

Мукушев Базарбек Агзашулы
Профессор Казахского агротехнического университета им. С. Сейфуллина,
доктор педагогических наук,
г. Астана, Республика Казахстан

Кинематика шарниров

В различных машинах и оборудованиях, которыми повседневно пользуемся, основными элементами являются шарнирные механизмы. Такие механизмы имеют широкое применение в конструкциях автомобилей и самолетов, в сельскохозяйственных и промышленных оборудованиях, а также в устройствах роботов и манипуляторов для управления движением.

В статье разобран ряд задач на нахождение скоростей и ускорений различных точек шарнирных конструкций.

Введение

Шарнир (нем. Scharnier, от франц. charniere – дверная петля) подвижное соединение двух или нескольких тел, при котором их относительное движение есть вращение вокруг оси или вокруг точки.

По способу реализации движения рабочего звена шарнирные механизмы подразделяются на перемещающие, направляющие, передаточные и механизмы для движения с остановками. Перемещающие шарнирные механизмы предназначены для перемещения рабочего звена из одного положения в другое. Перемещающие шарнирные механизмы применяются в металлургических машинах (кантователи, опрокидыватели, механизмы для закрытия лёток), в машинах-автоматах пищевой промышленности для перемещения рабочих органов и др. Направляющие шарнирные механизмы предназначены для перемещения по заданной кривой одной точки звена, не образующего кинематических пар со стойкой. Применяются также шарнирные механизмы для черчения и огибания парабол и гипербол (например, шарнирные механизмы для шлифования зеркал астрономических приборов). Передаточные шарнирные механизмы предназначены для преобразования вращательных движений по определённому закону. В счётно-решающих устройствах передаточные шарнирные механизмы служат для выполнения математических операций: сложения, умножения, возведения в степень и т.п. Путём специ-

ального подбора длин звеньев в шарнирных механизмах можно получить приближённое воспроизведение разнообразных функций. Шарнирные механизмы для движения с остановками применяются в машинах-автоматах для приведения в движение рабочего органа, который, выполнив определённую операцию, должен оставаться неподвижным в течение того времени, когда движутся другие рабочие органы [1-3].

Для ясного понимания механических процессов, происходящих в шарнирных конструкциях, рассмотрим следующие задачи.

1. Шарнирные механизмы, состоящие из двух звен

Задача 1. Два стержня длины L соединены шарнирно (рис. 1). Свободный конец одного из стержней шарнирно прикреплён к стене, а свободный конец другого стержня двигают перпендикулярно стене с постоянной по величине скоростью υ_0. Найти величину и направление вектора ускорения шарнира, соединяющего стержни, в момент, когда угол между стержнями равен 2α.

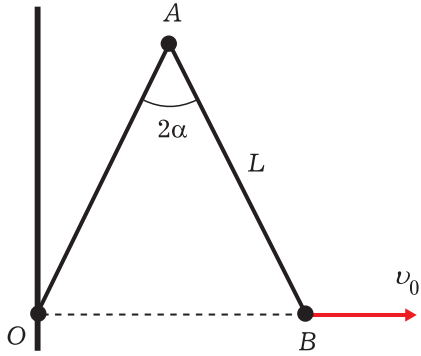


Рис. 1

Решение. У левого стержня (OA) его правый конец движется со скоростью υ, которая перпендикулярна этому стержню. У правого стержня по условию скорость υ_0 направлена горизонтально. Очевидно, что υ перпендикулярна стержню AO.

Из-за не растяжимости стороны AB, можно утверждать, что проекции скоростей υ и υ_0 на AB равны $\upsilon_0 \sin\alpha = \upsilon \sin 2\alpha$ (рис. 2).

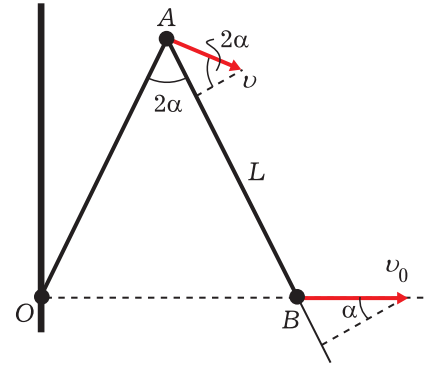


Рис. 2

Известно, что $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$. Тогда

$$\upsilon = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{\upsilon_0}{2\cos\alpha}.$$

Значение центростремительного ускорения вдоль стержня AO:

$$a_{AO} = \frac{\upsilon^2}{L} = \frac{\upsilon_0^2}{4L\cos^2\alpha}.$$

Чтобы найти проекцию ускорения на вторую ось, перейдем в CO,

которая движется вправо со скоростью υ_0. Тогда точка B неподвижна, а стенка (или точка O) движется влево со скоростью υ_0. И в этой системе вектор ускорения шарнира будет перпендикулярен левом концу стержня AB.

$$a_{AB} = \frac{\upsilon^2}{L} = \frac{\upsilon_0^2}{4L\cos^2\alpha}.$$

Вектор полного ускорения шарнира ($\vec{a}$) должно иметь такое направление, которое удовлетворило обе случая, которые были рассмотрены выше (рис. 3).

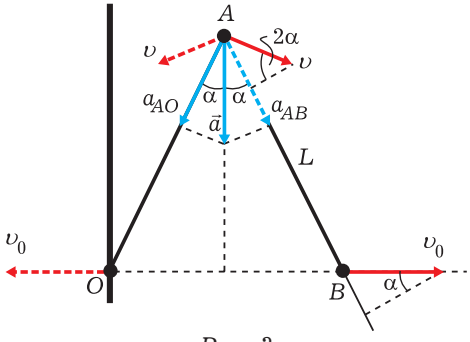


Рис. 3

$a_{AO} = \frac{\upsilon^2}{L} = a\cos\alpha = a_{AB}$. Таким образом, $a = \frac{a_{AO}}{\cos\alpha} = \frac{\upsilon^2}{L\cos\alpha} = \frac{\upsilon_0^2}{4L\cos^3\alpha}$.

Задача 2. Два стержня длины L соединены шарнирно (рис. 4). Свободный конец одного из стержней шарнирно закреплён на вертикальной стене, а свободный конец другого стержня двигают с постоянной по величине вертикальной скоростью υ_0. Найти величину и направление вектора ускорения шарнира, соединяющего стержни, в момент, когда их концы окажутся на одной горизонтали, если угол между стержнями в этом момент равен 2α.

Решение.

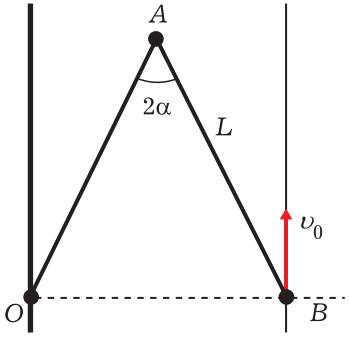


Рис. 4

Шарнир, находящийся в вершине угла A, движется по окружности с центром в точке O закрепления системы. Обозначим его скорость u. Проекции скоростей на направление правого стержня должны быть равны между собой (нерастяжимость стержня):

$$u\sin 2\alpha = \upsilon_0\cos\alpha.$$

Теперь мы можем записать выражение для центростремительного ускорения интересующего нас шарнира:

$$a_{\text{ц}} = \frac{u^2}{L} = \frac{\upsilon_0^2}{4L\sin^2\alpha}.$$

Полное ускорение шарнира представим в виде суммы двух векторов – один из них $\vec{a}_1$, направим против вектора $\vec{\upsilon}_0$, а другой $\vec{a}_2$ направим перпендикулярно ему влево (рис. 5).

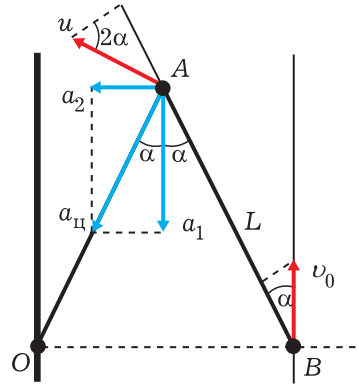


Рис. 5

Тогда можно написать:

$$a_1\cos\alpha + a_2\sin\alpha = a_{\text{ц}} = \frac{\upsilon_0^2}{4L\sin^2\alpha}.$$

Перейдем в систему отсчета, связанную с концом правого стержня, который движется с постоянной скоростью $\vec{\upsilon}_0$. В этой системе верхний шарнир снова движется по окружности, только ее центр находится в упомянутой точке (B). После несложных тригонометрических преобразований можно убедиться, что скорость шарнира и в этом случае равна:

$$\frac{\upsilon_0\cos\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\upsilon_0}{2\sin\alpha}.$$

Центростремительное ускорение по величине осталось прежним, но изменилось по направлению. Оно направлено в точку B. Теперь его можно выразить через введенные выше ускорения так:

$$a_1\cos\alpha - a_2\sin\alpha = a_{\text{ц}} = \frac{\upsilon_0^2}{4L\sin^2\alpha}.$$

Отсюда сразу следует, что $a_2 = 0$, а полный вектор ускорения верхнего шарнира в интересующий нас момент направлен против вектора $\vec{\upsilon}_0$ (по биссектрисе) и равен

$$a = a_1 = \frac{\upsilon_0^2}{4L\sin^2\alpha\cos\alpha}.$$

Задача 3. Один конец шарнирной конструкции из двух одинаковых стержней длины $2a$ закреплён. Другой движется с постоянной скоростью υ по прямой, расстояние до которой от неподвижного конца конструкции равно $3a$ (рис. 6). Найдите ускорение шарнира в тот момент, когда: а) левый стержень горизонтально, б) скорость шарнира равна нулю.

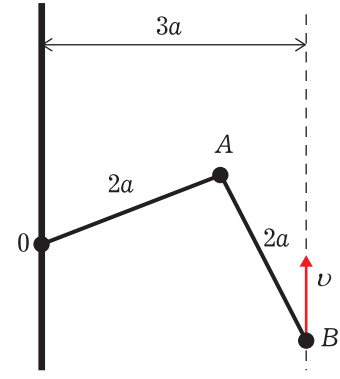


Рис. 6

Решение. а) Так как левый конец стержня конструкции закреплен в точке O, то шарнир A будет двигаться по окружности радиуса $2a$ и в любой момент времени вектор его скорости будет перпендикулярен OA. В момент времени, когда левый стержень OA горизонтально,

скорость шарнира A направлена вверх. И конец правого стержня, точка B, также имеет вертикально направленную скорость υ_0.

Из-за не растяжимости правого стержня, можно утверждать, что проекции скоростей υ и υ_0 на правое звено (то есть вдоль оси y), равны.

$$\upsilon\cos\alpha = \upsilon_0\cos\alpha \Rightarrow \upsilon_0 = \upsilon$$

Но это равенство скоростей имеет место только для данного момента времени. Центростремительное ускорение шарнира A может быть определено по формуле:

$$a_{\text{ц}} = \frac{\upsilon^2}{2a}.$$

И направлено это ускорение вдоль левого звена, то есть по оси x. Но так как скорость шарнира A меняется по величине, а не только по направлению, есть и тангенциальное (касательное) ускорение. Согласно условию, надо найти полное ускорение шарнира A.

Используем переход в другую систему отсчета, которая движется вверх со скоростью υ вместе с правым концом правого звена (от каждой скорости надо вычитать υ, направленную вверх). Тогда, в этой системе отсчета, точка O движется вниз со скоростью υ, а шарнир A неподвижен. Поэтому вектор его ускорения может быть лишь перпендикулярен правому стержню (рис. 7а).

Вектор полного ускорения шарнира будет точно таким же и в неподвижной системе отсчета.

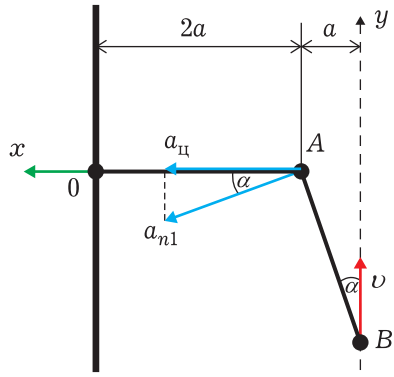


Рис. 7a

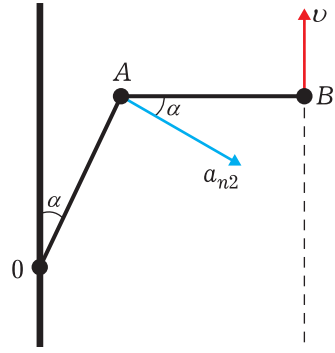


Рис. 7b

Проекция вектора полного ускорения шарнира на направление левого звена a_{n1} (на ось x) представляет собой центростремительное ускорение, и равна:

$$a_{\text{ц}} = a_{n1}\cos\alpha = \frac{\upsilon^2}{2a}.$$

Значит, вектор полного ускорения шарнира в момент времени, когда левое звено горизонтально, будет равен:

$$a_{n1} = \frac{a_{\text{ц}}}{\cos\alpha} = \frac{\upsilon^2}{2a\cos\alpha}, \text{ где } \alpha = 30^\circ$$

(см. рис. 7а) $a_{n1} = \dfrac{\upsilon^2}{a\sqrt{3}}$.

б) В момент времени, когда скорость шарнира А равна нулю, правое звено будет горизонтально. Вектор ускорения шарнира будет перпендикулярен неподвижному левому звену (рис. 7б).

Составляющая ускорения шарнира на правом стержне будет равна

$$a_{n2}\cos\alpha = \frac{\upsilon^2}{2a} \text{ так как } \alpha = 30°, \text{ то}$$

$$a_{n2} = \frac{\upsilon^2}{2a\cos\alpha} = \frac{\upsilon^2}{a\sqrt{3}}.$$

Таким образом

$$a_{n2} = a_{n1} = \frac{\upsilon^2}{a\sqrt{3}}.$$

Задача 5. Жесткие стержни длины l_1 и l_2 соединены шарнирно в точке A. Их свободные концы удаляются друг от друга равномерно со скоростями соответственно υ_1 и υ_2 направленными вдоль одной прямой (рис. 8). Найти ускорение точки A в тот момент, когда стержни составляют друг с другом угол 90°. Движение стержней происходит в одной плоскости.

Решение: Вектор $\vec{a}$ полного ускорения точки A в момент, когда стержни составляют друг с другом угол 90°, как сумму двух ускорений

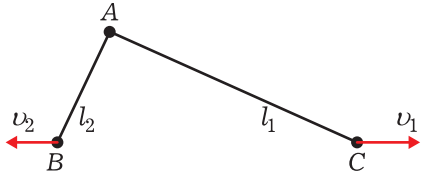


Рис. 8

a_1 и a_2. Эти ускорения направленны вдоль соответствующих стержней (рис. 9). Для вычисления a_1 и a_2 воспользуемся тем, что вектор ускорения остается постоянным при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой.

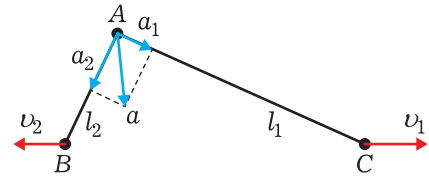


Рис. 9

Перейдем в систему отсчета, движущуюся со скоростью υ_2 влево. В этой системе отсчета конец левого стержня (точка B) покоится; конец правого стержня (точка C) движется вправо со скоростью $\upsilon_1 + \upsilon_2$, а точка A описывает окружность радиуса l_2 (рис. 10). Следовательно, ускорение $\vec{a}$ можно разложить на центростремительное (нормальное) ускорение и касательное (тангенциальное) ускорение. Это и есть ускорения a_1 и a_2 соответственно.

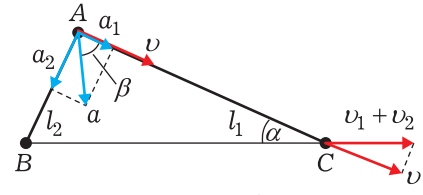


Рис. 10

Модуль центростремительного ускорения $a_2 = \frac{\upsilon^2}{l_2}$, где υ – линейная скорость движения точки A по

окружности. В момент, когда стержни составляют друг с другом угол 90°, вектор скорости $\vec{\upsilon}$ направлен вдоль правого стержня. Другой конец стержня AC имеет и этот момент скорость $\upsilon_1+\upsilon_2$, направленную вправо. Так как стержень жесткий, проекции скоростей его концом на прямую, вдоль которой он расположен, должны быть одинаковыми. Следовательно (см. рис. 10).

$$\upsilon=(\upsilon_1+\upsilon_2)\cos\alpha_1=\frac{(\upsilon_1+\upsilon_2)l_1}{\sqrt{l_1^2+l_2^2}}.$$

Тогда $a_2=\dfrac{\upsilon^2}{l_2}=\dfrac{(\upsilon_1+\upsilon_2)^2 l_1^2}{\left(l_1^2+l_2^2\right)l_2}.$

Аналогично, перейдя в систему отсчета, движущуюся вправо со скоростью υ_1, получим

$$a_1=\frac{\upsilon^2}{l_2}=\frac{(\upsilon_1+\upsilon_2)^2 l_2^2}{\left(l_1^2+l_2^2\right)l_1}.$$

Модуль полного ускорения

$$a=\sqrt{a_1^2+a_2^2}=\frac{(\upsilon_1+\upsilon_2)^2}{\left(l_1^2+l_2^2\right)l_1 l_2}\sqrt{l_1^6+l_2^6}.$$

Вектор $\vec{a}$ составляет со стержнем AC угол β такой, что

$$\operatorname{tg}\beta=\frac{a_2}{a_1}=\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3.$$

2. Шарнирные механизмы, состоящие из нескольких звеньев

Задача 6. Шарнирная конструкция состоит из трех ромбов, стороны которых равны (рис. 11). Вершина A_3 перемещается в горизонтальном направлении со скоростью υ. Определите скорости A_1, A_2, B_2, B_3 в тот момент, когда все углы конструкции прямые.

Решение: Из условия задачи следует, что во время движения конструкции между расстояниями A_0A_1, A_0A_2, A_0A_3 сохраняется соотношение

$$A_0A_1 : A_0A_2 : A_0A_3 = 1 : 2 : 3$$

Поэтому скорости точек A_1, A_2, A_3 относятся как

$$\upsilon_{A1} : \upsilon_{A2} : \upsilon_{A3} = 1 : 2 : 3$$

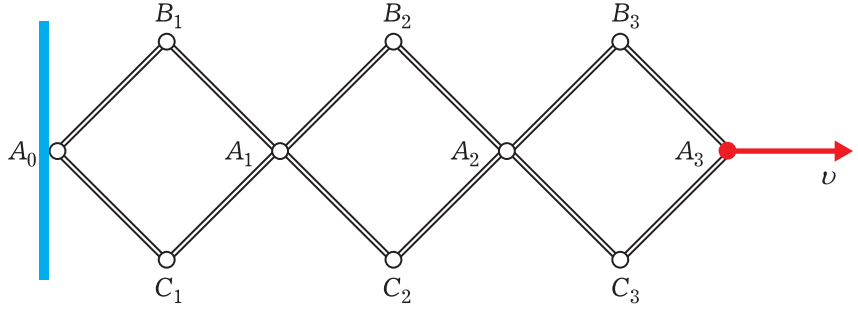


Рис. 11

и, следовательно

$$\upsilon_{A1} = \frac{\vartheta}{3} \quad \upsilon_{A2} = \frac{2\vartheta}{3}$$

Рассмотрим теперь движение среднего звена ($A_1 B_2 A_2 C_2$) в тот момент, когда углы конструкции прямые. В системе отсчета, движущейся со скоростью $\vec{\vartheta}_{A1}$, в этот момент скорость точки $B_2 \vec{\vartheta}'_{B2}$ направлена вдоль стороны B_2A_2 (рис. 12).

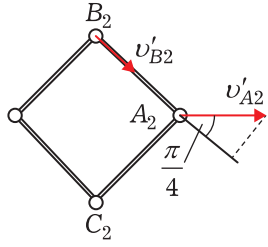


Рис. 12

Скорость точки A_2 направлена горизонтально и равна

$$\upsilon'_{A2} = \upsilon_{A2} - \upsilon_{A1} = \upsilon / 3.$$

Из условия нерастяжимости стержня B_2A_2 вытекает, что

$$\upsilon'_{B2} = \upsilon'_{A2} \sin(\pi / 4) = \upsilon\sqrt{2} / 6.$$

Скорость точки B_2 относительно неподвижной системы отсчета (относительно точки A_0) найдем, воспользовавшись теоремой косинусов (рис. 13):

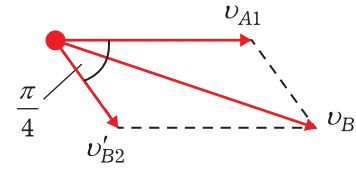


Рис.13

$$\upsilon_{B2}^2 = \upsilon_{A1}^2 + \upsilon_{B2}'^2 + \left(2\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\upsilon_{A1} \cdot \upsilon'_{B2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_{B2}^2 = (5/18)\upsilon^2, \text{ отсюда } \upsilon_{B2} = \upsilon\sqrt{\frac{5}{18}}.$$

Посредством теоремы косинусов найдем скорость точки B_3 относительно неподвижной системы:

$$\upsilon_{B3} = \upsilon\sqrt{\frac{13}{18}}.$$

Задача 7. Шарнирная конструкция состоит из трех ромбов, стороны которых относятся, как 1 : 2 : 3 (рис. 14). Вершина A_3 перемещается в

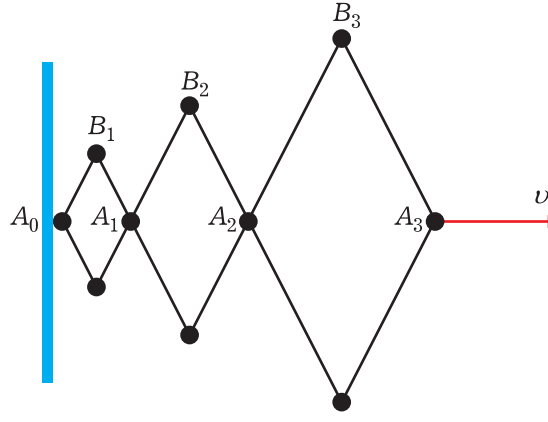


Рис. 14

горизонтальном направлении со скоростью υ_0. Определить скорости вершин A_1, B_2, A_2 в тот момент, когда все углы конструкции прямые.

Решение. Длина отрезка A_0A_3 равна 6 условных единиц длины (у.е.). Значит A_0A_1 – 1у.е., A_0A_2 – 3у.е. Анализируя эти данные можно найти скорости $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$ точек A_1 и A_2:

$$\upsilon_1 = \frac{\upsilon_0}{6}, \upsilon_2 = \frac{\upsilon_0}{2}.$$

Для определения скорости точки B_2 удобно рассмотреть её движение в системе отсчета, движущейся со скоростью $\vec{\upsilon}_1$. В этой системе отсчета A_1 не подвижна, а точка A_2 движется со скоростью $\vec{\upsilon}_2' = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1$,

или $\upsilon_2' = \frac{\upsilon_0}{2} - \frac{\upsilon_0}{6} = \frac{\upsilon_0}{3}$.

Скорость $\vec{u}_2'$ точки B_2 перпендикулярна стержню A_1B_2 и равна по модулю

$$u_2' = \frac{\upsilon_2'/2}{\cos\frac{\pi}{4}} = \frac{\upsilon_0}{6\cos\frac{\pi}{4}}.$$

В неподвижной системе отсчета скорости $\vec{u}_2 = \vec{u}_2' + \vec{\upsilon}_1$ (рис. 15).

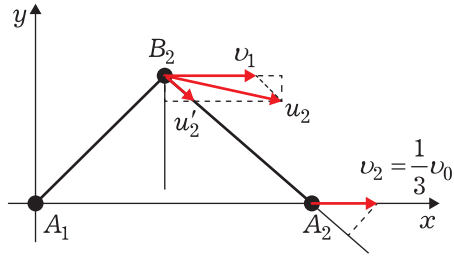


Рис.15

Модуль вектора $\vec{u}_2'$ равен $u_2' = \frac{\upsilon_0}{3\sqrt{2}}$, а проекция вектора на оси координат OX и $OУ$ принимает значения:

$$u_{2x} = \upsilon_1 + u_2'\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\upsilon_0}{6} + \frac{\upsilon_0}{6} = \frac{\upsilon_0}{3},$$

$$u_{2y} = u_2'\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\upsilon_0}{6}.$$

Поэтому $u_2 = \sqrt{\upsilon_{2x}^2 + \upsilon_{2y}^2} = \frac{\upsilon_0\sqrt{5}}{6}$.

Упражнения:

1. Четыре одинаковых жестких стержня длиной L каждый, концы которых шарнирно соединены, образуют ромб, диагональ которого BD больше диагонали AC (рис. 16). Ромб лежит на столе. В некоторый момент вершины A и C начинают двигать по столу в противоположные стороны вдоль прямой AC с одинаковыми по величине скоростями υ. Найдите ускорение вершины B относительно стола в тот момент, когда ромб превращается в квадрат.

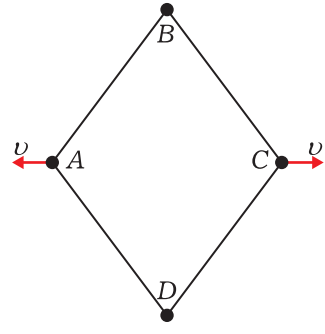


Рис. 16

Решение: Относительно вершины A вершина C движется с постоянной скоростью 2υ, направленной вдоль прямой AC. Поскольку стержни, образующие ромб, жесткие, величины составляющих скоростей всех точек каждого стержня вдоль направления стержня должны быть одинаковыми. Следовательно, проекции скоростей точек B и C на ось стержня BC должны быть равны $u = 2\upsilon\cos\alpha$, где α – угол между вектором скорости точки C и осью указанного стержня (рис. 17).

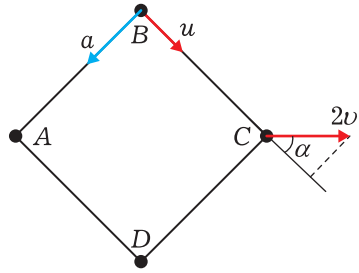


Рис. 17

В тот момент времени, когда ромб превращается в квадрат, угол α становится равным 45°. Учитывая это и то, что стержень AB является жестким, можно утверждать, что вершина B в интересующий момент времени движется по дуге окружности радиусом L со скоростью $u = \sqrt{2}\upsilon$. Поэтому в указанный момент времени величина составляющей ускорения точки B, направленной вдоль AB к точке A, равна

$$a_1 = \frac{2\upsilon^2}{L}.$$

Учитывая, что относительно точки C вершина A движется со скоростью 2υ, и повторяя приведенные выше рассуждения, можно доказать, что величина составляющей ускорения точки B, направленной вдоль оси стержня BC, образующей с осью стержня AB прямой угол, равна a_1. Поскольку вершина B движется в плоскости стола, ее ускорение относительно стола не может иметь составляющей, перпендикулярной плоскости стола. Следовательно, ускорение вершины B относительно стола в заданный момент времени равно

$$a = \sqrt{2}a_1 = \frac{2\sqrt{2}\upsilon^2}{L}$$

и направлено от точки B к точке D.

2. Два жёстких стержня длины a каждый шарнирно скреплены в точке A. Стержень BA жёстко закреплён в точке B, а точка C стержня AC может скользить по направляющей BC (рис. 18). Стержень BA начинают вращать в плоскости рисунка вокруг точки B с постоянной угловой скоростью ω. Чему будут равны максимальная скорость и ускорение точки C, если в начальный момент стержни вытянуты вдоль направляющей BC?

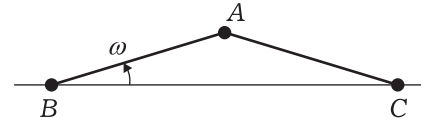


Рис. 18

Решение. Поскольку стержни жесткие, в любой момент времени проекции скоростей точек A и C на направление AC должны быть равны, то есть

$\upsilon_A \cos\beta = \upsilon_C \cos\alpha$ (рис. 19)

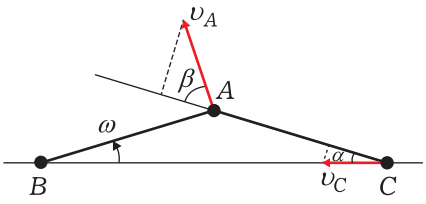


Рис. 19

Здесь $\upsilon_A = \omega l$ – скорость точки A, υ_C – скорость точки C в данный момент времени, $\alpha = \omega t$ – угол, который составляет стержень BA (AC) с направляющей BC в данный момент времени ($\alpha \le \pi/4$, $\beta = \pi/2 - 2\alpha$; при $\alpha \ge \pi/4$, $\beta = 2\alpha - \pi/4$). Итак,

$$\upsilon_A \sin 2\alpha = \upsilon_C \cos\alpha \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \upsilon_C = 2\upsilon_A \sin\alpha = 2\upsilon_A \sin\omega t$$

то есть скорость точки C меняется со временем по гармоническому закону. Значение υ_C максимально при $\alpha = \pi/2$, то есть, когда точка C совпадает с точкой B:

$$\upsilon_{C\max} = 2\upsilon_A = 2\omega l.$$

Ускорение точки C в любой момент времени равно $a_C = (\upsilon_C)' = 2\upsilon_A \omega \cos\omega t$. Значение a_C максимально при $t = 0$, то есть в начальный момент времени:

$$a_{C\max} = 2\upsilon_A \omega = 2\omega^2 l.$$

3. Из четырех одинаковых тонких стержней длиной L каждый сделали ромб, скрепив их концы шарнирно (рис. 20). Шарнир A закреплен, противоположный шарнир $Б$ двигают вдоль диагонали ромба с постоянным ускорением a. Вначале упомянутые противоположные вершины находятся близко друг к другу, а скорость точки $Б$ равна нулю. Какое ускорение будет иметь шарнир B в тот момент, когда стержни AB и $BБ$ составят угол 2α? Считайте движение всех точек плоским.

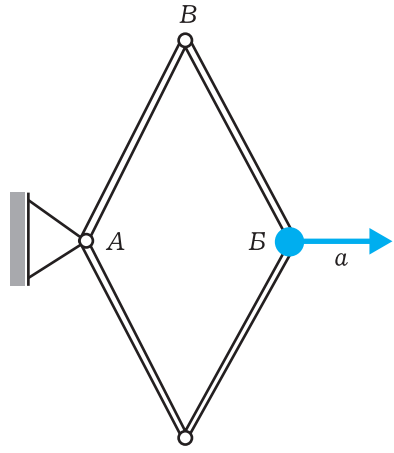


Рис. 20

Решение: Ускорение точки B по горизонтали – в направлении движения шарнира $Б$ – равно половине ускорения этого шарнира, т.е. $0{,}5a$. Обозначим вертикальную составляющую ускорения шарнира B буквой b. Если мы найдем эту величину, задача будет практически решена. Для нахождения величины b заметим, что точка B движется по окружности радиусом L, и мы можем воспользоваться формулой для центростремительного ускорения. Но для этого нужно знать скорость точки B в интересующий нас момент времени. Найдем вначале скорость точки $Б$:

длина пройденного этой точкой пути равна

$$2L\sin\alpha = a\tau^2 / 2,$$

откуда $\upsilon_Б = a\tau = \sqrt{4aL\sin\alpha}$. Скорость точки B – обозначим ее величину через u – перпендикулярна стержню AB, а ее горизонтальная составляющая $(u\cos\alpha)$ равна

$$\frac{\upsilon_Б}{2} = \frac{\sqrt{4aL\sin\alpha}}{2} = \sqrt{aL\sin\alpha}.$$

Отсюда получаем $u = \dfrac{\sqrt{aL\sin\alpha}}{\cos\alpha}$.

Для нахождения величины b используем центростремительную составляющую ускорения точки B (рис. 21).

$$b\cos\alpha - \frac{1}{2}a\cos\alpha = \frac{u^2}{L} = \frac{aL\sin\alpha}{L\cos^2\alpha}.$$

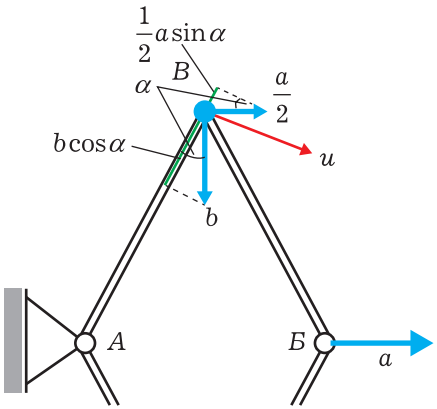


Рис. 21

Откуда $b = a\left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{\cos^2\alpha}\right)\mathrm{tg}\alpha$. Мы нашли обе составляющие ускорения шарнира B. Его полное ускорение равно

$$a_B = \sqrt{b^2 + \frac{a^2}{4}}.$$

Литература

1. Муравьёв С.Е., Ольчак А.С. Диалоги об истории науки и инженерии. Диалог 18. Шарниры человечества: часть I // Потенциал.- 2022. – №5. – с. 2-15.
2. Муравьёв С.Е., Ольчак А.С. Диалоги об истории науки и инженерии. Диалог 18. Шарниры человечества: часть II // Потенциал. – 2022. – №6. – с. 2-13.
3. Муравьёв С.Е., Ольчак А.С. Генисаретская С.В. Диалоги об истории науки и инженерии. Диалог 18. Шарниры человечества: часть III // Потенциал.- 2022. – №7. – С. 2-12.

ЮМОР

В научном мире долго не утихали дискуссии о наименовании единицы измерения частоты. Но консенсус так и не был достигнут. С тех пор так и пишут — Hz.

***

Сначала, в начальной школе, нам говорят, что нельзя вычитать из меньшего большее. Потом, в старших классах, оказывается, что всё-таки можно. Тогда говорят, что нельзя делить на ноль. Потом, в высшей школе, оказывается, что иногда всё-таки можно. Что дальше, господа?

***

Как отличить математика от физика? Антоним к "параллельно" для математика — перпендикулярно, а для физика — последовательно.

***

Можно ли назвать труд физика физическим трудом?