

# Корнеев Валерий Трофимович Почётный работник высшего профессионального образования Российской Федерации. Директор центра довузовской подготовки БГТУ им. В.Г. Шухова, старший преподаватель кафедры физики.

# Внутреннее трение

В статье «Трение» («Потенциал» №2) рассмотрено сухое (внешнее) трение. Здесь рассматривается вязкое (внутреннее) трение — свойство текучих тел оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой.

Попутно рассматривается применение анализа размерностей для получения формул, описывающих вязкое трение.

# Трение... внутреннее, вязкое. Сопротивление среды

Все это — об одном и том же. В литературе можно встретить разные названия. При перемещении одних слоев жидкости относительно других возникают силы внутреннего трения, направленные по касательной к поверхности слоев. Эти силы обусловлены обменом импульсами между молекулами соседних слоёв. Если слои движутся с разными скоростями, то взаимодействие молекул соседних слоёв приведет к передаче импульса от более быстрых молекул более медленным. Это и приводит к возникновению внутреннего трения.

Говоря о сопротивлении среды при движении в ней тела, следует сразу подчеркнуть, что есть разница в сопротивлении при малых скоро-

стях, обусловленном вязкостью среды и сопротивлением при больших скоростях, при которых поток жидкости (или газа) отрывается от поверхности тела, в результате чего позади тела возникают вихри и появляется разность сил давления, результирующая которой создает лобовое сопротивление.

В предыдущей статье отмечалось: практически не бывает случаев трения между чистыми сухими поверхностями. В земных условиях между поверхностями всегда есть прослойка воздуха, молекул воды, каких-либо «загрязнений». В космическом вакууме, если очистить поверхности от всех примесей, они могут просто свариться вместе.

Отличие вязкого трения от сухого (внешнего) в том, что для вязкого трения нет трения покоя. При внешнем трении два тела скользят друг относительно друга с различными скоростями, которые отличаются скачком. В случае внутреннего тре-

ния в зоне контакта нет резкого скачка скорости, какой наблюдается между скользящими друг относительно друга твердыми поверхностями.

А как зависит внутреннее трение от скорости?

## Анализ размерностей

Физическая величина называется размерной, если её численное значение зависит от выбора системы единиц. Длина — размерная величина: длину стола можно измерить в метрах или долях метра, в дюймах, в других единицах. Отношение двух длин — будет безразмерным.

Когда вы решаете задачи и получаете в решении формулу для нахождения величины, рекомендуется проверить её размерность, она должна иметь размерность искомой величины. Если не так — это верный признак ошибки.

Но анализ размерностей позволяет с помощью качественных рассуждений получить и новые формулы, описывающие какие-либо явления!

(Автор рекомендует ознакомиться с только что вышедшей замечательной книгой С. Попова «Все формулы мира». В ней, в частности, приводятся примеры применения метода размерностей в астрофизике).

Попробуем использовать анализ размерностей, чтобы описать внутреннее трение. Это — и повод познакомиться с методом анализа размерностей.

Используя метод анализа размерностей, найдем силу внутреннего трения (силу сопротивления). Определим, от каких величин может зависеть сила сопротивления.

Из опыта понятно, что сила сопротивления зависит от скорости движения тела в среде. Например, это знакомо тем, кто катался на велосипеде. Понятно, что должна быть зависимость от свойств среды — необходимо ввести параметры, характеризующие свойства среды. Для воздуха представляется естественным в качестве таких параметров взять его плотность, вязкость. Подробнее об этих параметрах будет сказано далее. Сила сопротивления должна зависеть и от движущегося тела — его формы, его поперечного сечения.

Сначала попробуем получить формулу, учитывая из параметров только вязкость воздуха. Полагаем при этом, что при малой скорости лобовое сопротивление менее существенно.

Представим формулу, описывающую силу сопротивления, в виде

$$F = Cv^{\alpha}S^{\beta}\eta^{\gamma}$$
,

где C — безразмерный множитель, v — скорость тела относительно среды.

S — площадь поперечного сечения тела,

 $\eta$  – вязкость среды.

Величина множителя C определяется экспериментально.

Важно, что полученная формула в итоге должна иметь размерности силы:

$$[F] = \int LT^{-2}M$$

Здесь квадратные скобки обозначают размерность величины,

L – единица длины,

Т – единица времени,

*М* – единица массы.

$$\begin{split} & [F] \!=\! \left[ v^{\alpha} S^{\beta} \eta^{\gamma} \right] \!=\! \left[ L T^{-2} M \right] \!, \\ & \left[ v^{\alpha} S^{\beta} \eta^{\gamma} \right] \!=\! \left[ L T^{-1} \right]^{\alpha} \! \left[ L^{2} \right]^{\beta} \! \left[ M L^{-1} T^{-1} \right]^{\gamma} . \end{split}$$

Отсюда следует система уравнений

$$\alpha + 2\beta - \gamma = 1,$$
  
 $-\alpha - \gamma = -2,$   
 $\gamma = 1.$ 

Получим:

$$\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}, \gamma = 1.$$

Теперь можно сконструировать формулу:

$$F = Cn\sqrt{S}v$$
.

То есть, при малых скоростях сила сопротивления пропорциональна скорости. В «школьных» задачах часто задают условие: считать силу сопротивления зависящей от скорости линейно:

$$F = K_1 v$$
.

При достаточно больших скоростях будет преобладать лобовое сопротивление, большую роль будет играть плотность воздуха.

Далее повторяем примерно ту же процедуру.

Представим формулу, описывающую силу сопротивления, в виде

$$F = Cv^{\alpha}S^{\beta}\rho^{\gamma}$$
.

где C — безразмерный множитель, v — скорость тела относительно среды, S — площадь поперечного сечения тела,

 $\rho$  – плотность среды.

 $\alpha, \beta, \gamma$  — степени величин, с которыми они войдут в формулу.

$$\begin{split} [F] = & \left[ v^{\alpha} S^{\beta} \rho^{\gamma} \right] = \left[ L T^{-2} M \right], \\ & \left[ v^{\alpha} S^{\beta} \rho^{\gamma} \right] = & \left[ L T^{-1} \right]^{\alpha} \left[ L^{2} \right]^{\beta} \left[ M L^{-3} \right] \gamma. \end{split}$$

Отсюда следует система уравнений

$$\alpha + 2\beta - 3\gamma = 1$$
,  
 $\alpha = 2$ ,  
 $\gamma = 1$ .

Получим:

$$\alpha = 2$$
,  $\beta = 1$ ,  $\gamma = 1$ .

Теперь можно сконструировать формулу:

$$F = CS\rho v^2$$
.

Из учебника Г.Я. Мякишева и А.З. Синякова Механика, 10 класс,

мы узнаем, что  $\frac{\rho v^2}{2}$  – плотность кинетической энергии. Конечно же,

удобнее изменить коэффициент и записать формулу с этой величиной:

$$F = C_2 S \frac{\rho v^2}{2}.$$

В «школьных» задачах иногда предлагается считать силу сопротивления среды зависящей от квадрата скорости:

$$F = K_2 v^2.$$

Таким образом, при больших скоростях сила сопротивления зависит от скорости квадратично.

Остается понять, какие скорости большие, а какие – малые.

Будем искать силу сопротивления, включив в анализ размерности и вязкость, и плотность.

$$F = \frac{C}{2} v^{\alpha} S^{\beta} \rho^{\gamma} \eta^{\delta}.$$

Здесь мы сразу «заложили» в формулу знаменатель 2. Читатель

теперь самостоятельно может поупражняться и получить формулу

$$F = CS \frac{\rho v^2}{2} \left( \frac{\sqrt{S} v \rho}{\eta} \right)^{-\delta}.$$

Комбинация в скобках  $\frac{\sqrt{S}v\rho}{\eta}$ 

имеет произвольную степень, это может быть только в том случае, если она безразмерна. Этот безраз-

мерный параметр называется числом Рейнольдса **Re**. По порядку величины **Re** равно отношению кинетической энергии среды к величине работы силы вязкости на характерной длине. Для разных задач характерны разные длины и разные скорости, поэтому числа Рейнольдса могут сильно отличаться для разных условий.

## Сопротивление воздуха учитывать!

Часто бывают задачи, в которых есть указание: сопротивление воздуха не учитывать. А если сопротивление воздуха нужно учитывать?

Задача. Моделька автомобиля трогается с места с ускорением  $a_1$ =0,2 м/с². При скорости v=1 м/с ускорение автомобиля стало равным  $a_2$ =0,1 м/с². С какой установившейся скоростью  $v_0$  будет двигаться моделька, если сила сопротивления пропорциональна скорости? Силу тяги при движении модельки считать постоянной

#### Решение.

$$ma_1 = F, ma_2 = F - kv,$$
  
 $0 = F - kv_0.$ 

Здесь F — сила тяги (о роли разных сил при движении автомобиля говорилось в первой статье о трении), k — коэффициент сопротивления.

Получим: 
$$\frac{F}{k} = v_0$$
. 
$$\frac{ma_2}{ma_1} = \frac{F - kv}{F}; \frac{a_2}{a_1} = 1 - \frac{kv}{F};$$
 
$$v_0 = \frac{F}{k} = \frac{v}{1 - \frac{a_2}{a_1}} = \frac{va_1}{a_1 - a_2} = 2 \text{ m/c}.$$

Ответ: 2 м/с.

Задача. Два шарика из одинакового материала падают в воздухе. Диаметр первого из них в 4 раза больше диаметра второго. Считая сопротивление воздуха пропорциональным поперечному сечению тела и квадрату его скорости, найти, во сколько раз скорость первого шарика будет больше скорости второго шарика при достижении ими постоянной скорости падения.

Решение. На каждый шарик действует сила тяжести и сила сопротивления воздуха. Силой Архимеда пренебрежём, считая шарики небольшими.

$$F_{m,g,\mu_c} = F_{conp}$$

$$\rho \frac{1}{6}\pi D^3 g = K \frac{\pi D^2}{4} v^2.$$

Здесь использованы формулы для объема шарика и для его поперечного сечения, Даже если эти формулы не знать, можно догадаться, что объем пропорционален кубу диаметра, а поперечное сечение – квадрату диаметра. Отсюда запишем соотношения для каждого шарика:

$$\rho \frac{1}{6}D_1g = K\frac{v_1^2}{4}, \ \rho \frac{1}{6}D_2g = K\frac{v_2^2}{4}.$$

Физика

Поделим одно уравнение на друroe:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2}$$
, отсюда  $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{D_1}{D_2}} = 2$ .

**Ответ:** в 2 раза.

#### Задача.

В момент t=0 частице сообщили начальную скорость  $v_0$  и она начала двигаться под действием силы сопротивления среды, пропорциональной её скорости как  $\vec{F} = -k\vec{v}$ . Считать массу т и коэффициент сопротивления известными.

Найти:

- а) время движения частицы под действием этой силы;
- б) скорость частицы в зависимости от пройденного ею пути, а также полный путь до остановки.
- (И.Е. Иродов Задачи по общей физике).

Рассмотреть эту задачу предлагается тем читателям, которые достаточно подготовлены математически и хотят применить знания, полученные на математике, для решения более продвинутых задач.

#### Решение.

a) 
$$\frac{dv}{dt} = -\frac{kv}{m}$$
,  $\int_{v}^{v} \frac{dv}{v} = -\frac{k}{m} \int_{0}^{t} dt$ ,

$$\ln v\big|_{v_0}^v = -\frac{k}{m}t, \quad \ln \frac{v}{v_0} = -\frac{k}{m}t,$$

$$v = v_0 e^{-\frac{k}{m}t}, \quad t \to \infty.$$

$$6) dv = -\frac{kv}{m}dt = -\frac{k}{m}ds,$$

$$\int_{0}^{v} dv = -\frac{k}{m} \int_{0}^{s} ds \quad v = v_{0} - \frac{k}{m} s.$$

$$0 = v_0 - \frac{k}{m} s_{nonh.}; s_{nonh.} = \frac{mv_0}{k}.$$

Otbet: a) 
$$v = v_0 e^{-\frac{k}{m}t}, t \to \infty$$
.;

б) 
$$v = v_0 - \frac{k}{m} s; s_{nonh.} = \frac{mv_0}{k}.$$

(Отметим, что решение этой задачи несколько формально и требует более глубокого отдельного обсуждения. Это было бы доступно читателям, более продвинутых в математической подготовке).

#### Вязкость

Всем реальным жидкостям и газам присуще внутреннее трение. Рассмотрим скольжение относительно друг друга двух пластин, между которыми имеется слой жидкости.

При медленном перемещении скорости частиц жидкости, соприкасающиеся с пластинами, относительно данных пластин равны нулю - молекулы жидкости «прилипают» к пластинам. А при переходе от слоя к слою скорость слоев жидкости изменяется. Жидкость при этом оказывается как бы разделенной на слои, которые скользят относительно друг друга не перемешиваясь, причем скорость от слоя к слою плавно меняется, выравниваясь при подходе к пластинам со скоростями пластин.

При этом, от слоя к слою передается импульс р частиц. Эта передача импульса  $\Delta p$  и ведет к появлению силы внутреннего трения, вспомним основное уравнение динамики:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = F.$$

Такое течение называется *лами- нарным*, слоистым.

Начиная с некоторого значения числа *Re*, называемого критическим, течение приобретает турбулентный характер – скорость частиц в каж-

дой точке пространства беспорядочно изменяется, происходит интенсивное перемешивание жидкости, что приводит к значительному увеличению внутреннего трения («турбулентная вязкость»).

# Новости Новости Новости Новости Новости



Сборная России заняла второе место на Балтийской олимпиаде по физике

Российские школьники завоевали две золотые и четыре серебряные медали Балтийской олимпиады по физике и заняли второе место в общекомандном зачете. Соревнования прошли в дистанционном формате с 16 по 19 мая, итоги были объявлены 20 мая в Таллине.

Россию представили шесть десятиклассников, набравших свыше 73 баллов по итогам регионального этапа Всероссийской олимпиады школьников по физике.

«В нашу сборную вошли ученики 10-го класса, которые набрали наибольшее число баллов по итогам регионального этапа Всероссийской олимпиады школьников. Времени на подготовку у нас было достаточно мало, и ряд задач в олимпиаде относились к курсу 11-го класса, однако несмотря на все это ребята хорошо справились. Задания были поделены на теоретическую и экспериментальную части, и последние некоторые из участников нашей сборной выполнили на "отлично"», — отметил Виталий Шевченко.

Все участники олимпиады получили задания от организаторов в онлайнформате и решали задачи в течение пяти часов. Эксперты выступали в качестве наблюдателей с помощью платформы Zoom.

Всего за победу на Балтийской олимпиаде по физике боролись 109 школьников из 12 стран мира: Румынии (заняла первое место), Эстонии, Швеции, Финляндии, Латвии, Германии, Саудовской Аравии, Бразилии и других.

Балтийская олимпиада по физике (NBPhO) проходит с 2003 года как отборочное мероприятие на Международную олимпиаду для Эстонии и Финляндии (впоследствии присоединились Латвия и Швеция).

Источник информации: https://mipt.ru/news