

Дворянинов Сергей Владимирович
Кандидат физико-математических наук, доцент

О методе неопределенных коэффициентов в химии и немного о логике
(рассказ-быль)

Есть математические задачи, которые начинаются так: «Существует ли...» — и далее перечисляются свойства какого-нибудь объекта. Для ответа *да, существует* достаточно привести пример такого объекта. Если же ответ *нет, не существует*, то требуется доказательство. Удивительно, но на вопрос существует ли химическая реакция, соответствующая данной схеме, математика в некоторых случаях дает ответ *нет, не существует*. Об этом наш рассказ.

Указанный в названии нашего рассказа метод широко применяется в математике. Например, в задаче 197 в учебнике Ю.Н. Макарычева и др. «Алгебра-8» требуется выяснить, при каких значениях a и b равенство

$$\frac{6x}{(x-1)(x-2)}=\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x-2}$$

является тождеством. По сути, здесь идет речь о разложении дроби на простейшие, и задача состоит в нахождении двух коэффициентов.

Вид частного решения дифференциального уравнения

$$y''+y=4\cos 3x$$

устанавливается по виду правой части: $y = a\cos 3x$, где коэффициент a надо найти. Так как $y'=-3a\sin 3x$ $y''=-9a\cos x$, то получаем уравнение

$$-9a\cos x + a\cos x = 4\cos x.$$

Отсюда $a = -0{,}5$ и частное решение $y = -0{,}5\cos x$.

Наш старый знакомый Толя Втулкин (уже восьмиклассник) успешно использует метод неопределенных коэффициентов и в химии. Однажды ему надо было расставить коэффициенты в уравнении химической реакции, схему которой он переписал из задачника:

$$Se+NaOH \rightarrow Na_2SeO_3+H_2O$$

Слева и справа в схеме по одному атому селена, поэтому Толик

поставил в двух местах коэффициент x и еще коэффициенты y и z. Так получилось уравнение

$$x\mathrm{Se} + y\mathrm{NaOH} = x\mathrm{Na_2SeO_3} + z\mathrm{H_2O}.$$

Как обычно в химии, требуется найти натуральные числа x, y, z. Уравнивание числа атомов натрия, кислорода и водорода привело к системе уравнений

$$\begin{cases} y = 2x, \\ y = 3x + z, \\ y = 2z. \end{cases}$$

Из первого и третьего $x = z$, второе уравнение принимает вид $2x = 4x$.

В итоге получилось, что $x = y = z = 0$, и коэффициенты почему-то найти не удалось.

Такого раньше у Толика никогда не случалось. Всегда система линейных уравнений относительно коэффициентов уравнения химической реакции была неопределенной и имела бесконечно много решений, зависящих от одной произвольной постоянной. Метод работал безотказно, а тут...

Толик несколько раз проверил эти короткие выкладки, но причины такого неожиданного результата оставались непонятными. Наконец, он снова посмотрел в задачник и обнаружил, что схема реакции, то есть условие задачи, переписана им с ошибкой и в правой части пропущено слагаемое:

$$\mathrm{Se} + \mathrm{NaOH} \to \mathrm{Na_2SeO_3} + \mathrm{Na_2Se} + \mathrm{H_2O}.$$

В этой схеме пять разных молекул и надо найти пять коэффициентов. Атомы водорода присутствуют только в двух молекулах, и поэтому ставим коэффициенты $2x$ и x и еще три коэффициента y, z, t:

$$y\mathrm{Se} + 2x\mathrm{NaOH} = z\mathrm{Na_2SeO_3} + t\mathrm{Na_2Se} + x\mathrm{H_2O}$$

Уравниваем число атомов селена, натрия и кислорода и получаем систему из трех уравнений с четырьмя неизвестными

$$\begin{aligned} y &= z + t, \\ 2x &= 2z + 2t, \\ 2x &= 3z + x. \end{aligned}$$

Наши читатели, конечно, знают, как решать подобные неопределенные системы линейных уравнений, и поэтому сразу запишем общее решение

$$x = 3z,\ t = 2z,\ y = 3z.$$

При наименьшем возможном значении $z = 1$ получаем уравнение реакции

$$3\mathrm{Se} + 6\mathrm{NaOH} = \mathrm{Na_2SeO_3} + 2\mathrm{Na_2Se} + 3\mathrm{H_2O}.$$

Можно сказать, что справедлива такая теорема:

Если схеме уравнения химической реакции соответствует реально существующая реакция (это условие А), то система уравнений относительно коэффициентов имеет решение (это заключение В).

$$A \Rightarrow B$$

А вот обратное неверно: если для схемы реакции можно найти коэффициенты соответствующего уравнения, то соответствующей химической реакции может и не быть. Вот простой пример такой схемы и соответствующего ей уравнения:

$$\mathrm{Fe} + \mathrm{Al} + \mathrm{He_2} \to \mathrm{FeAlHe}$$

$$2\mathrm{Fe} + 2\mathrm{Al} + \mathrm{He_2} = 2\mathrm{FeAlHe}$$

Здесь число атомов трех элементов слева и справа уравнено, но такой реакции нет в природе.

Как обычно, верна теорема противоположная обратной:

$$\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$$

Кратко можно сказать так: если нет коэффициентов, то нет и реакции.

Именно это и получилось у Толика Втулкина, когда он безуспешно пытался найти коэффициенты уравнения несуществующего превращения.

В заключение заметим, что метод неопределенных коэффициентов в уравнении химической реакции зачастую быстрее приводит к цели, чем метод электронного баланса.

Упражнение. Рассмотрим две схемы

1) $Mn_2O_3 + HCl \rightarrow MnCl_2 + H_2O + Cl_2$,

2) $Mn_2O_3 + HCl \rightarrow MnCl_2 + Cl_2$.

Одна из них представляет реакцию, которая неосуществима. Какая это схема?

Ответ. Нет реакции, соответствующей второй схеме.

НОВОСТИ

В Москве успешно испытали российскую антенну для 5G в составе отечественной базовой станции



В процессе проведения испытаний созданной на Физтехе антенны — на площадке Департамента информационных технологий (ДИТ) города Москвы — удалось достичь скорости передачи данных до 1 гигабита в секунду. При такой скорости полнометражный фильм в HD-качестве загружается всего за 30 секунд, что в 10 раз быстрее стандартного домашнего интернета. Все компоненты, сборка и тестирование антенны выполнены в России под руководством ученых МФТИ. Испытания прошли в рамках соглашения ДИТ города Москвы и МФТИ о сотрудничестве в целях развития услуг связи и телекоммуникационных технологий. Оно включает тестирование перспективных разработок в области связи на городской инфраструктуре.

Главный элемент быстрой связи — высокотехнологичное оборудование, способное передавать большой поток данных и обслуживать тысячи пользователей одновременно. Особо важны характеристики секторных антенн: от величины коэффициента усиления антенны зависит размер зоны обслуживания абонентов, в то время как параметры согласования антенны отвечают за эффективность работы высокочастотных трактов радиомодулей базовых станций.

Такую антенну разработали специалисты отдела прикладных исследований и разработок перспективных решений сотовой связи НТЦ Телекоммуникаций МФТИ. Ее особенность — поддержка технологии MIMO: четыре независимых канала передачи данных позволяет одновременно обслуживать множество пользователей без потери скорости.

Секторная антенна работает в диапазоне n79 стандарта мобильной связи 5G: от 4800 до 5000 МГц, при этом ширина диаграммы направленности в вертикальной плоскости составляет 8 градусов в вертикальной плоскости, а в горизонтальной — 65 градусов. Такая форма главного лепестка диаграммы направленности обеспечивает оптимальное покрытие услуг мобильной связи для городской среды.

Первые испытания антенны прошли на площадке Департамента информационных технологий Москвы на ВДНХ. Во время тестирования скорость передачи данных достигла 1 Гбит/сек — в 10-20 раз быстрее, чем работает стандартный домашний интернет (50–150 Мбит/с).

Продолжение статьи: https://mipt.ru/news/