



**Кузьмичев Сергей Дмитриевич**

*Кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры общей физики Московского  
физико-технического института (МФТИ),  
преподаватель лицея №11 «Физтех», г. Долгопрудный.*

## Закон Дальтона

Статья посвящена закону Дальтона и его применению для описания состояния смеси идеальных газов. Рассмотрены вопросы, связанные с расчётом давления, плотности и молярной массы смеси газов на примерах решения конкретных задач. Приведён пример решения задачи, где закон Дальтона используется для расчёта величин, характеризующих состояние влажного воздуха.

### 1. Теоретическое введение

При описании природных явлений и процессов в технических устройствах приходится иметь дело не только с одним газом (кислородом, водородом и т.п.), но и со смесью нескольких газов. Воздух, являющийся смесью азота, кислорода, углекислого газа, аргона и других газов, – наиболее часто упоминаемый пример смеси газов.



Допустим, что смесь из  $N$  различных газов находится в равновесном состоянии в сосуде объёмом  $V$  при абсолютной температуре  $T$ . От чего зависит общее давление  $P$  в сосуде, заполненном смесью газов?

Исследованием этого вопроса в начале XIX века занимался английский химик Джон Дальтон (1766–1844). Давление  $P_1$ , которое производил бы каждый из газов, составляющих смесь, если удалить остальные газы из сосуда, называют *парциальным давлением* этого газа. Парциальный (от латинского слова *pars* – часть) – частичный, отдельный. Дальтоном экспериментально установлено, что для достаточно разреженных газов давление смеси газов, химически не взаимодействующих между собой, равно

сумме парциальных давлений компонентов смеси:

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_N. \quad (1)$$

Сейчас этот закон называют *законом Дальтона*.

В смеси идеальных газов каждый из газов ведёт себя независимо от других газов, и его состояние описывается уравнением Менделеева – Клапейрона:

$$P_1 V = \frac{m_i}{\mu_i} RT = \nu_i RT. \quad (2)$$

Здесь  $m_i$ ,  $\mu_i$  и  $\nu_i$  – масса, молярная масса и количество молей  $i$ -го газа.

Если теперь в равенство (1), выражающее закон Дальтона, подставить значения парциальных давлений из (2), то после несложных преобразований можно получить уравнение, описывающее состояние смеси идеальных газов:

$$\begin{aligned} PV &= \left( \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \dots + \frac{m_N}{\mu_N} \right) RT = \\ &= (\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_N) RT = \frac{m}{\mu} RT, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $m = m_1 + m_2 + \dots + m_N$  – масса смеси, а  $\mu$  – молярная масса смеси

газов (об этой величине более подробно см. в задаче 3).

Опытные данные показывают [1], что уравнение состояния идеального газа и закон Дальтона хорошо выполняются для большинства реальных газов и их смесей в широком диапазоне температур и давлений. Отклонения от этих законов становятся заметными при давлениях, существенно превышающих нормальное атмосферное давление, а также при температурах ниже критических, когда газ настолько охлаждён, что приближается к состоянию сжижения. В текстах задач, посвящённых газовым процессам, редко можно встретить прямое указание на то, можно ли считать газ в данной задаче идеальным или нет. Из сказанного выше следует, что если газ не помещён в экстремальные условия (сверхвысокие давления и сверхнизкие температуры), то вполне допустимо использование уравнения Менделеева – Клапейрона и закона Дальтона для описания состояния этого газа.

Рассмотрим несколько примеров решения задач, в которых требуется применение закона Дальтона.

## 2. Примеры решения задач

**Задача 1.** В сосуде объёмом 40 л находится смесь из гелия массой  $m_1 = 12$  г и азота массой  $m_2 = 56$  г при температуре  $t = 27^\circ \text{C}$ . Определить парциальные давления азота и гелия, а также общее давление в сосуде.

**Решение.** Из уравнения Менделеева – Клапейрона для парциальных давлений гелия (He) и азота ( $\text{N}_2$ ) имеем:

$$P_1 = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{12 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}) \cdot 300 \text{ К}}{4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/\text{моль} \cdot 40 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} \approx \\ &\approx 1,87 \cdot 10^5 \text{ Па}, \end{aligned}$$

$$P_2 = \frac{m_2 RT}{\mu_2 V} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{56 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}) \cdot 300 \text{ К}}{28 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/\text{моль} \cdot 40 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} \approx \\ &\approx 1,24 \cdot 10^5 \text{ Па}. \end{aligned}$$

Используя закон Дальтона, находим общее давление в сосуде:

$$P = P_1 + P_2 \approx 3,1 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

**Задача 2.** В сосуде объёмом  $V = 1$  л находится смесь атомарного азота ( $N$ ) и молекулярного азота ( $N_2$ ) общей массой  $m = 0,3$  г. Масса молекулярного азота в четыре раза больше массы атомарного азота. Температура в сосуде  $t = 1500^\circ C$ . Определите давление газовой смеси в сосуде.



**Решение.** Пусть  $m_1$  – масса атомарного азота, а  $m_2$  – масса молекулярного азота. С учётом того, что  $m_2 = 4m_1$  и  $m = m_1 + m_2$ , имеем

$$m = 5m_1, \quad m_1 = \frac{1}{5}m = 0,06 \text{ г},$$

$$m_2 = \frac{4}{5}m = 0,24 \text{ г}.$$

Из уравнения Менделеева – Клапейрона для парциальных давлений атомарного азота ( $N$ ) и молекулярного азота ( $N_2$ ) имеем

$$P_1 = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V} =$$

$$= \frac{0,06 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}) \cdot 1773 \text{ К}}{14 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/\text{моль} \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} \approx$$

$$\approx 0,63 \cdot 10^5 \text{ Па},$$

$$P_2 = \frac{m_2 RT}{\mu_2 V} =$$

$$= \frac{0,24 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}) \cdot 1773 \text{ К}}{28 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/\text{моль} \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} \approx$$

$$\approx 1,26 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Теперь для давления газовой смеси получаем

$$P = P_1 + P_2 \approx 1,89 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

**Задача 3.** Найти плотность и молярную массу смеси кислорода массой  $m_1 = 64$  г и азота массой  $m_2 = 56$  г при температуре  $t = 27^\circ C$  и давлении  $P = 10^5$  Па. Молярная масса

кислорода  $\mu_1 = 32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль,

азота  $\mu_2 = 28 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

**Решение.** Плотность любого газа, согласно определению, равна отношению массы газа к его объёму:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Из уравнения Менделеева – Клапейрона для плотности идеального газа получим выражение

$$\rho = \frac{P\mu}{RT}, \quad (4)$$

где  $P$  – давление,  $\mu$  – молярная масса газа,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – абсолютная температура газа.

Эта формула применима и к смеси идеальных газов, так как смесь идеальных газов тоже представляет собой идеальный газ.

Найдём теперь молярную массу смеси газов. Пусть  $P_1$  и  $P_2$  – парциальные давления кислорода и азота соответственно,  $V$  – объём смеси,  $T$  – её температура. Тогда, согласно

уравнению Менделеева – Клапейрона, имеем

$$P_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT, \quad P_2 V = \frac{m_2}{\mu_2} RT.$$

Сложив почленно эти уравнения, получим

$$(P_1 + P_2)V = \left( \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) RT.$$

Учитывая, что, согласно закону Дальтона,  $P = P_1 + P_2$ , будем иметь

$$PV = \left( \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) RT. \quad (5)$$

Сравнивая уравнения (3) и (5), получим

$$\frac{m_1 + m_2}{\mu} = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}.$$

Отсюда для молярной массы  $\mu$  смеси газов имеем соотношение:

$$\mu = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}}. \quad (6)$$

Подставляя это выражение в формулу (4), найдём плотность смеси двух газов:

$$\rho = \frac{P(m_1 + m_2)}{\left( \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) RT}. \quad (7)$$

После подстановки в формулы (6) и (7) числовых значений получим для молярной массы и плотности смеси азота и кислорода:

$$\mu = 30 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}, \quad \rho = 1,2 \text{ кг/м}^3.$$

**Задача 4.** Сосуд вместимостью  $V = 2 \text{ дм}^3$  разделён на две равные части полупроницаемой неподвижной перегородкой. В первую половину сосуда введена смесь аргона массой  $m_a = 20 \text{ г}$  и водорода массой  $m_b = 2 \text{ г}$ , во второй половине сосуда – вакуум. Через перегородку может диффундировать только водород. Какое давление установится в первой половине сосуда после окончания

процесса диффузии? Во время процесса поддерживается постоянная температура  $t = 20^\circ \text{C}$ . Указание: в состоянии термодинамического равновесия парциальные давления водорода по обе стороны перегородки равны.

**Решение.** После окончания процесса диффузии водород равномерно распределится по объёму всего сосуда. При этом его давление в любой части сосуда будет одним и тем же и составит

$$P_b = \frac{m_b RT}{\mu_b V} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 293 \text{ К}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} \approx 1,217 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Давление оставшегося в первой половине сосуда аргона равно

$$P_a = \frac{m_a RT}{\mu_a \cdot (V/2)} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 293 \text{ К}}{40 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} \approx 1,217 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Полное давление в первой половине сосуда найдём из закона Дальтона:

$$P = P_b + P_a \approx 2,4 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

**Задача 5.** Определите отношение массы  $1 \text{ м}^3$  сухого воздуха к массе  $1 \text{ м}^3$  воздуха с относительной влажностью  $\varphi = 50\%$ . Обе порции воздуха взяты при давлении  $P = 10^5 \text{ Па}$  и температуре  $t = 20^\circ \text{C}$ . Давление насыщенных паров воды при температуре  $20^\circ \text{C}$  равно  $P_{\text{нас}} = 2,3 \text{ кПа}$ , молярную массу сухого воздуха считать равной  $\mu_{\text{св}} = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ .

**Решение.** Для массы сухого воздуха  $m_{\text{св}}$ , находящегося в объёме  $V$

при температуре  $T$ , из уравнения Менделеева – Клапейрона имеем

$$m_{\text{св}} = \frac{PV\mu_{\text{св}}}{RT}. \quad (8)$$

Найдём теперь массу влажного воздуха  $m_{\text{вв}}$ . Влажный воздух можно рассматривать как смесь сухого воздуха и паров воды. Пусть  $P_1$  и  $P_2$ ,  $m_1$  и  $m_2$  – парциальные давления и массы сухого воздуха и водяного пара в этой смеси соответственно,  $V$  – объём смеси,  $T$  – её температура. Тогда уравнения Менделеева – Клапейрона для каждой компоненты смеси запишутся в виде:

$$P_1V = \frac{m_1}{\mu_{\text{св}}}RT, \quad P_2V = \frac{m_2}{\mu_{\text{п}}}RT.$$

Здесь  $\mu_{\text{п}} = 18 \cdot 10^{-3}$  кг/моль – молярная масса водяного пара. Масса  $m_{\text{вв}}$  влажного воздуха в объёме  $V$  определится из соотношения

$$m_{\text{вв}} = m_1 + m_2.$$

Начнём с определения массы пара. По условию задачи дана влажность воздуха. Тогда давление водяных паров равно

$$P_2 = \frac{\varphi}{100\%} P_{\text{нас}} = 0,5 P_{\text{нас}}.$$

Используя последнее соотношение и уравнение состояния для пара, находим

$$m_2 = \frac{0,5 P_{\text{нас}} V \mu_{\text{п}}}{RT}.$$

Давление  $P_1$  сухого воздуха оп-



ределим из закона Дальтона:

$$P_1 = P - P_2 = P - 0,5 P_{\text{нас}}.$$

Тогда для массы  $m_1$  сухого воздуха в смеси имеем

$$m_1 = \frac{(P - 0,5 P_{\text{нас}}) V \mu_{\text{св}}}{RT}.$$

Теперь для массы влажного воздуха получаем

$$\begin{aligned} m_{\text{вв}} &= m_1 + m_2 = m_1 = \\ &= \frac{(P - 0,5 P_{\text{нас}}) V \mu_{\text{св}}}{RT} + \frac{0,5 P_{\text{нас}} V \mu_{\text{п}}}{RT} = \quad (9) \\ &= \frac{V(P \mu_{\text{св}} - 0,5 P_{\text{нас}} (\mu_{\text{св}} - \mu_{\text{п}}))}{RT}. \end{aligned}$$

Окончательно для отношения масс сухого воздуха и влажного воздуха из соотношений (8) и (9) находим

$$\begin{aligned} \frac{m_{\text{св}}}{m_{\text{вв}}} &= \frac{P \mu_{\text{св}}}{P \mu_{\text{св}} + 0,5 P_{\text{нас}} (\mu_{\text{п}} - \mu_{\text{св}})} = \\ &= \frac{1}{1 + 0,5 \left( \frac{P_{\text{нас}}}{P} \right) \left( \frac{\mu_{\text{п}}}{\mu_{\text{св}}} - 1 \right)} \approx 1,004. \end{aligned}$$

## Литература

1. Физические величины. Справочник. Под ред. И.С.Григорьева, Е.З.Мейлихова. М., Энергоатомиздат, 1991.