

Чивилёв Виктор Иванович

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Московского физико-технического института (МФТИ).

Заслуженный работник высшей школы, заместитель председателя научно-методического совета Федеральной заочной физико-технической школы (ФЗФТШ) при МФТИ, член жюри Всероссийской олимпиады школьников по физике.

Закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС

Приведён вывод закона Ома для участка цепи, содержащего ЭДС. Этот закон связывает разность потенциалов (напряжение), ЭДС и ток на участке цепи. Рассказано о правиле знаков для величин, входящих в уравнение, выражающее закон Ома. Даны примеры решения задач.

1. Сторонние силы

В электрической цепи могут быть участки, для которых на заряды, имеющие возможность перемещаться вдоль этих участков, действуют кроме сил электростатического поля (поля, созданного неподвижными зарядами) ещё и силы неэлектростатического происхождения, называемые *сторонними силами*. Природа сторонних сил носит сложный электромагнитный характер. Например, в проводящем

кольце, помещённом в изменяющееся во времени магнитное поле, это силы со стороны вихревого электрического поля. В движущемся в магнитном поле участке проводника это сила Лоренца. В гальванических элементах и аккумуляторах это химические силы. Под действием сил электростатического поля и сторонних сил заряды могут перемещаться вдоль проводника, т. е. перемещаться на некотором участке цепи.

2. Вывод закона Ома для участка цепи, содержащего ЭДС

Пусть на участке 1-2 электрической цепи в течение некоторого времени перенесён заряд q из 1 в 2 (рис. 1). Величина q считается положительной, если из 1 в 2 переносится положительный заряд, или (что эквивалентно) переносится отрицательный заряд из 2 в 1. В остальных случаях величина q считается отрицательной. По закону сохранения и превращения энергии сумма работ над перемещае-

мым зарядом сил электростатического поля $A_{\text{элст}}$ и сторонних сил $A_{\text{стор}}$ равна количеству теплоты W , которое выделяется на участке 1-2:

$$A_{\text{элст}} + A_{\text{стор}} = W.$$

Здесь величины работ $A_{\text{элст}}$ и $A_{\text{стор}}$ могут быть как положительными, так и отрицательными. Разделим обе части уравнения на q :

$$\frac{A_{\text{элст}}}{q} + \frac{A_{\text{стор}}}{q} = \frac{W}{q}. \quad (1)$$

Рассмотрим каждую дробь в (1) отдельно.



Рис. 1

Отношение $A_{\text{элст}}/q$ есть разность потенциалов между точками 1 и 2:

$$\frac{A_{\text{элст}}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (2)$$

Отношение работы сторонних сил на участке 1-2 электрической цепи к величине перемещаемого (прошедшего) заряда называется *электродвижущей силой* (ЭДС) на участке 1-2:

$$\frac{A_{\text{стор}}}{q} = \mathcal{E}. \quad (3)$$

Соотношение (3) представляет собой определение для ЭДС на некотором участке 1-2 электрической цепи. Из (3) следует, что ЭДС есть работа сторонних сил по перемещению единицы заряда из 1 в 2, т. е. ЭДС – это энергетическая характеристика участка цепи. Слово «сила» в полном названии ЭДС появилось исторически. Знак ЭДС \mathcal{E} зависит от знаков $A_{\text{стор}}$ и q . Например, при действии сторонних сил на положительный заряд q в направлении от 1 к 2 (сторонние силы «помогают» движению заряда) получится $\mathcal{E} > 0$. Если сторонние силы «мешают» движению положительного заряда, то получится $\mathcal{E} < 0$.

Теперь рассмотрим в (1) дробь W/q . Знак W/q зависит от знака q . При постоянном токе величины W и q пропорциональны времени. Поэтому величина W/q не зависит от времени, и опыт показывает, что она зависит от тока I . Представим W/q в виде произведения тока I на некоторую функцию тока $R(I)$:

$$\frac{W}{q} = I \cdot R(I). \quad (4)$$

Здесь ток считается положительным, если идёт от 1 к 2, и отрицательным, если идёт от 2 к 1. Величина $R(I)$, зависящая от тока и характеристик конкретного участка цепи 1-2, называется *сопротивлением* участка 1-2. Из опыта известно, что для металлов и электролитов при постоянной температуре сопротивление R каждого конкретного участка не зависит от тока, а зависит только от формы, размеров и свойств материала этого участка.

С учётом (2), (3) и (4) равенство (1) принимает вид:

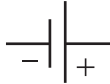
$$(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E} = IR. \quad (5)$$

Это и есть *закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС*. Здесь $\varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов (*напряжение*) между точками 1 и 2 участка цепи, \mathcal{E} – ЭДС, действующая на участке 1-2, I – сила тока (ток), R – сопротивление участка 1-2, зависящее, вообще говоря, от тока. Величина IR , равная произведению тока на сопротивление участка 1-2 цепи, называется *падением напряжения* на участке 1-2 цепи. *Правило знаков для ЭДС* в (5): ЭДС считается положительной, если сторонние силы на участке 1-2 действуют на положительный заряд в направлении от 1 к 2. Если сторонние силы действуют на положительный заряд в обратном направлении, то ЭДС считается отрицательной. *Правило знаков для тока* в (5): ток считается положительным, если он идёт от 1 к 2, и отрицательным, если идёт от 2 к 1.

Можно сказать, что закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, связывает на этом участке напряжение (разность потенциалов), ЭДС и падение напряжения. Следует отметить, что равенство (5) справедливо не только для постоянных по времени величин $\varphi_1 - \varphi_2$, \mathcal{E} , I , R ,

но и для их мгновенных значений.

Если на участке цепи 1-2 действуют сторонние силы, то говорят, что на участке 1-2 действует электродвижущая сила (ЭДС). За *направление действия ЭДС* будем считать направление действия сторонних сил на положительные заряды. На схемах ЭДС на участках цепи обозначается символом



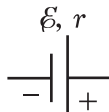
Направление от «-» к «+» на символическом обозначении совпадает с направлением действия сторонних сил на положительные заряды, т. е. с направлением действия ЭДС.

Наличие на участке цепи сопротивления обозначается символом



3. Источник, последовательное соединение источников. Резистор

Если участок цепи, содержащий ЭДС, оформить в виде отдельного изделия, то это изделие называется *источником*. ЭДС, действующая на этом участке, называется *ЭДС источника*, а сопротивление участка — *внутренним сопротивлением источника*. Принято говорить, что источник имеет ЭДС и внутреннее сопротивление. На схемах источник обозначается тем же символом, что и ЭДС, обозначение внутреннего сопротивления в виде прямоугольника обычно опускается, указываются только ЭДС \mathcal{E} и внутреннее сопротивление r :



Иногда для лучшего понимания роли источника в электрической цепи полезно представлять источник как насос, «перекачивающий» положительные заряды в направлении действия сторонних сил на положительные заряды, т. е. в направлении действия ЭДС.

ЭДС и сопротивление могут быть «размазаны» по участку 1-2 произвольным образом, и поэтому порядок расположения этих двух символических обозначений для участка цепи в схеме не играет роли.

Замечание. При выводе закона Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, можно получить попутно закон Джоуля–Ленца. Действительно, прошедший за время t заряд при токе I есть $q = It$. Подставив выражение для q в (4), получим

$$W = I^2 R t.$$

Это и есть *закон Джоуля–Ленца*: при прохождении тока I по участку цепи (в том числе и по участку, содержащему ЭДС!) с сопротивлением R на участке цепи за время t выделяется количество теплоты $W = I^2 R t$.

При последовательном соединении источников общая ЭДС равна алгебраической сумме ЭДС отдельных источников, общее внутреннее сопротивление равно сумме внутренних сопротивлений отдельных источников. Это можно показать, рассмотрев последовательно соединённые участки цепи, содержащие ЭДС, как один участок. Для определения знака у ЭДС каждого источника нужно выбрать положительное направление обхода (движения) на участке с этими источниками. ЭДС источника берётся положительной, если направление действия ЭДС совпадает с выбранным направлением обхода. В противном случае ЭДС берётся отрицательной.

Участок цепи с сопротивлением R и без ЭДС, оформленный в виде отдельного изделия, имеет название *резистор*. На схемах резистор обозначается тем же символом, что и сопротивление:



Пример 1. Последовательно со-

единены источники с ЭДС $\mathcal{E}_1 = 12\text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 6\text{ В}$, $\mathcal{E}_3 = 3\text{ В}$ и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1\text{ Ом}$, $r_2 = 3\text{ Ом}$, $r_3 = 2\text{ Ом}$ (рис. 2). Найти общую ЭДС

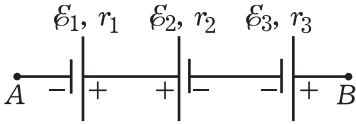


Рис. 2

$\mathcal{E}_{\text{общ}}$ и общее внутреннее сопротивление $r_{\text{общ}}$ участка цепи AB .

Решение. Выберем положительное направление обхода участка AB , совпадающее с направлением действия источника с ЭДС \mathcal{E}_1 , т. е. от A к B .

4. Удобная на практике запись закона Ома для участка цепи, содержащего ЭДС

На практике (например, в задачах) величину ЭДС задают обычно положительным числом, т. е. $\mathcal{E} > 0$. Токи тоже часто удобно считать заданными по модулю, т. е. $I > 0$. Поэтому на практике закон Ома для участка цепи 1-2, содержащего ЭДС, удобно записывать в другом виде:

$$(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \mathcal{E} = \pm IR. \quad (6)$$

При этом справедливо следующее правило знаков. Выберем положительное направление обхода участка цепи от 1 к 2. Перед \mathcal{E} в (6) берётся знак «+», если ЭДС «действует» в положительном направлении обхода, и знак «-», если ЭДС «действует» в отрицательном направлении обхода (против положительного направления). Перед I в (6) берётся знак «+», если ток идёт в положительном направлении обхода, и знак «-», если ток идёт в отрицательном направлении обхода. Примеры записи закона Ома для участка цепи 1-2 при всех возможных направлениях действия ЭДС и направлениях тока показаны на рис. 4. Напомним, что за положительное направление обхода

Тогда

$$\mathcal{E}_{\text{общ}} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 = 9\text{ В},$$

$$r_{\text{общ}} = r_1 + r_2 + r_3 = 6\text{ Ом}.$$

Общая ЭДС получилась положительной. Следовательно, направление действия общей ЭДС совпадает с направлением обхода (рис. 3). Можно сказать также, что полярность общей ЭДС (батареи из последовательно соединённых источников) совпадает с полярностью источника с ЭДС \mathcal{E}_1 .

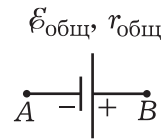
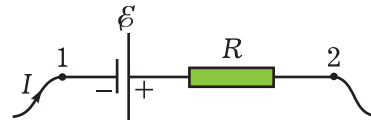
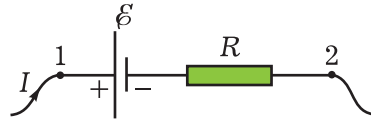


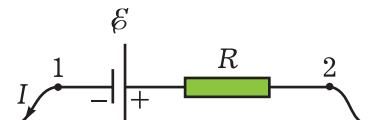
Рис. 3



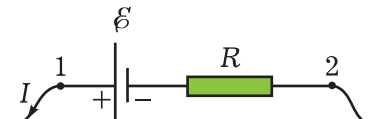
$$(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E} = IR$$



$$(\varphi_1 - \varphi_2) - \mathcal{E} = IR$$



$$(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E} = -IR$$



$$(\varphi_1 - \varphi_2) - \mathcal{E} = -IR$$

Рис. 4

выбрано направление от 1 к 2.

Пример 2. По участку цепи 1-2,

содержащему ЭДС $\mathcal{E} = 6$ В и имеющему сопротивление $R = 27$ Ом, идёт ток I (рис. 5). Найти на участке 1-2 падение напряжения и напряжение (разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$) для значений тока $I_1 = 1$ А и $I_2 = 0,1$ А.

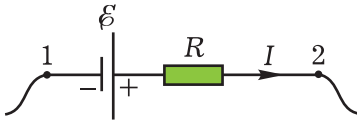


Рис. 5

Решение. Заметим, что участок 1-2 является составной частью некоторой более сложной цепи. Ток и разность потенциалов на этом участке зависят не только от параметров участка \mathcal{E} и R , но и от того, что находится в цепи вне участка 1-2.

При токе I_1 падение напряжения есть $I_1 R = 27$ В, при токе I_2 падение напряжения есть $I_2 R = 2,7$ В. По закону Ома для участка 1-2

$$(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E} = IR.$$

Отсюда

$$(\varphi_1 - \varphi_2) = -\mathcal{E} + IR.$$

При $I = I_1 = 1$ А получим

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 21$$
 В.

При $I = I_2 = 0,1$ А имеем

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -3,3$$
 В.

Пример 3. Источник с ЭДС $\mathcal{E} = 9$ В и внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом входит в состав некоторой цепи (рис. 6). Через источник идёт ток $I = 0,5$ А. Найти разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ (напряжение U_{12}) на зажимах источника.

Решение. По закону Ома для

участка цепи 1-2

$$(\varphi_1 - \varphi_2) - \mathcal{E} = Ir.$$

Отсюда

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \mathcal{E} + Ir = 10$$
 В.

Окончательно

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U_{12} = 10$$
 В.

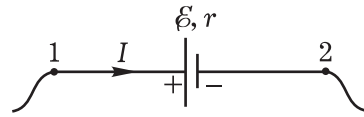


Рис. 6

Пример 4. К участку цепи 1-2, содержащему ЭДС $\mathcal{E} = 9$ В и имеющему сопротивление $R = 20$ Ом, приложено напряжение $U_{12} = 3$ В, т. е. приложена разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = 3$ В (рис. 7). Найти ток (с указанием направления) на участке 1-2.

Решение. За положительное на-

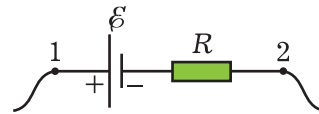


Рис. 7

правление обхода участка 1-2 возьмём направление от 1 к 2. Запишем закон Ома для участка 1-2, считая, что ток I идёт в положительном направлении обхода:

$$(\varphi_1 - \varphi_2) - \mathcal{E} = IR.$$

Откуда

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) - \mathcal{E}}{R} = -0,3$$
 А.

Ток получился отрицательным. Это означает, что он идёт против положительного направления обхода участка 1-2, т. е. от 2 к 1. Итак, ток на участке 1-2 равен $0,3$ А и идёт от 2 к 1.

5. Закон Ома для участка цепи без ЭДС

Рассмотрим частный случай закона Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, когда ЭДС равна нулю.

Пусть на участке цепи, имеющем сопротивление R нет ЭДС (ЭДС равна нулю), т. е. сторонние силы на за-

ряды не действуют. Удобно за положительное направление обхода участка цепи взять направление тока I (рис. 8). Так как ЭДС $\mathcal{E} = 0$, то согласно (6) с учётом правила знаков

$$\varphi_1 - \varphi_2 = IR.$$

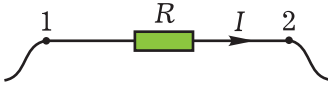


Рис. 8

Напомним, что разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ называется напря-

жением U на участке цепи. Тогда $U = IR$.

Получили, что напряжение U на участке цепи без ЭДС равно падению напряжения IR . Обычно полученную зависимость между напряжением, током и сопротивлением записывают формулой

$$I = \frac{U}{R}.$$

Эта формула выражает закон Ома для участка цепи без ЭДС.

6. Закон Ома для замкнутой цепи

Под замкнутой цепью понимается цепь, когда участок цепи ABD с ЭДС \mathcal{E} и сопротивлением r подсоединён к участку цепи DKA с сопротивлением R и без ЭДС (рис. 9). Участок ABD исполняет роль источника с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r . Участок ABD замкнутой цепи имеет название *внутренний участок цепи*, участок DKA – *внешний участок цепи*, а сопротивление R – *внешнее сопротивление*.

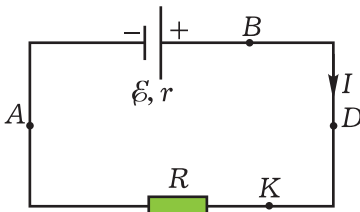


Рис. 9

Под действием сторонних сил, действующих в источнике, в замкнутой цепи возникает ток I , идущий вне источника от «+» к «-». Применим закон Ома для участков ABD и DKA :

$$\varphi_A - \varphi_D + \mathcal{E} = Ir, \quad \varphi_D - \varphi_A = IR.$$

Сложив последние два уравнения, получим:

$$\mathcal{E} = Ir + IR. \quad (7)$$

Приняты следующие названия: Ir – *внутреннее падение напряжения*, IR – *внешнее падение напряжения*. Обычно закон Ома для замкнутой цепи записывают в одной из двух форм, которые получаются из (7):

$$\mathcal{E} = I(R+r), \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}. \quad (8)$$

Величина $R+r$ имеет название *полное сопротивление цепи*.

Ясно, что напряжение на зажимах источника равно разности потенциалов $\varphi_D - \varphi_A$. С другой стороны, по закону Ома для внешнего участка цепи

$$\varphi_D - \varphi_A = IR.$$

Поэтому напряжение на зажимах источника в замкнутой цепи (рис. 9) равно падению напряжения на внешнем участке цепи.

7. Примеры решения задач

Задача 1. В цепи (рис. 10) $\mathcal{E}_1 = 12$ В, $\mathcal{E}_2 = 3$ В, $r_1 = 2$ Ом, $r_2 = 3$ Ом, $R = 4$ Ом. Найти напряжения на за-

жимах источников, т. е. разности потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ и $\varphi_B - \varphi_D$.

Решение. ЭДС батареи последо-

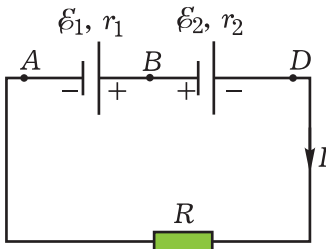


Рис. 10

вательно соединённых источников

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = 9 \text{ В},$$

причём полярность батареи совпадает с полярностью источника \mathcal{E}_1 , т. к. $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$. Ток по закону Ома для замкнутой цепи

$$I = \mathcal{E} / (R + r_1 + r_2) = 1 \text{ А}.$$

По закону Ома для участков цепи AB и BD :

$$\varphi_A - \varphi_B + \mathcal{E}_1 = Ir_1, \quad \varphi_B - \varphi_D - \mathcal{E}_2 = Ir_2.$$

Отсюда

$$\varphi_A - \varphi_B = Ir_1 - \mathcal{E}_1 = -10 \text{ В},$$

$$\varphi_B - \varphi_D = Ir_2 + \mathcal{E}_2 = 6 \text{ В}.$$

Задача 2. В цепи (рис. 11) $\mathcal{E}_1 = 9 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 6 \text{ В}$, $r_1 = 2 \text{ Ом}$, $r_2 = 4 \text{ Ом}$. Найти напряжение на зажимах источников, т. е. разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$.

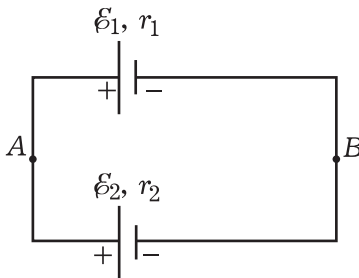


Рис. 11

Решение. «Переместим» источник с ЭДС \mathcal{E}_2 в положение, показанное на эквивалентной схеме на рис. 12. Теперь видим, что источники соединены последовательно. Их общая ЭДС

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = 3 \text{ В},$$

причём полярность эквивалентного источника совпадает с полярностью

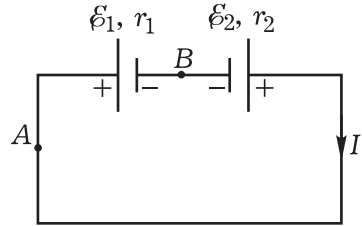


Рис. 12

источника с ЭДС \mathcal{E}_1 , т. к. $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$. Ток по закону Ома для замкнутой цепи

$$I = \mathcal{E} / (r_1 + r_2) = 0,5 \text{ А}.$$

По закону Ома для участка цепи AB , содержащего источник с ЭДС \mathcal{E}_1 ,

$$\varphi_A - \varphi_B - \mathcal{E}_1 = -Ir_1.$$

Отсюда с учётом найденного значения тока:

$$\varphi_A - \varphi_B = \mathcal{E}_1 - Ir_1 = 8 \text{ В}.$$

Заметим, что разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ можно найти и другим путём, записав закон Ома для участка цепи AB , содержащего источник с ЭДС \mathcal{E}_2 :

$$\varphi_A - \varphi_B - \mathcal{E}_2 = Ir_2.$$

Отсюда

$$\varphi_A - \varphi_B = \mathcal{E}_2 + Ir_2.$$

Подставив числовые значения, получим тот же ответ 8 В.

Задача 3. Параметры цепи указаны на схеме (рис. 13). Найти заряд на верхней обкладке конденсатора.

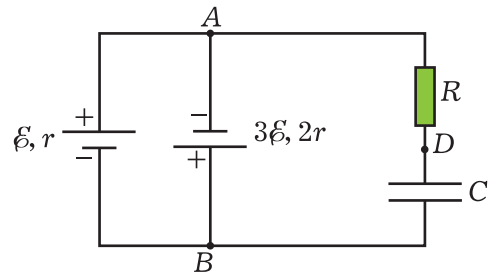


Рис. 13



Решение. В установившемся режиме конденсатор заряжен и через него ток не идёт. Поэтому при отсоединении конденсатора с резистором от цепи ток I через источники не изменится. По закону Ома для замкнутой цепи, содержащей источники:

$$I = \frac{\mathcal{E} + 3\mathcal{E}}{r + 2r} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\mathcal{E}}{r}.$$

Ток I через источник с ЭДС $3\mathcal{E}$ идёт от A к B . По закону Ома для участка AB

$$\varphi_A - \varphi_B + 3\mathcal{E} = I \cdot 2r.$$

Отсюда, с учётом выражения для I , находим, что разность потенциалов

$$\varphi_A - \varphi_B = -3\mathcal{E} + I \cdot 2r = -\frac{\mathcal{E}}{3}.$$

Такая же разность потенциалов будет и на конденсаторе. Действительно:

$$\varphi_A - \varphi_B = (\varphi_A - \varphi_D) + (\varphi_D - \varphi_B).$$

Здесь $\varphi_D - \varphi_B$ равно напряжению на конденсаторе. Так как ток через резистор равен нулю, то по закону Ома для резистора:

$$\varphi_A - \varphi_D = 0 \cdot R = 0.$$

Поэтому

$$\varphi_A - \varphi_B = \varphi_D - \varphi_B.$$

Заряд на верхней обкладке конденсатора

$$q = C(\varphi_D - \varphi_B) = C(\varphi_A - \varphi_B) = -\frac{C\mathcal{E}}{3}.$$

Отметим, что заряд верхней обкладки оказался отрицательным.

Задача 4. Цепь состоит из источника с ЭДС $\mathcal{E} = 24$ В и внутренним сопротивлением $r = 4$ Ом, резистора сопротивлением $R = 46$ Ом, катушки индуктивности и ключа K (рис. 14). Ключ замыкают. Найти напряжение на катушке индуктивности, т. е. разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$, в момент, когда ток достигнет величины $I_1 = 0,2$ А.

Решение. После замыкания ключа ток в цепи будет нарастать от нуля, идя через резистор направо.

По закону Ома для участка $ADCB$ в момент, когда ток станет I_1 :

$$\varphi_A - \varphi_B - \mathcal{E} = -I_1(R + r).$$

Отсюда с учётом числовых значений параметров:

$$\varphi_A - \varphi_B = \mathcal{E} - I_1(R + r) = 14 \text{ В}.$$

Итак, напряжение на катушке индуктивности в искомый момент равно 14 В.

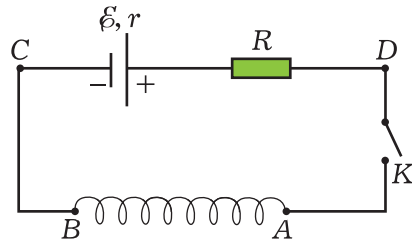


Рис. 14

Замечание. Для лучшего понимания поставленного в задаче вопроса и процессов, происходящих в цепи, приведём график зависимости тока I от времени t , отсчитываемого от момента замыкания ключа (рис. 15). В установившемся режиме ток перестанет изменяться, поэтому ЭДС индукции в катушке будет равна нулю. По закону Ома для замкнутой цепи найдём установившийся ток

$$I_m = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = 0,48 \text{ А}.$$

Вопрос задачи относится к моменту, когда ток достигает I_1 , но ещё не достигает максимальной величины I_m .

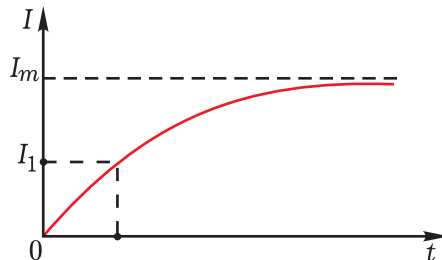


Рис. 15