

Антон Земанек
Ученик 10 класса школы № 1530 «Школа Ломоносова» г. Москвы

Пол из цветных квадратов

Учитель математики школы, в которой я учусь, предложил мне решить такую задачу: «Фирма по продаже ковровых напольных покрытий хочет оформить пол своего выставочного зала размером 15 м на 15 м из квадратных ковриков размером 1 м на 1 м трёх цветов в «математическом» стиле (чтобы познакомить посетителей с квадратными числами*) (рис. 1).

Сколько ковриков каждого цвета потребуется?

Так как в будущем фирма планирует открыть и другие аналогичные квадратные выставочные залы другого размера и с другим количеством цветов, то следует решить задачу и в общем виде — для любых размеров зала и ковриков и для любого количества цветов».

Моё решение

На рис. 1 можно увидеть ряд квадратов разного размера, «левый верхний» угол которых находится в «левом верхнем» углу помещения выставочного зала.

Сначала я рассмотрел вариант, в котором размеры зала и ковриков в метрах — целые числа, и составил такую таблицу 1.

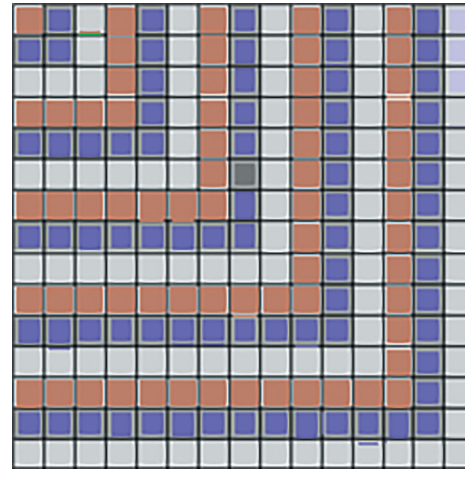

Рис. 1

Её я заполнил с помощью компьютерной программы *Microsoft Excel*. Из таблицы 1 видно, что общее количество ковриков того или иного цвета определяется так:

* Квадратным называют число, являющееся квадратом некоторого целого числа (4, 25, 100 и др.). Геометрически такие числа представляют в виде квадрата с целочисленной стороной. – **Прим. ред.**

Таблица 1

Размер квадрата, м	Его площадь, кв. м	Количество «новых» ковриков в этом квадрате
1	1	1
2	4	3
3	9	5
4	16	7
5	25	9
6	36	11
7	49	13
8	64	15
9	81	17
10	100	19
11	121	21
12	144	23
13	169	25
14	196	27
15	225	29

- первого цвета: $1 + 7 + 13 + 19 + 25$;
- второго цвета: $3 + 9 + 15 + 21 + 27$;
- третьего цвета: $5 + 11 + 17 + 23 + 29$.

Для подсчёта искомых значений можно использовать формулу суммы членов арифметической прогрессии. Первые члены каждой прогрессии — 1, 3 и 5, разность — 6, число членов прогрессии — 5, соответствующие суммы 65, 75 и 85.

Обобщим сказанное. Когда количество цветов равно 3, а размер R помещения кратен трём, то первые члены каждой прогрессии также будут равны 1, 3 и 5, разность — 6, а число членов прогрессии — $\frac{R}{3}$.

В общем случае, когда количество цветов равно C и размер R помещения кратен C:

- первые члены a_i: $1, 3, 5, \ldots, 2C - 1$;
- разность d: $2C$;
- число членов прогрессии n: $\frac{R}{C}$.

Подставив перечисленные значения в формулу суммы членов арифметической прогрессии

$$\frac{2a_i + (n-1)d}{2}n,$$ получим:

$$\frac{2a_i + \left(\frac{R}{C} - 1\right)2C}{2} \times \frac{R}{C} =$$

$$= \left(a_i + \left(\frac{R}{C} - 1\right)C\right)\frac{R}{C} \qquad (1)$$

Последняя формула позволяет рассчитывать общее количество ковриков того или иного цвета. Например, при четырёх цветах и размере помещения $R = 16$ (табл. 2).

Таблица 2

Номер цвета (при счёте от верхнего левого угла)	Первый член прогрессии	Общее количество ковриков такого цвета
1	1	52
2	3	60
3	5	68
4	7	76

Можно увидеть закономерность в искомых значениях в последнем столбце таблицы 2. Какая она в общем виде? Ответ такой. Значения суммы членов каждой прогрессии отличаются только величиной первого члена. Так как разность между их значениями равна 2, то суммы отличаются на $\frac{2R}{C}$. Это позволяет рассчитать количество ковриков только цвета 1, а остальные искомые значения определить, последовательно увеличивая количество на $\frac{2R}{C}$ **.

Полученные значения найдены при условии, что размер помещения R кратен количеству цветов. А если это не так? В этом случае количество членов прогрессии для некоторых цветов будет равно не $\frac{R}{C}$, а на 1 больше целой части частного от деления R на C. Это следует учесть в формуле суммы членов прогрессии:

$$(a_i + (R//C - 1 + 1)C)(R//C + 1) = \\ = (a_i + R//C)C(R//C + 1), \quad (2)$$

где знак // — знак операции целочисленного деления.

Например, при четырёх цветах и размере помещения $R = 19$ будут дополнительные ряды ковриков цвета 1, 2 и 3. Расчёт по уточненной формуле даст такой результат (табл. 3), который, естественно, отличается от найденного ранее.

Как отмечалось в начале, были исследованы варианты, в которых размеры зала R и ковриков (обозначим их — k) приняты целыми. А что изменится в методике расчётов, если это не так?

В таких случаях общее количество рядов ковриков будет равно не R, а частному R/k (при этом имеется в виду, что это частное — целое число, так как неполные коврики не используются).

Для таких случаев также возможны два варианта — когда общее количество рядов ковриков кратно количеству цветов и когда — не кратно. В первом варианте количество рядов каждого цвета (число членов арифметических прогрессий) будет

Таблица 3

Номер цвета	Первый член прогрессии	Общее количество ковриков такого цвета
1	1	85
2	3	95
3	5	105

** Можно также установить такую. зависимость: *количество квадратов того или иного цвета* $= \left(1 + \left(\frac{R}{C} - 1\right)C\right)\frac{R}{C} +$ (*номер цвета* $- 1) \times \frac{2R}{C}$, которая удобна для компьютеризированных расчётов. – **Прим. ред.**

одинаковым, равным $R/k/C$, во втором, как и ранее, рядов ковриков некоторого цвета будет больше. Методика определения этих количеств аналогична описанной, Для этих двух вариантов уточнённые числа членов арифметических прогрессий должны учитываться в формулах (1) и (2), приведённых выше.

Предлагаю читателям-школьникам решить аналогичную задачу для такого стиля оформления пола выставочного зала из квадратных ковриков (размеры зала и ковриков могут быть нецелыми) (рис. 2).

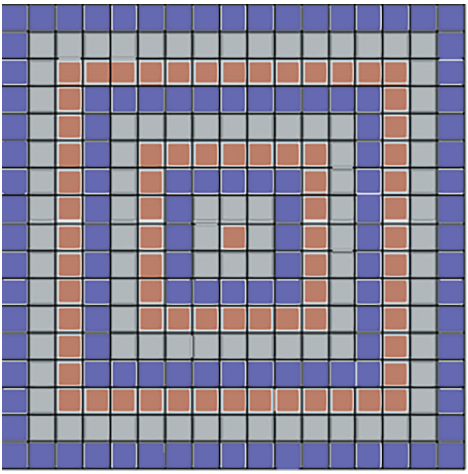

Рис. 2

НОВОСТИ

В МФТИ нашли альтернативу NVIDIA

Специалисты Московского физико-технического института нашли способ снизить зависимость российских компаний от решений NVIDIA при работе с искусственным интеллектом. Институт искусственного интеллекта МФТИ оценил возможности альтернативных графических процессоров (GPU) и создал Центр компетенций для помощи российским компаниям в построении независимой вычислительной инфраструктуры.

Эксперты проанализировали архитектурные особенности оборудования, драйверы, совместимость с фреймворками и поведение под нагрузкой. Тестирование проводилось на задачах запуска больших языковых моделей (LLM), компьютерного зрения, инференса (работы нейросети после обучения) и распределенных вычислений.

Исследование подтвердило, что альтернативные карты s4000 от Moore Threads и C500 от MetaX могут применяться в широком спектре сценариев без потери функциональности. Тесты продемонстрировали стабильный запуск популярных LLM, корректную работу современных фреймворков и предсказуемую производительность.

На основе полученных данных в МФТИ создан Центр компетенций по решениям, не зависящим от NVIDIA. Он объединяет лучшие инженерные практики, методики тестирования, оптимизированные конфигурации и опыт взаимодействия с поставщиками. Центр готов оказывать компаниям поддержку в подборе оборудования, проведении нагрузочного тестирования под конкретные задачи, настройке вычислительных цепочек и сопровождать платформы в процессе эксплуатации.

В дальнейшем команда планирует продолжить тестирование новых поколений ускорителей, расширить перечень поддерживаемых моделей и подготовить отраслевые рекомендации для создания автономной ИИ-инфраструктуры.

Источник: https://mipt.ru/news