

Подлесный Дмитрий Владимирович
Декан факультета довузовской подготовки Саровского государственного физико-технического института (СарФТИ), заведующий кафедрой общей физики СарФТИ, кандидат педагогических наук, доцент, учитель физики Ельниковского лицея (село Ельники, Республика Мордовия), Заслуженный учитель Республики Мордовия.

Анализ давления на дно сосуда в задачах гидростатики

В статье на конкретных примерах показан подход к решению задач гидростатики, основанный на анализе силы, с которой содержимое сосуда действует на его дно. Разобран ряд типичных задач на расчет изменения уровня жидкости в сосуде при изменении положения или состояния тел, погруженных в жидкость.

Введение

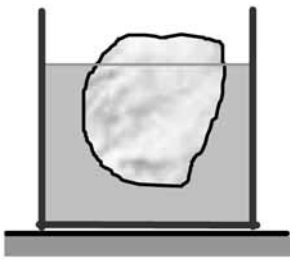
Задачи по гидростатике часто встречаются в билетах вступительных экзаменов по физике в технические вузы, а также в заданиях физических олимпиад различных этапов, включая финальный этап Всероссийской олимпиады. В данной статье мы не будем касаться всех типов задач по гидростатике, а ограничимся задачами, в которых затрагивается вопрос о равновесии тел, плавающих на поверхности или внутри жидкости, с анализом изменения уровня жидкости в сосуде с вертикальными стенками, происходящего вследствие определённых событий. Решение «в лоб» подобных задач сводится к определению объёмов частей тел, погруженных в жидкость, и сопоставлению этих объёмов с изменением уровня жидкости в сосуде. Предложим иной подход к решению таких задач, основанный на анализе результирующей силы, с которой содержимое сосуда действует на его дно.

Рассмотренные ниже задачи № 4 и № 3 составлены автором статьи в 1986 году и предлагались на областном и зональном этапах Всероссийской олимпиады школьников по физике, соответственно. Остальные задачи взяты из задачников.

Для решения приведённых ниже задач требуется знание формулы расчёта давления жидкости на дно сосуда: $p = p_A + \rho gh$, где p_A – атмосферное давление, ρ – плотность жидкости, h – высота уровня жидкости над дном сосуда, g – ускорение свободного падения. При этом силу давления на дно сосуда следует находить как произведение давления на площадь дна по формуле: $F = pS$.

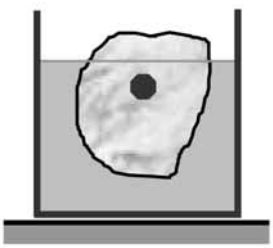
Задачи

Задача 1. В сосуде с водой плавает кусок льда. Как изменится уровень воды в сосуде, если лёд растает? Стенки сосуда вертикальны.



Решение. Можно утверждать, что сила, с которой содержимое сосуда действует на его дно, равна сумме сил атмосферного давления и тяжести этого содержимого и, следовательно, не изменяется в результате таяния льда. С другой стороны, до и после таяния льда с дном сосуда взаимодействует только вода с силой своего давления. Таким образом, нетрудно сделать вывод, что давление воды на дно сосуда не должно изменяться и, следовательно, уровень воды в сосуде в результате таяния льда не изменится.

Задача 2. В сосуде с водой плавает кусок льда, внутри которого находится инородное тело. Как изменится уровень воды в сосуде, если лёд растает? Рассмотреть два случая:
1) тело из пенопласта; 2) тело из свинца. Стенки сосуда вертикальны.



Решение. Здесь также можно утверждать, что сила, с которой содержимое сосуда действует на его дно, равна сумме сил атмосферного давления и тяжести этого содержимого и, следовательно, не изменяется в результате таяния льда.

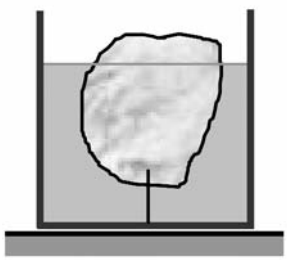


В случае с пенопластом, до и после таяния льда, с дном сосуда взаимодействует только вода с силой своего давления. Таким образом, делаем вывод, что давление воды на дно сосуда не должно изменяться и, следовательно, уровень воды в сосуде в результате таяния льда не изменится.

Когда внутри льда находится кусочек свинца, то после таяния льда этот кусочек упадёт на дно сосуда и будет на него оказывать воздействие с некоторой силой. Для того чтобы результирующая сила воздействия на дно сосуда не изменилась, давление жидкости на дно должно уменьшиться и, следовательно, уровень жидкости в этом случае понизится.

Заметим, что ответ не зависит от площади соприкосновения с дном утонувшего кусочка свинца, что можно показать отдельно. (Примечание редакции журнала.)

Задача 3. В сосуде с водой плавает кусок льда, удерживаемый нитью, прикреплённой ко дну сосуда. Сила натяжения нити $F = 10$ Н. На сколько и как изменится уровень воды в сосуде, если лёд растает? Площадь дна сосуда $S = 100$ см^2. Стенки сосуда вертикальны.



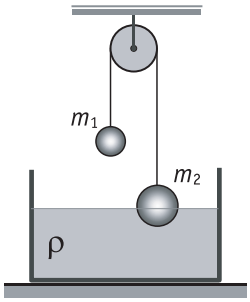


Решение. Здесь также можно утверждать, что сила, с которой содержимое сосуда действует на его дно, не изменяется в результате таяния льда.

Учитывая, что сначала на дно действует сила давления воды, направленная вниз, и сила ***F*** натяжения нити, направленная вверх, а также, что после таяния льда с дном взаимодействует только вода, запишем условие равенства результирующих сил: $(p_A + \rho g h_1)S - F = (p_A + \rho g h_2)S$, где h_1 и h_2 – высоты начального и конечного уровней воды в сосуде, g – ускорение свободного падения. Из этого уравнения находим, что после таяния льда уровень воды в сосуде понизится на величину

$$\Delta h = h_1 - h_2 = \frac{F}{\rho g S} = 10 \text{ см}.$$

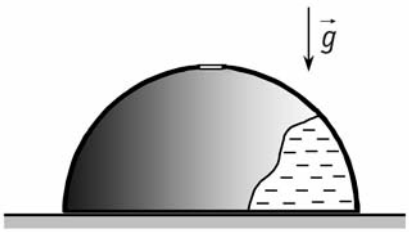
Задача 4. Два деревянных шарика, массы которых m_1 и m_2, связаны нитью, перекинутой через блок. Шарик массой m_2 частично погружен в воду, налитую в цилиндрический сосуд с вертикальными стенками. Система находится в равновесии. На сколько и как изменится уровень воды в сосуде, после того, как нить перережут, и шарик массой m_1 упадёт в воду? Площадь дна сосуда S. Плотность воды ρ. Трением в блоке, массой и объёмом нити пренебречь. При падении шарика массой m_1 вода из сосуда не выплёскивается. Плотность материала шариков меньше плотности воды.



Решение. После перерезания нити сила воздействия на дно возрастёт на величину, равную удвоенному значению силы натяжения нити в начальной ситуации, т.е. на $\Delta F = 2T = 2m_1 g$. Учитывая, что изменение этой силы связано с подъёмом уровня воды в сосуде, можно найти изменение этого уровня:

$$\Delta h = \frac{\Delta F}{\rho g S} = \frac{2m_1}{\rho S}.$$

Задача 5. В полусферический колокол, края которого плотно прилегают к поверхности стола, через отверстие вверху наливают жидкость. Когда жидкость доходит до отверстия, она приподнимает колокол и начинает из-под него вытекать. Найдите массу M колокола, если его внутренний радиус равен R, а плотность жидкости равна ρ.





Решение. Данная задача, на первый взгляд, не вписывается в ряд с рассмотренными ранее, однако, метод анализа результирующей силы, применённый выше, позволяет решить её наиболее просто.

Здесь важно понимать, что результирующая сила, с которой колокол и налитая в него жидкость действуют на поверхность стола, равна сумме силы тяжести колокола с его содержимым и силы атмосферного давления, т.е. равна $F = (M + \rho \cdot \frac{2}{3}\pi R^3) \cdot g + p_A \pi R^2$. Это с одной стороны. С другой стороны, когда жидкость доходит до отверстия и колокол приподнимается, на поверхность стола непосредственно действует вода с силой своего давления: $F = (p_A + \rho g R) \cdot \pi R^2$.

Мы одну и туже силу выразили двумя способами, что позволяет нам составить уравнение

$$(M + \rho \cdot \frac{2}{3}\pi R^3) \cdot g + p_A \pi R^2 = (p_A + \rho g R) \cdot \pi R^2,$$

решая которое находим искомую массу колокола:

$$M = \frac{1}{3}\pi \rho R^3.$$

Заключение

Описанный метод решения задач позволяет прийти к ответу на поставленные в задачах вопросы без громоздких вычислений, и мы советуем читателям взять его «на вооружение».

Отметим, что в приведённых решениях мы строго учли давление атмосферы p_A, значение которого, как Вы заметили, не повлияло на окончательный результат. В принципе, в данных задачах можно было бы его во внимание не принимать. Однако советуем строго проводить учёт атмосферного давления в задачах гидростатики, даже если при решении оно сокращается, так как встречаются задачи, в которых неучёт атмосферного давления приводит к неверным результатам.