

Мукушев Базарбек Агзашулы
Профессор Казахского агротехнического исследовательского университета им. С. Сейфуллина, доктор педагогических наук,
г. Астана, Республика Казахстан

Измерительные приборы в электрических цепях

В статье рассматриваются амперметры и вольтметры в цепях постоянного тока, использование шунтов и добавочных сопротивлений для расширения пределов измерения приборов.

Статья предназначена школьникам старших классов физико-математического профиля.

Введение

При изучении цепи постоянного тока, часто рассматриваются задачи с идеальными электроизмерительными приборами. При этом считается, что амперметры не обладают сопротивлением, а сопротивление вольтметров — бесконечно большое. Рассмотрим работу таких приборов с учётом их сопротивления, чтобы яснее понимать процессы, происходящие в электрических цепях [1].

При этом, рассматривая расширение пределов измерения с помощью шунтов или добавочных сопротивлений, будем говорить больше об аналоговых приборах. В современных цифровых приборах появляются особенности использования таких устройств, которые требуют отдельного рассмотрения.

Для расширения пределов измерения амперметра (или гальванометра) и вольтметра используются шунты и добавочные сопротивления соответственно. Силу тока в цепи измеряют амперметром, который включается в цепь последовательно (рис. 1).

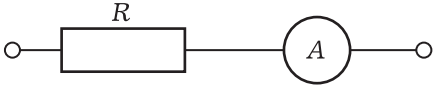


Рис. 1

Чтобы амперметр не вносил существенных изменений в режим работы цепи, его сопротивление должно быть очень малым, т.е. $R_A \ll R$. Каждый амперметр рассчитан на некоторую максимальную силу тока, обозначим его I_A, при превышении которой прибор может перегореть. Как же быть, если нужно измерить значительно большой ток,

чем I_A? Для этого применяют шунт — резистор с очень малым сопротивлением, который включают параллельно амперметру (рис. 2).

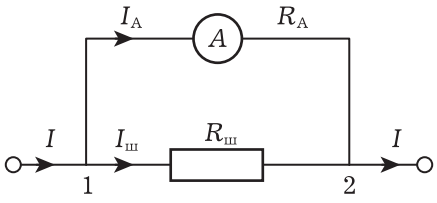


Рис. 2

Поскольку сопротивление шунта $R_ш$ во много раз меньше, чем сопротивление амперметра R_A, через амперметр протекает малая часть общего тока.

Если мы хотим уменьшить чувствительность амперметра в n раз, то мы должны взять шунт с сопротивлением $R_ш = \dfrac{R_A}{n-1}$ [2].

Вольтметр включается параллельно тому участку цепи — резистору сопротивлением R, напряжение на котором мы хотим измерить (рис. 3), и поэтому на него ответвляется некоторый ток от основной цепи.

Любой вольтметр рассчитан на измерение напряжения, не превышающего некоторого предела — номинальное напряжение — $U_В$. Нередко случается, что измеряемое напряжение U может оказаться больше номинального напряжения имеющегося в нашем распоряжении

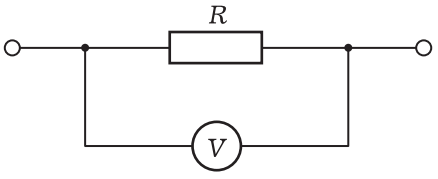


Рис. 3

вольтметра. Но если к вольтметру присоединить последовательно с ним дополнительный резистор сопротивлением $R_Д$ (рис. 4), то предел измерения напряжения вольтметра расширится.

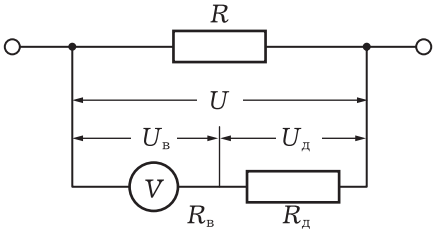


Рис. 4

Отношение $\dfrac{U}{U_В} = n$ показывает, во сколько раз расширяется предел измерения напряжения вольтметром. Таким образом, при подсоединении добавочного сопротивления чувствительность вольтметра уменьшается n раз, а цена деления вольтметра соответственно n раз. Отсюда найдем значение добавочного сопротивления к вольтметру [2]:

$$R_Д = R_В(n - 1)$$

Электрические цепи, состоящие из источника тока и электроизмерительных приборов

Рассмотрим электрические цепи, состоящие только из источника ЭДС и электроизмерительных приборов.

Задача 1. При разомкнутом ключе K вольтметр V_1 показывает 7,2 В (рис. 5). Что покажут вольтметры V_1 и V_2 при замыкании ключа

K. Вольтметры одинаковые. ЭДС источника тока $\varepsilon = 9$ В, его внутреннее сопротивление неизвестно.

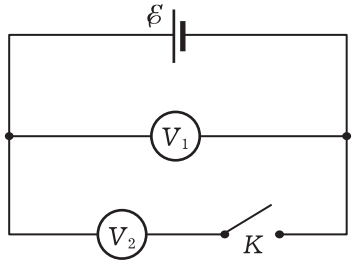


Рис. 5

Решение. Обозначим через r внутреннее сопротивление источника ЭДС, а через $r_в$ — сопротивление вольтметра. Тогда, согласно закону Ома для полной цепи, при разомкнутом ключе ток в цепи равен

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{r + r_в},$$

а напряжение, которое показывает вольтметр V_1, равно

$$U_0 = I_0 r_в = \frac{\varepsilon r_в}{r + r_в}.$$

Отсюда получим

$$r_в = 4r$$

После замыкания ключа ток через источник равен

$$I = \frac{\varepsilon}{r + \frac{r_в}{2}} = \frac{2\varepsilon}{2r + r_в},$$

а ток через каждый вольтметр два раза меньше тока, протекающего через источник. Напряжения на вольтметрах V_1 и V_2 одинаковы и равны

$$U_1 = U_2 = \frac{I}{2} r_в = \frac{\varepsilon r_в}{2r + r_в} = 6 \text{ В}.$$

Задача 2. ЭДС батарейки равна 10 В. В схеме (рис. 6) использованы одинаковые вольтметры. Найти их показания. Внутреннее сопротивление батарейки считайте ничтожно малым.

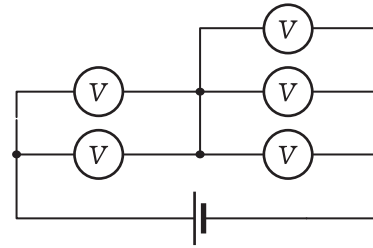


Рис. 6

Решение. Ток батарейки протекает через параллельно соединенные два вольтметра, разделившись пополам между ними, а затем через тройку вольтметров, через каждый из них течет одна треть общего тока. Известно, что значение напряжения, которое показывает вольтметр, прямо пропорционально току, который протекает через вольтметр. Таким образом, мы можем записать следующие уравнения:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{I}{3}}{\frac{I}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$U_1 + U_2 = 10$$

Решая эти уравнения, найдем:

$$U_1 = \frac{3}{5} U = 6 \text{ В};$$

$$U_2 = U - U_1 = \frac{2}{5} U = 4 \text{ В}.$$

Идею этой задачи можно использовать на практике. Например, у вас есть только школьные вольтметры с пределом измерения 6 В, а нужно измерить напряжение батарейки «Крона», про которую известно, что ее напряжение больше 6 вольт, но меньше 10 В. В таком случае два вольтметра соединяют последовательно и подключают к батарейке.

Задача 3. ЭДС батарейки 6 В. Внутреннее сопротивление её пренебрежимо мало. В схему (рис. 7) включены 6 одинаковых вольтметров. Найдите их показания.

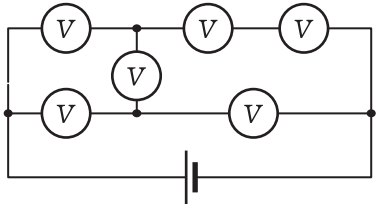


Рис. 7

Решение. Обозначим сопротивление каждого вольтметра через R. Задачу можно оптимально решать с помощью *метода узловых потенциалов* [3]. Будем считать нулевым потенциал точки, присоединенный к «минусу» батарейки, тогда потенциал «плюс» батарейки составит U. Обозначим потенциал верхнего узла, к которому присоединен «вертикальный» вольтметр, через φ_1, а соответствующего нижнего узла через — φ_2.

Напишем для этих узлов следующие уравнения:

$$\frac{U-\varphi_1}{R}=\frac{\varphi_1-\varphi_2}{R}+\frac{\varphi_1}{2R}$$

$$\frac{U-\varphi_2}{R}+\frac{\varphi_1-\varphi_2}{R}=\frac{\varphi_2}{R}.$$

Откуда находим

$$\varphi_1=\frac{8}{13}U=\frac{48}{13}\text{ В},\ \varphi_2=\frac{7}{13}U=\frac{42}{13}.$$

Тогда показания вольтметров (слева сверху, по часовой стрелке) будут такими:

$$U_1=\frac{30}{13}\text{ В},\ U_2=\frac{24}{13}\text{ В},\ U_3=\frac{24}{13}\text{ В},$$

$$U_4=\frac{42}{13}\text{ В},\ U_5=\frac{36}{13}\text{ В},$$

а шестой вольтметр — перемычка показывает $U_6=\frac{6}{13}$ В.

Задача 4. В электрической цепи, изображенной на рисунке 8, амперметры одинаковые, а вольтметры различные. Первый амперметр показывает ток I_1=1А, а второй амперметр показывает I_2=1,3 А, а первый вольтметр показывает напряжение U_1 = 2 В. Что показывает второй вольтметр?

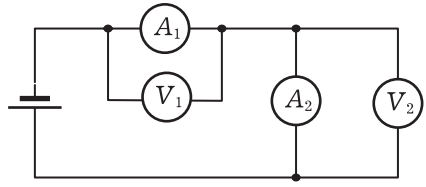


Рис. 8

Решение. Через амперметр A_1 течет ток I_1, а напряжение на нем, которое показывает вольтметр V_1, равно U_1. Из этих данных находим сопротивление амперметра

$$R_\text{A}=\frac{U_1}{I_1}=2\text{ Ом}.$$

А через амперметр A_2 течет ток I_2, а напряжение нем равно

$$U_2=I_2R_2=1{,}3\text{ А}\cdot 2\text{ Ом}=2{,}6\text{ В}.$$

Именно это значение и показывает второй вольтметр.

Электрические цепи, состоящие из измерительных приборов, источника тока и потребителей

Пусть теперь электрические цепи состоят из источника тока, электроизмерительных приборов и потребителей электрической энергии.

Задача 5. В схеме на рисунке 9 все вольтметры одинаковые. ЭДС батареи $\varepsilon = 5$ В, ее внутреннее сопротивление мало. Верхний вольтметр показывает $U_1 = 2$ В. Что показывают остальные вольтметры?

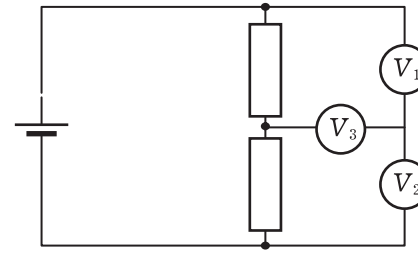


Рис. 9

Решение: Сумма показаний «верхнего» U_1 и «нижнего» U_2 вольтметров равна напряжению батареи, поэтому нижний вольтметр покажет:

$$U_2 = \varepsilon - U_1 = 3 \text{ В}.$$

Поскольку вольтметры одинаковы, то они имеют одинаковые сопротивления. Запишем первое правило Кирхгофа для правого узла [4]:

$$I_2 = I_1 + I_3,$$

где I_2 — ток в нижнем вольтметре, I_1 — ток в верхнем вольтметре, I_3 — ток в среднем вольтметре. Перепишем полученное выражение в виде:

$$\frac{U_2}{R} = \frac{U_1}{R} + \frac{U_3}{R},$$

где R — сопротивление каждого вольтметра. Отсюда находим

$$U_3 = U_2 - U_1 = 1 \text{ В}.$$

Электроизмерительные приборы с шунтами и добавочными сопротивлениями

Теперь обсудим вопросы шунтирования амперметра или гальванометра, подключения добавочного сопротивления к вольтметру, необходимые для расширения пределов измерения приборов.

Задача 6. Многопредельный амперметр представляет собой миллиамперметр с набором сменных шунтов. Им измеряют ток в некоторой цепи. На пределе «1 мА» прибор показал 1мА; когда его переключили на предел «3 мА», он показал 1,5 мА. Тем не менее, прибор исправный — он точно показывает величину протекающего через него тока. Каков истинный ток в цепи, когда миллиамперметр отсутствует.

Решение: На рисунке 10 представлена электрическая схема, где через I обозначен ток, протекающий через миллиамперметр, а через $I_{об.}$ — ток в электрической цепи с некоторым сопротивлением R.

Сопротивление миллиамперметра обозначим через R_A.

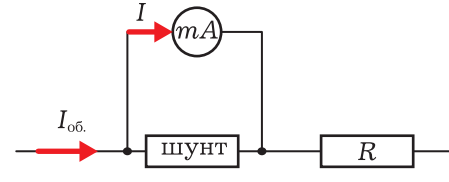


Рис. 10

В первом случае

$$I = I_A; I_{об.} = I_1.$$

где I_A- величина тока, при которой стрелка амперметра отклоняется полностью.

Общее напряжение в цепи равно

$$U = I_A R_A + I_1 R, \text{ где } I_1 = 1 \text{ мА}$$

Во втором случае

$$I = \frac{1}{2} I_A, I_{об.} = I_2, U = \frac{I_A}{2} R_A + I_2 R,$$

где $I_2 = \frac{3}{2} I_1 = 1{,}5$мА

В третьем случае $U = IR$, где I — значение истинного тока. Приравниваем выражения напряжения в цепи в первых двух случаях и получим:

$$I_A R_A + I_1 R = \frac{I_A}{2} R_A + I_2 R$$

или

$$I_A R_A = I_1 R$$

или

$$U = 2\, I_1\, R.$$

Тогда из выражения для напряжения в цепи в третьем случае находим

$$I = \frac{U}{R} = \frac{2 I_1 R}{R} = 2 I_1 = 2 \text{ мА}$$

Задача 7. Присоединение к вольтметру некоторого добавочного сопротивления увеличивает предел измерения напряжения в n раз. Другое добавочное сопротивление увеличивает предел измерения в m раз. Во сколько раз увеличится предельно измеримое вольтметром напряжение, если включить последовательно с вольтметром эти два добавочных сопротивления, соединенные между собой параллельно?

Решение. Пусть r — сопротивление вольтметра, U — максимальное напряжение на вольтметре, I — ток, текущий через вольтметр при этом напряжении. При использовании добавочных сопротивлений максимальный ток должен быть прежним. Для трех случаев имеем:

$$I(R_1 + r) = nU, I(R_2 + r) = mU,$$

$$I\left(\frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1} + r\right) = kU,$$

где R_1 и R_2 — добавочные сопротивления, k — искомая величина. Учитывая, что $Ir = U$, эти уравнения можно преобразовать в виду

$$R_1 + r = nr\,, R_2 + r = mr,$$

$$\frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1} + r = kr$$

Отсюда получаем $k = \frac{mn - 1}{m + n - 2}$.

Упражнения

1. При подключении вольтметра к неизвестному источнику ЭДС, рассчитанного на измерение напряжений до 10 В, вольтметр зашкаливает. Если одновременно подключить два таких вольтметра — параллельно и последовательно, — то они в обоих случаях покажут одинаковые значения U = 8В. Определите ЭДС неизвестного источника.

Решение. Пусть R — сопротивление вольтметра, а r — внутреннее сопротивление источника тока.

В первом случае — при параллельном подключении вольтметров — общий ток будет равным:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{2} + r} = \frac{2\varepsilon}{R + 2r}.$$

Показание каждого вольтметра при этом

$$U_1 = \frac{I_1}{2}\cdot R \text{ или } \frac{\varepsilon}{R+2r}\cdot R = 8.$$

Во втором случае — при последовательном соединении вольтметров — ток в цепи равен

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{2R+r},$$

а показание вольтметров

$$U_2 = I_2 R \text{ или } \frac{\varepsilon}{2R+r}\cdot R = 8.$$

Итак,

$$\frac{\varepsilon}{R+2r}\cdot R = \frac{\varepsilon}{2R+r}\cdot R \text{ т.е. } R = r.$$

Эти данные подставим в одну из формул напряжения вольтметров и находим ЭДС неизвестного источника.

$$\varepsilon = 24 \text{ Вольт.}$$

2. К идеальной батарейке подключены последовательно соединенные вольтметр и амперметр. Вольтметр показывает 6В, амперметр — 1мА. Параллельно амперметру подключают еще один такой же амперметр, после этого показания первого амперметра уменьшается до 0,51мА. Считая показания приборов точными, найти по этим данным сопротивления приборов.

Решение. По данным в условии задачи найдем сопротивление вольтметра:

$$R_V = \frac{U_1}{I_1} = \frac{6}{10^{-3}} = 6000 \text{ Ом} = 6 \text{ кОм}.$$

Для Э.Д.С. идеальной батарейки напишем:

$$\varepsilon = U_1 + U_{A1} = U_1 + I_1 R_A$$

При подключении параллельно амперметру еще один такой же амперметр по каждому из них течет ток $I_2 = 0{,}51$мА. Следовательно, через вольтметр течет ток $I = 1{,}02$ мА. Итак, $\varepsilon = U_2 + U_{A2}$, где $U_2 = I \cdot R_V = 1{,}02 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^3 = 6{,}12$ В.

Итак, $\varepsilon = U_2 + I_2 R_A$.

Приравнивая выражения ЭДС для обоих случаев, запишем:

$$U_1 + I_1 R_A = U_2 + I_2 R_A$$

$$\text{отсюда } R_A = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} = 245 \text{ Ом}.$$

3. К идеальной батарейке подключены последовательно соединенные вольтметр и амперметр. Вольтметр показывает 6В, амперметр 1 мА. Параллельно амперметру подключают еще один такой же амперметр, после этого показания первого амперметра понижаются до 0,51 мА. Найдите по этим данным сопротивления приборов.

Решение. Согласно условию задачи

$$I_1 \cdot (R_A + R_V) = \varepsilon \qquad (1)$$

$$I_1 R_V = U_1 \qquad (2)$$

В уравнениях (1) и (2) $I_1 = 10^{-3}$ А, ε — ЭДС батареи, $U_1 = 6$ В показания вольтметра.

Сопротивление двух включенных параллельно вольтметров равно $\frac{1}{2} R_V$. Поскольку вольтметры одинаковые, ток, текущие через них равны, следовательно, когда первый амперметр показывает ток $I_2 = 0{,}51 \cdot 10^{-3}$А, то через цепь течет ток равный $2 \cdot I_2$.

$$2 \cdot I_2 \cdot \left(\frac{1}{2} R_A + R_V\right) = \varepsilon \qquad (3)$$

Уравнения (1) и (3) приводят к неравенству

$$I_2 \cdot R_A + 2 \cdot I_2 \cdot R_V = I_1 \cdot R_A + I_1 \cdot R_V$$

Откуда

$$R_A = \frac{(2 \cdot I_2 - I_1)}{(I_1 - I_2)} \cdot R_V.$$

Сопротивление вольтметра найдем из (2): $R_V = \frac{U_1}{I_1} = 6$ кОм

$$R_A = \frac{(2 \cdot I_2 - I_1)}{(I_1 - I_2)} \cdot R_V = 244 \text{ Ом}$$

4. При замкнутом ключе K вольтметр V_1 показывает $0{,}8\varepsilon$, где ε — ЭДС батареи (рис. 11). Что покажут вольтметры V_1 и V_2 при разомкнутом ключе, если их сопротивления равны?

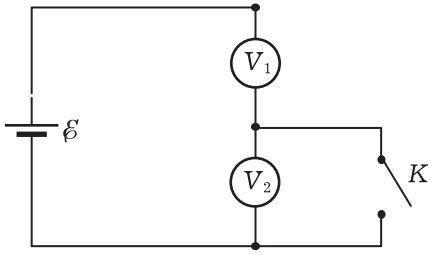


Рис. 11

Решение. В условии задачи ничего не сказано о внутреннем сопротивлении батареи, но показание вольтметра V_1 при замкнутом ключе K не равно значению ЭДС источника, следовательно, как и всякая реальная батарея, данная батарея обладает некоторым внутренним сопротивлением. Обозначим его через r.

В первом случае, когда ключ K замкнут, вольтметр V_2 можно убрать из схемы. Тогда силу тока I_1 в цепи можно найти по закону Ома для замкнутой цепи: $I_1 = \frac{\varepsilon}{R + r}$, где R — сопротивление вольтметра. С другой стороны, по закону Ома для участка цепи (вольтметр V_1) $I_1 = 0{,}8\varepsilon/R$. Из этих выражений найдем $r/R = 0{,}25$.

При разомкнутом ключе показания вольтметров будут одинаковыми, поскольку они соединены последовательно, а их сопротивления равны. Пусть показание каждого вольтметра U. Запишем уравнения для тока I_2 в новой цепи: с одной стороны, $I_2 = \frac{\varepsilon}{2R + r}$, с другой стороны, $I_2 = \frac{U}{R}$. Из этих выражений, используя полученное ранее отношение r / R, найдем

$$U = \frac{\varepsilon}{2 + \frac{r}{R}} = \frac{4}{9}\varepsilon.$$

5. К гальванометру с сопротивлением $r = 1$ Ом присоединили шунт, понижающий чувствительность гальванометра в 100 раз. Какой резистор надо включить последовательно с шунтированным гальванометром, чтобы общее сопротивление осталось неизменным?

Решение: Условие равенства напряжений на сопротивлении шунта $r_ш$ и гальванометре, сопротивление которого r. (рис. 12).

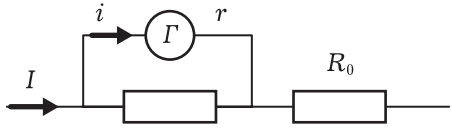


Рис. 12

$i\,r = (I - i)r_{ш}$, где I — ток во внешней цепи,. i — ток через гальванометр. Следовательно,

$$r_{ш} = \frac{i \cdot r}{I - i} = \frac{r}{n - 1},$$

где n — число, показывающее, во сколько раз понизились чувствительность гальванометра. Согласно условию

$$\frac{r_{ш} \cdot r}{r_{ш} + r} + R_0 = r,$$

откуда

$$R_0 = \frac{r^2}{r_{ш} + r} = \frac{r(n-1)}{n} = 0{,}99 \text{ Ом}.$$

Литература

1. Мукушев Б.А. Электрические цепи с измерительными приборами // Квант. — 2014. — №4. с.39-43.
2. Мукушев Б.А. Шунты и добавочные сопротивления в задачах // Квант. — 2017. — №3. с.46-49.
3. Черноуцан А.И. Участок цепи с источником тока // Квант. — 1997. — №3. -с.35-37.
4. Варламов А. А. Правила Кирхгофа // Квант. — 1985. — №1. — с.26-27.
5. Баканина Л.П., Белончукин В.Е., Козел С.М., Мазанько И.П. Сборник задач по физике. М.: Изд-во «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 2020. — 352 с.

НОВОСТИ

Погружение в физику: новый учебник МФТИ для 10-11 классов ликвидирует «слепые зоны» в подготовке к олимпиадам

Директор по довузовской подготовке МФТИ Виталий Шевченко на Всероссийском съезде учителей физики представил новый двухтомный учебник физики углублённого уровня для 10−11 классов. Инициатива исходит от Московского физико-технического института (МФТИ) и реализуется в рамках госполитики в сфере образования. Новое учебное пособие систематизирует передовой методический и олимпиадный опыт для повышения качества физического образования в стране.

Виталий Шевченко рассказал, что поводом для создания учебника послужило многолетнее наблюдение за решением школьниками нестандартных задач на всероссийских олимпиадах.

«У учащихся часто возникают трудности с такими разделами физики, как поверхностное натяжение, волновая оптика (дифракция, интерференция), токи в различных средах и квантовая физика. Новый учебник призван ликвидировать эти «слепые зоны» и дать ученикам целостное и глубокое понимание физических явлений» — уточнил Виталий Шевченко.

Новое пособие включает сложные разделы механики и электродинамики, которые традиционно вызывают наибольшие трудности у школьников при решении задач. Материал изложен так, что его можно использовать и для углублённой подготовки в 9-м классе. Учебник не только предоставляет теоретические знания, но и учит школьников анализировать задачи с разных сторон, используя текст, схемы, диаграммы и графики, что развивает научное мышление.

В состав нового учебного пособия войдёт обширный лабораторный практикум, основанный в том числе на лучших задачах экспериментальных туров всероссийских олимпиад.

Полностью статья опубликована на сайте: https://mipt.ru/news/