

Львов Кирилл Вячеславович
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова



Шишкина Анна Федоровна
ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий»

Об эффективности пассивного теплообмена двух жидкостей. Часть 1

Данная работа началась с нестандартной олимпиадной задачи по физике о теплообмене двух жидкостей при протекании малыми порциями одной жидкости через весь объём другой. При более детальном изучении вопроса, приведенном в данной работе, открывается все богатство физики, обсуждаются все более сложные схемы пассивного теплообмена с разбиением жидкостей на несколько частей. Наконец, рассматривается теоретический предел — противоточный теплообменник, при котором жидкости способны полностью обменяться своими начальными температурами.

1. Введение

Теплообмен между двумя средами — один из ключевых процессов в природе и технике. От его эффективности зависят рабочие характеристики множества промышленных установок: от энергетических котлов до систем кондиционирования и криогенной техники. Под пассивным теплообменом мы будем понимать теплообмен посредством прямого контакта двух сред без участия каких бы то ни было тепловых машин и иных тепловых резервуаров. Классическая задача пассивного теплообмена часто сводится к простому смешиванию или контакту двух сред, что приводит к выравниванию температур согласно второму закону термодинамики. В инженерной практике часто стоит задача максимизировать разность конечных температур: охладить горячий теплоноситель как можно сильнее и нагреть холодный до максимально возможной температуры [1-4].

На второй Всероссийской олимпиаде для учителей физики «Лига лучших» (НИЯУ МИФИ, 2025 г.) была предложена задача, которая наталкивает на размышления об эффективности различных схем пассивного теплообмена. Интуитивно кажется, что дробление одной из жидкостей на мелкие части позволяет достичь более сильного нагрева, чем при простом смешивании. Однако количественный анализ показывает нетривиальную зависимость конечных температур от соотношения теплоёмкостей жидкостей и способа организации процесса теплообмена. Вопрос пассивного теплообмена с привлечением модели теплорода был рассмотрен в работах [5, 6]. Автором была показана парадоксальная возможность полного обмена температур двух жидкостей: горячая принимает температуру холодной, а холодная — температуру горячей. В настоящей работе в том числе описывается и эта особенность, а также дается детальное аналитическое рассмотрение этой и некоторых других схем пассивного теплообмена.

В работе последовательно решаются три задачи, в которых моделируются различные схемы пассивного теплообмена: однократное пропускание одной жидкости через другую (задача 1); многоэтапное пропускание с разбиением второй жидкости на части (задача 2); непрерывный противоточный теплообмен в трубах (задача 3).

Все процессы считаются идеальными: теплообмен происходит только между жидкостями, потери в окружающую среду отсутствуют, а в каждой малой порции температура выравнивается мгновенно. Полученные аналитические выражения позволяют сравнить эффективность схем и теоретически определить оптимальные условия для максимального нагрева холодной жидкости.

2. Постановка задачи и анализ простых схем пассивного теплообмена

Приведем исходную задачу с олимпиады «Лига лучших» в ее первоначальной постановке.

Задача 0. Работая в секретной военной лаборатории, Чебурашка и Крокодил Гена сконструировали инновационный теплообменник, состоящий из изогнутой трубки («змеевика»), проходящей через сосуд, в который можно налить какую-то жидкость и пропускать через него по змеевику другую жидкость. Проверяя возможности аппарата, исследователи взяли две разные жидкости одинаковых масс с одинаковыми удельными теплоёмкостями при температурах $T_{г_0} = 100^oC$ и $T_{х_0} = 0^oC$ и осуществляли теплообмен между ними с помощью аппарата. В каком случае можно нагреть всю холодную жидкость до большей температуры — если пропускать ее порциями по змеевику аппарата через сосуд, в котором находится вся горячая жидкость (а потом смешать все порции), или пропускать горячую жидкость по змеевику аппарата через сосуд, в котором находится вся холодная жидкость? До каких температур можно нагреть всю холодную жидкость в этих случаях?

Первый, тривиальный ответ на вопрос о конечных температурах жидкостей при условии равенства их теплоёмкостей ($C_1 = C_2$) состоит

в том, что жидкости примут температуру, равную среднему арифметическому начальных температур, и на этом процесс теплообмена прекратится:

$$C(T_K - T_{10}) + C(T_K - T_{20}) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow T_K = \frac{T_{10} + T_{20}}{2}. \qquad (1)$$

Существенным здесь является тот факт, что «весь объём» горячей жидкости контактирует со «всем объёмом» холодной жидкости, так что полные теплоёмкости двух тел, участвующих в теплообмене, равны друг другу, и устанавливается температура, равная среднему арифметическому начальных температур. Однако, если какую-либо жидкость разбить на меньшие порции (с теплоёмкостями $C_1 < C$), то очевидно, что эта порция в силу своей меньшей теплоёмкости при теплообмене со всем объёмом другой жидкости нагреется до большей температуры:

$$T_K = \frac{T_{10}C_1 / C + T_{20}}{1 + C_1 / C} > \frac{T_{10} + T_{20}}{2}. \qquad (2)$$

Доведем эти рассуждения до крайности. Если бесконечно малая порция первой жидкости будет обмениваться теплом со всем объёмом второй жидкости, т.е. $C_1/C \rightarrow 0$, то эта порция нагреется до температуры второй жидкости T_{20}. Далее, если все такие малые порции смешать вместе, т.е. восстановить весь объём первой жидкости, то интуитивно кажется, что получится температура меньше среднего арифметического начальных температур. Давайте это проверим. Только решим более общую задачу, нежели чем задача 0, подчеркнув условия, в которых решается задача.

Задача 1. Две жидкости теплоёмкостями C_1 и C_2 расположены в теплоизолированных сосудах и имеют температуры T_{10} и T_{20}. Первую жидкость по тонкой трубочке (т.е. квазистатически и малыми порциями) пропускают через весь объём второй жидкости, причем она всегда находится в тепловом равновесии (рис. 1). Далее первую жидкость собирают вместе в теплоизолированном сосуде, и она приходит к тепловому равновесию. Какая температура будет у первой жидкости (T_{1K}) и у второй жидкости (T_{2K})?

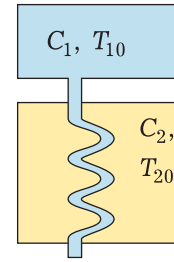


Рис. 1. Схема осуществления теплообмена в задаче 1

Решение задачи 1. Разделим первую жидкость на $N >> 1$ порций и рассмотрим теплообмен i-й порции со второй жидкостью, которая в результате теплообмена с $i - 1$ порциями первой жидкости стала иметь температуру T_{2i}. В силу того, что $C_1/N << C_2$, i-я порция примет температуру T_{2i}, а вторая жидкости изменит свою температуру на малую величину ΔT_{2i}:

$$\frac{C_1}{N}(T_{2i} - T_{10}) + C_2 \Delta T_{2i} = 0. \qquad (3)$$

На этом необходимо сделать паузу в повествовании и обратить свое внимание на особый вид возникшего уравнения (3). В школе обычно

ограничиваются изучением только алгебраических уравнений, в которых присутствует всего одна неизвестная, которая может быть выражена напрямую из этого уравнения и определена путем алгебраических операций. Однако уравнение (3) имеет совершенно другой вид: в качестве неизвестной величины присутствует функция T_{2_i}, зависящая от номера i. Кроме того, наряду с самой функцией, в уравнении присутствует приращение функции ΔT_{2_i}, т.е. ее изменение при небольшом изменении аргумента (в данном случае — изменение i на единицу). Такие уравнения, в которых в качестве неизвестных присутствуют функции и их приращения (или приращения их аргументов), называют дифференциальными. Строго говоря, в таких уравнениях должны присутствовать дифференциалы, т.е. бесконечно малые приращения функций и их аргументов. Впрочем, этой строгости легко добиться, если сразу же потребовать разбиение жидкости на бесконечное количество $N \to \infty$ бесконечно малых порций воды. В этом случае принято значок конечного изменения Δ заменять на значок дифференциала d, подчеркивая бесконечную малость приращения величины:

$$\frac{dT_{2i}}{T_{2i} - T_{10}} = \frac{C_1}{NC_2} di, \qquad (4)$$

где используется $di = 1$.

Дифференциальные уравнения возникают в физике постоянно, причем намного более сложные, в которых замешаны несколько различных функций и различных аргументов, бывают дифференциальные уравнения более высокого порядка. Уравнение (4) является самым простым видом дифферециальных уравнений — когда приращение функции линейно зависит от текущего значения функции. Так обстоит ситуация с теплообменом, когда мощность теплопередачи (а значит и изменение температуры тел) прямо пропорционально температуре тел. Так же обстоит дело при радиоактивном распаде: число распавшихся ядер за 1 секунду пропорционально числу имеющихся в данный момент ядер. Или, например, по тому же самому принципу происходит разрядка электрического конденсатора: скорость разрядки (изменение заряда на конденсаторе) пропорционально напряжению на конденсаторе, а значит и заряду на нем.

Таким образом, уравнение (4) характерно для эволюции различных физических систем. Так как же его решать? Для этого была придумана специальная показательная функция a, для которой подбирается значение показателя a^x таким образом, чтобы скорость изменения этой функции при изменении аргумента была бы равна самой функции. Такой показатель называют числом e, а соответствующую функцию e^x — экспоненциальной, или кратко — экспонентой. Согласно определению этого показателя,

$$d(a^x) = a^x dx. \qquad (5)$$

Внимательный читатель уже подметит, как же тогда решить уравнение (4). Необходимо путем переобозначений и объединений множителей свести уравнение (4) к виду (4.1). Заметим еще, что под значок дифференциала d, равно как и под значок конечной разности Δ можно свободно вносить множители и добавочные постоянные величины — они не изменяют дифференциал, поскольку их изменение при изменении аргумента

функции равно нулю, потому что это постоянные величины. Действительно, обозначим через $y = T_{2i} - T_{10}$, а через $x = -C_1 i / NC_2$. Тогда уравнение (4) сведется к виду (4.1), а значит и соотнесение $y = e^x$ будет справедливым. Единственное, более точным, а вернее, полным будет соотнесение $y = e^x \cdot \text{const}$, т.к. постоянный множитель в (4.1) можно свободно добавлять в правую и левую часть равенства и вносить под знак дифференциала.

Следовательно, решение уравнения (4) будет иметь вид:

$$T_{2i} = T_{10}\text{const} \cdot e^{-iC_1/C_2N}. \qquad (6)$$

Осталось лишь выбрать значение const таким образом, чтобы выполнялось начальное условие: в самом начале (когда i=0) температура второй жидкости равна T_20. Тогда решение дифференциального уравнения (4) есть:

$$T_2(i) = T_{10} + (T_{20} - T_{10})e^{-iC_1/C_2N}. \quad (7)$$

На этом закончим небольшое математическое отступление и продолжим рассматривать задачу про тепловой обмен путем протекания малых порций через весь объём другой жидкости. В дальнейшем будем использовать схему решения дифференциальных уравнений вида (4) без особых указаний.

К концу пропускания первой жидкости через вторую, последняя примет температуру:

$$T_{2K} = T_2(N) = \\ = T_{10} + (T_{20} - T_{10})e^{-C_1/C_2}. \qquad (8)$$

При этом температуры i-х порций первой жидкости будут равны $T_2(i)$, и после их смешивания вместе и наступления теплового равновесия температура первой жидкости станет равна:

$$T_{1K} = \frac{1}{N}\int_0^N T_2(i)di = \\ = T_{10} + (T_{20} - T_{10})\frac{C_2}{C_1}(1 - e^{-C_1/C_2}). \quad (9)$$

Рассмотрим конечные температуры жидкостей T_{1K} и T_{2K} как функции отношения их теплоёмкостей $\alpha = C_1/C_2$ (рис. 2). При любых значениях α конечная температура изначально холодной жидкости оказывается выше конечной температуры изначально горячей жидкости ($T_{1K} > T_{2K}$). Другими словами, при теплообмене, описанном выше, удается охладить горячую и нагреть холодную жидкости сильнее, чем если бы жидкости обменивались теплом всем своим объёмом. Например, при $\alpha = 1$, т.е. при равенстве теплоёмкостей жидкостей,

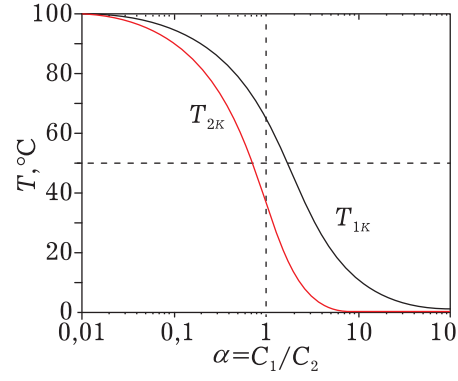


Рис. 2. Конечные температуры жидкостей при различном отношении их теплоёмкостей. Начальные температуры равны $T_{10} = 0^oC$ и $T_{20} = 100^oC$. Горизонтальная штриховая линия равна среднему арифметическому начальных температур

$$T_{1K} = T_{10} + (T_{20} - T_{10})(1 - 1/e) \approx \approx 63{,}2^{\circ}\text{C},$$

$$T_{2K} = T_{10} + (T_{20} - T_{10})/e \approx 36{,}8^{\circ}\text{C}.$$

Однако если бы жидкости обменивались теплом всем своим объёмом, то конечная температура была бы одинаковая и равна $T_{1K} = (T_{20} + T_{10})/2 = 50^{\circ}\text{C}$.

Вернемся к исходному вопросу. В каком случае можно нагреть холодную жидкость до большей температуры: когда она пропускается малыми порциями через горячую жидкость или когда горячая пропускается через нее? При равенстве теплоёмкостей ($\alpha = 1$) ответ очевиден: в обоих случаях холодная жидкость нагреется до одинаковой температуры $T_{x\kappa} = T_{x0} + (T_{r0} - T_{x0})(1 - 1/e)$. Этот факт легко доказать, просто поменяв местами T_1 и T_2 в формулах (6) и (7).

Однако если $\alpha \neq 1$, то ситуация становится интереснее (рис. 3). Для случая пропускания холодной жидкости через горячую воспользуемся формулой (7), полагая $T_{10} = 0^{\circ}\text{C}$, $T_{20} = 100^{\circ}\text{C}$, $\alpha = C_1/C_2$. Для случая пропускания горячей жидкости через холодную воспользуемся формулой (6), полагая $T_{10} = 100^{\circ}\text{C}$, $T_{20} = 0^{\circ}\text{C}$, $\alpha = C_2/C_1$. Оказывается, что если теплоёмкость

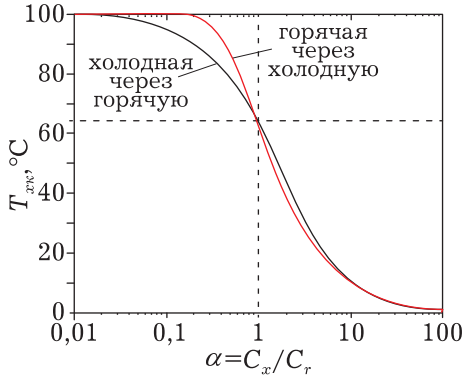


Рис. 3. Конечная температура холодной жидкости при различном отношении теплоёмкости холодной жидкости к теплоёмкости горячей жидкости. Начальные температуры равны $T_{x0} = 0^{\circ}\text{C}$ и $T_{r0} = 100^{\circ}\text{C}$. Горизонтальная штриховая линия соответствует значению 63,2°C.

холодной жидкости меньше теплоёмкости горячей (например, если масса холодной жидкости или ее удельная теплоёмкость меньше), то холодная жидкость больше нагреется в том случае, если через нее пропускать горячую жидкость. И наоборот, в случае, когда теплоёмкость холодной жидкости больше, выгоднее пропускать ее через горячую жидкость.

3. Многоэтапная схема пассивного теплообмена

Обратимся теперь к другому вопросу. Рассуждения про эффективность теплообмена, приведенные в предыдущем разделе, наводят на мысль о многоэтапной схеме теплообмена: будем первую жидкость пропускать малыми порциями не через всю вторую жидкость, а поэтапно, через части второй жидкости, и после каждого такого этапа смешивать вместе все порции первой жидкости и приступать к очередному этапу. Рассмотрим задачу 2, реализующую данную схему теплообмена.

Задача 2. Две жидкости теплоёмкостями C_1 и C_2 расположены в теплоизолированных сосудах и имеют температуры T_{10} и T_{20}. Вторую жидкость разбили на N одинаковых частей и поместили в теплоизоли-

рованные сосуды. Первую жидкость по тонкой трубочке (т.е. квазистатически и малыми порциями) пропускают последовательно через весь объём каждой из N частей второй жидкости. При таком пропускании каждая часть второй жидкости всегда находится в тепловом равновесии. После каждого такого пропускания первую жидкость собирают вместе в теплоизолированном сосуде, она приходит к тепловому равновесию, после чего пропускается через следующую часть второй жидкости. В самом конце все части второй жидкости смешивают вместе в теплоизолированном сосуде, и она приходит к тепловому равновесию. Какая температура будет у первой жидкости (T_{1K}) и у второй жидкости (T_{2K})?

Решение задачи 2. Теплообмен между первой жидкостью и частью второй жидкости полностью описан в задаче 1. Конечные температуры даются формулами (6) и (7), только необходимо C_2 заменить на C_2/N, а вместо начальной температуры первой жидкости использовать ее конечную температуру после теплообмена с i-й частью второй жидкости ($T_{1,i}$). Обозначим также через $T_{2,i}$ температуру i-й части второй жидкости после пропускания через нее первой жидкости. Тогда получим:

$$\begin{cases} T_{1,i} = T_{1,i-1} + \left(T_{20} - T_{1,i-1}\right)\dfrac{1-e^{-\alpha N}}{\alpha N}, \\ T_{2,i} = T_{1,i-1} + \left(T_{20} - T_{1,i-1}\right)e^{-\alpha N}. \end{cases} \quad (10)$$

Из первого выражения формулы (8) следует, что температура первой жидкости после пропускания через i-ю часть второй жидкости равна:

$$T_{1,i} = T_{10}\left(1-\frac{1-e^{-\alpha N}}{\alpha N}\right)^i + T_{20}\frac{1-e^{-\alpha N}}{\alpha N}\times$$

$$\times\left(1+\left(1-\frac{1-e^{-\alpha N}}{\alpha N}\right)+\ldots+\right.$$

$$\left.+\left(1-\frac{1-e^{-\alpha N}}{\alpha N}\right)^{i-1}\right)=$$

$$= T_{20} + \left(T_{10} - T_{20}\right)\left(1-\frac{1-e^{-\alpha N}}{\alpha N}\right)^i. \quad (11)$$

Следовательно, конечная температура первой жидкости будет равна:

$$T_{1K} = T_{1,N} =$$

$$= T_{20} + \left(T_{10} - T_{20}\right)\left(1-\frac{1-e^{-\alpha N}}{\alpha N}\right)^N. \quad (12)$$

Конечную температуру второй жидкости можно получить путем вычисления $T_{2,i}$ из формулы (8), ис-

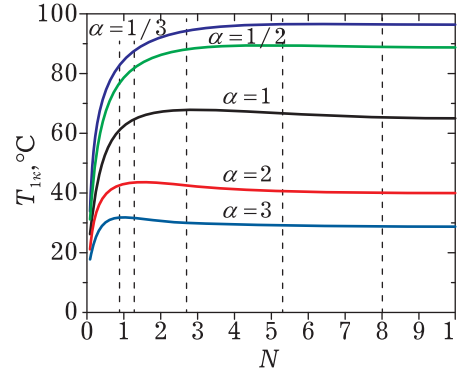


Рис. 4. Конечная температура холодной жидкости в зависимости от N при различном отношении теплоёмкости холодной жидкости к теплоёмкости горячей жидкости. Начальные температуры равны $T_{10} = 0^oC$ и $T_{20} = 100^oC$. Максимумы, отмеченные вертикальными штриховыми линиями, соответствуют значениям N = 0,9 (для α = 3), N = 1,3 (для α = 2), N = 2,7 (для α = = 1), N = 5,3 (для α = 1/2), N = 8 (для α = 1/3)

пользуя формулу (9), и дальнейшего усреднения величин $T_{2,i}$. Однако проще воспользоваться законом сохранения энергии (уравнением теплового баланса для начального и конечного состояний) и получить, что:

$$T_{2K} = T_{20} - \alpha\left(T_{1K} - T_{10}\right) = \\ = T_{20} - \alpha\left(T_{20} - T_{10}\right)\times \\ \times\left[1 - \left(1 - \frac{1 - e^{-\alpha N}}{\alpha N}\right)^{N}\right]. \qquad (13)$$

Построим график зависимости (10) от N для различных α для случая, когда первая жидкость холодная: T_{10} = 0°C, T_{20} = 100°C (рис. 4). Для всех α зависимость T_{1K} (N) имеет максимум. Так, при $\alpha = 1$ (теплоёмкости жидкостей одинаковы) максимум соответствует значению $N \approx 2{,}7$. Поскольку N должно быть целым, то максимальная температура холодной жидкости будет равна T_{1K} (3) ≈ 68,1°C. Таким образом, такая схема пассивного теплообмена позволяет нагреть холодную жидкость до еще большей температуры и, соответственно, охладить горячую жидкость до еще меньшей температуры.

5. Обсуждение промежуточных результатов

Проведенный анализ эффективности различных схем пассивного теплообмена показал следующие интересные особенности:

1. Простое смешивание дает наименьшую эффективность теплообмена: конечная температура жидкостей одинакова и равна взвешенному среднему, где веса — теплоёмкости жидкостей. При равных теплоёмкостях конечная температура просто равна среднему арифметическому начальных температур жидкостей.

2. При порционном теплообмене, когда одна жидкость пропускается малыми порциями через другую (задача 1), вне зависимости от соотношения теплоёмкости жидкостей первоначально холодная жидкость становится теплее той жидкости, которая первоначально была горячей (рис. 2). Например, при равных теплоёмкостях жидкостей холодная нагревается до 63,2°C, а горячая охлаждается до 36,8°C (при начальных температурах жидкостей 0°C и 100°C).

Это кажется парадоксальным, но никакого противоречия нет — сколько тепла отдала горячая жидкость, столько и получила холодная, но процесс теплообмена неравновесный и необратимый. В этом и заключается суть пассивного теплообмена с дроблением: мы управляем не количеством тепла, а градиентом температур в процессе теплообмена. Чем больше порций, тем ближе первая порция холодной жидкости к начальной температуре горячей, а последняя — к ее конечной температуре. Формула (7) как раз и усредняет этот «веер» температур, давая выигрыш по сравнению с простым смешиванием.

Если теплоёмкости жидкостей различны, то более выгодным для максимального нагрева холодной жидкости становится случай, когда жидкость с меньшей теплоёмкостью пропускается через жидкость с большей теплоёмкостью (рис. 3).

Этот результат становится интуитивно понятным, если вспомнить, что теплоёмкость — это своего рода

«вместимость» тепла. Если холодная жидкость имеет меньшую теплоёмкость (например, ее мало), то она быстро нагревается. В этом случае выгодно лить горячую жидкость через холодную — каждая новая порция горячей жидкости встречает холодную жидкость, которая уже немного нагрелась, но все еще холоднее горячей. При этом горячая жидкость остывает, проходя через холодную среду, и отдает тепло более эффективно. Если же холодной жидкости много (большая теплоёмкость), то она нагревается медленно, и выгоднее лить ее через горячую: тогда каждая малая порция холодной жидкости успевает нагреться почти до температуры горячей, потому что горячая жидкость остывает медленно из-за своей большой теплоёмкости. Проще говоря, всегда выгоднее пропускать ту жидкость, которую нужно сильнее нагреть/охладить, через большой резервуар другой жидкости.

3. Многоэтапный теплообмен, когда жидкость, через которую пропускают другую, разбивается на N частей, и с каждой из частей происходит порционный теплообмен (задача 2), дает дальнейший прирост эффективности теплообмена. Существует оптимальное число N этапов теплообмена, зависящее от отношения теплоёмкостей (формулы (10) и (11)). При равных теплоёмкостях жидкостей оптимально ближайшее к теоретическому максимуму целое $N = 3$, в этом случае температура оказывается примерно равна 68,1°C.

На первый взгляд кажется, что чем на большее число частей мы разобьем жидкость (назовем ее покоящейся), через которую пропускают другую, тем лучше: на каждом этапе теплообмена пропускаемая жидкость встречается с жидкостью, находящейся в исходном состоянии, а значит теплоомен будет более эффективным. Однако это справедливо лишь до некоторого предела. Когда N становится слишком большим, каждая часть покоящейся жидкости настолько мала, что сама быстро нагревается до температуры пропускаемой жидкости, и процесс теплообмена между ними становится неэффективным. Эти два конкурирующих фактора и определяют оптимальное число этапов $N = 3$. При равных теплоёмкостях каждая из трех частей горячей (покоящейся) жидкости остывает примерно на треть, а холодная жидкость после прохода через все три части успевает нагреться до 68,1°C, что выше 63,2°C из задачи 1 и тем более 50°C при простом смешивании. Это классический пример оптимизации без использования внешней энергии — только за счет правильной организации контакта двух сред.

Заключение

В данной работе было проведено исследование процессов пассивного теплообмена между двумя жидкостями. Начав с олимпиадной задачи о порционном смешивании, мы последовательно усложняли модель, перейдя к многоэтапному теплообмену. Заметим, что эта модель теплового обмена не является самой лучшей с точки зрения достижения максимальных и минимальных конечных температур.

Мы на время вынуждены остановиться в своем повествовании, сделать паузу для осмысления читателями материала, изложенного в данной заметке. Но продолжение работы будет в следующем выпуске журнала. В нем мы с вами обсудим модель, которая представляет собой теоретический предел пассивного теплообмена (т.е. теплообмена без привлечения сторонних тепловых машин, способных запасать тепловую энергию, совершая работу), — непрерывный противоточный теплообменник, где обе жидкостеи протекают друг через друга медленно и небольшими непрерываными порциями.

Тем читателям, кого заинтересовала эта тема, мы предлагаем попытаться самостоятельно поисследовать эту предельную модель теплообмена, а в следующем выпуске журнала сравнить свои числовые оценки с авторскими. До новых встреч!

Благодарности

Авторы выражают искреннюю признательность:

- Муравьеву Сергею Евгеньевичу, доценту НИЯУ МИФИ (г. Москва) — за постановку исходной задачи, которая послужила отправной точкой для данного исследования и стимулом к размышлениям об эффективности различных схем теплообмена;
- Мартынову Александру Витальевичу, студенту 2 курса МФТИ (г. Долгопрудный) — за глубокий анализ олимпиадной задачи и ценные идеи, позволившие существенно расширить круг рассмотренных вопросов;
- Минарскому Андрею Михайловичу, учителю физики Физико-технической школы имени Ж. Алферова (г. Санкт-Петербург) — за обстоятельные и плодотворные обсуждения как представленной работы, так и общих проблем, затронутых в ней;
- Подлесному Дмитрию Владимировичу, учителю физики школы № 2044 имени А.М. Серебрякова и ОАНО "Школа ЦПМ" г. Москва, заслуженному работнику высшей школы Российской Федерации, народному учителю Республики Мордовия — за глубокие и плодотворные обсуждения задач, представленных в работе.

Литература

1. Краковский Б. Д., Попов О. М., Удут В. Н. Выбор схемы ожижителя природного газа // Холодильная техника. — 1999. — № 9. — С. 26–27.
2. Климентьев А. и др. Возможности и перспективы развития малотоннажного СПГ в России. М.: Центр энергетики Московской школы управления СКОЛКОВО, 2018. 187 с.
3. Игнаткин И.Ю. Система рекуперации теплоты с адаптивной рециркуляцией вытяжного воздуха // Вестник ВНИИМЖ. — 2019. — № 1(33). — С. 100-103.
4. Инженерные сети, оборудование зданий и сооружений: Учебник / Е.Н. Бухаркин, В.М. Овсянников, К.С. Орлов и др.; Под ред. Ю.П. Соснина. М.: Высшая школа, 2001. 415 с. ил.
5. Соколов Е. Парадоксы теплообмена: «честно + честно + … + честно = нечестно» // Квант. — 2022. — № 4. — С. 2-10.
6. Соколов Е. Парадоксы теплообмена: невероятный теплообменник // Квант. — 2022. — № 6. — С. 9-17.