коде требуют:

1) столько же бит, что и при кодировании в двоичном коде;

2) меньше бит, чем при кодировании в двоичном коде.

8. Используя двоично-десятичное кодирование, найдите суммы чисел:

1) 178 и 856;

2) 23089 и 78554.

9. Исследуйте особенности представления цифры 0 в одном из слагаемых, когда ноль (нули) – «начальный» («начальные»), например, при определении суммы: 4 + 123.

10. Обоснуйте методику учёта знака разности при вычитании (добавление 1 к младшей тетраде при положительной разности и её обратный код при отрицательной), как это сделано применительно к обоснованию коррекции предварительного результата при сложении.

11. Используя двоично-десятичное кодирование, найдите разность чисел:

1) 547 и 419;

2) 6523 и 7918.

12. Исследуйте особенности представления цифры 0 в вычитаемом, в том числе, когда ноль (нули) – «начальный» («начальные»), например, при определении разности 123 – 8.

13. Разработайте методику сло-

жения чисел в двоично-десятичном коде с избытком 3 для общего случая – как для положительных, так и для отрицательных чисел.

14. Разработайте методику вычитания чисел в двоично-десятичном коде с избытком 3 для общего случая – как для положительных, так и для отрицательных чисел.

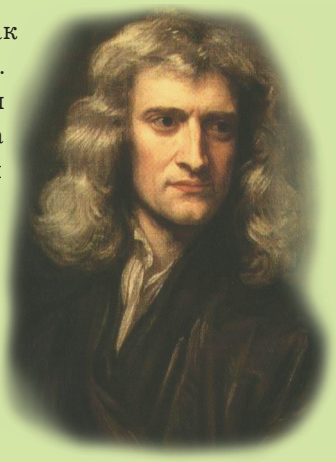
Указания по выполнению заданий 13 и 14. Отрицательные числа следует представлять в обратном коде (см. выше).

Литература

1. *Андреева Е.В.*, *Фалина И.Н.* Информатика: Системы счисления и компьютерная арифметика. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 1999.

Калейдоскоп Калейдоскоп Калейдоскоп

Как важно быть наблюдательным



В детстве самый знаменитый английский учёный Исаак Ньютон был довольно хилым и болезненным мальчиком. В подвижных играх на свежем воздухе он обычно отставал от сверстников. Но однажды (в день смерти Оливера Кромвеля – правителя страны) над Англией пронёсся необычно сильный ветер (народ говорил: «Сам дьявол прилетал за душой узурпатора»). В этот день Исаак состязался с ребятами в прыжках в длинну и заметил, что прыгать лучше по ветру, чем против него. Учтя это, он победил соперников.

Кроме наблюдательности, он проявил тогда и склонность к эксперименту – занялся опытами: повторил прыжки при разных погодных условиях, записал, как далеко ему удаётся прыгнуть по ветру, как далеко – против него, какова дальность прыжка в безветренный день. Уже став знаменитым учёным, Ньютон говорил, что считал эти прыжки своими первыми экспериментами.

Пустые страницы для сообразительных

Получив вышедшую из печати свою книгу «Тяготение и космос», известный немецкий физик Паскуаль Йордан послал один из её экземпляров с дарственной надписью В. Паули в Швейцарию. А тот экземпляр оказался с типографским браком: на отдельных его страницах не было текста. Дойдя при его чтении до чистых страниц, Паули не удивился – как будто так и должно было быть: «Йордан прекрасно понимает, что я и сам могу сообразить, что тут должно быть написано».

