



### Шеронов Александр Анатольевич

Доцент кафедры физики  
Московского физико-технического института (МФТИ),  
кандидат физико-математических наук.

## Влажный воздух

В статье рассказано о давлении насыщенных паров воды, относительной влажности. Приведены примеры решения конкретных задач.

### Основные понятия.

Большую часть поверхности нашей планеты занимает вода в разных состояниях. Поэтому присутствие воды в атмосферном воздухе в виде пара, мелких капель, снежинок неизбежно. Массу пара  $m$  в объеме  $V$  при давлении  $P$  и температуре  $T$  можно определять по уравнению состояния:

$$PV = \frac{m}{M}RT. \quad (1)$$

В уравнении  $M=18 \cdot 10^{-3}$  кг/моль – молярная масса воды,  $R$  – газовая

постоянная. Отметим, что формула (1) определяет парциальное давление пара независимо от наличия в объеме других газов. Ограничение в применении уравнения состояния (1) для пара одно: при заданной температуре  $T$  давление пара  $P$  не может быть больше давления насыщенного пара  $P_H$ . Зависимость давления насыщенного пара воды в миллиметрах ртутного столба (1 мм рт. ст.  $\approx 133$  Па) для некоторых характерных температур в градусах Цельсия приведена в таблице.

$t, ^\circ\text{C}$	-20	-10	0	+10	+20	+30	+50	+70	+90	+100	+120
мм рт.ст.	0,77	1,95	4,58	9,2	17,54	31,8	92,5	233,7	525,8	760	1520

Привести эту зависимость в линейном масштабе в виде графика (см. рис. 1) затруднительно, так как давление  $P_H$  пара воды при изменении температуры от  $0\text{ }^\circ\text{C}$  ( $273\text{ K}$ ) до  $100\text{ }^\circ\text{C}$  ( $373\text{ K}$ ) увеличивается в 166 раз.

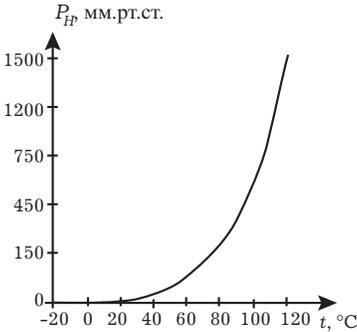


Рис.1

Из уравнения состояния для насыщенного пара

$$P_H = n_H k T, \quad (2)$$

где  $n_H$  – концентрация насыщенного пара,  $k$  – постоянная Больцмана, следует, что увеличение давления в 166 раз означает увеличение концентрации  $n_H$  примерно в 120 раз.

Отметим ещё одну важную особенность зависимости  $P_H$  от температуры: скорость изменения давления быстро растёт с увеличением температуры. Так, увеличение температуры на  $\Delta T = 1\text{ K}$  вблизи комнатной температуры ( $T=300\text{ K}$ ) увеличивает дав-

ление пара на  $\Delta P \approx 0,7$  мм рт.ст. Такое же увеличение температуры на  $\Delta T = 1\text{ K}$  вблизи температуры кипения воды при атмосферном давлении ( $T=373\text{ K}$ ) увеличивает давление пара на  $\Delta P_H \approx 27$  мм рт.ст.

Для характеристики давления пара воды в воздухе вводится понятие относительной влажности воздуха  $\alpha$ . Относительной влажностью  $\alpha$  называется отношение давления пара  $P$  при некоторой температуре  $T$  к давлению насыщенного пара  $P_H$  при той же температуре:

$$\alpha = \frac{P}{P_H}. \quad (3)$$

Относительная влажность по формуле (3) задаётся в «долях». Умножив это отношение на 100%, получим относительную влажность в «процентах», которая и «озвучивается» в сводках погоды.

Понятно также, что при заданной температуре относительная влажность не может быть больше 100%. Иными словами, если концентрация пара  $n$  превышает величину  $n_H$ , задаваемую уравнением (2), то взаимодействие молекул пара, независимо от присутствия молекул воздуха, приводит к образованию мелких капелек воды и выпадению их на стенки сосуда в виде влаги.

Решим несколько характерных задач.

### Примеры решения задач

**Задача 1.** В сосуде постоянного объёма находится влажный воздух с относительной влажностью  $\alpha_1 = 80\%$  при температуре  $T_1 = 293\text{ K}$ . Сосуд нагревают до температуры  $T_2 = 373\text{ K}$ .

Найти влажность воздуха при этой температуре. Давление насыщенного пара воды при температуре  $T_1$  равно  $P_{1H} = 17,5$  мм рт.ст.

**Решение:**  $V$  – объём сосуда. Определим количество пара в сосуде по уравнению состояния (это количество не меняется при нагреве):

$$v_{\text{II}} = \frac{\alpha_1 P_{1\text{H}} V}{RT_1}. \quad (1)$$

Найдём давление этого пара при температуре  $T_2$ :

$$P_2 = v_{\text{II}} \frac{RT_2}{V}. \quad (2)$$

Давление насыщенного водяного пара при температуре  $100^\circ\text{C}$  часто не задаётся; оно считается известным и равным  $P_{2\text{H}} = 760$  мм рт.ст. ( $10^5$  Па).

Поэтому из формул (1) и (2) получим:

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \frac{P_2}{P_{2\text{H}}} = \alpha_1 \frac{P_{1\text{H}} T_2}{P_{2\text{H}} T_1} = \\ &= 0,8 \frac{17,5}{760} \cdot \frac{373}{293} = 0,023. \end{aligned}$$

**Ответ.**

$$\alpha_2 = \alpha_1 \frac{P_{1\text{H}} T_2}{P_{2\text{H}} T_1} = 0,023 (2,3\%).$$

**Задача 2.** Поршень делит объём герметичного вертикально расположенного цилиндра на две части. Стенки цилиндра хорошо проводят теплоту. Снаружи цилиндра поддерживается постоянная температура  $T = 373$  К. Поршень создает своим весом дополнительное давление  $P = P_0/5$ , где  $P_0$  – нормальное атмосферное давление. Под поршнем в объёме  $V_0 = 1$  л находится воздух, над поршнем в объёме  $V_0$  – вода массой  $m_1 = 1,2$  г и водяной пар. Система в равновесии. Цилиндр переворачивают вверх дном. После наступле-

ния равновесия под поршнем находится вода и водяной пар, над поршнем – воздух.

1) Найти объём пара  $V$  в конечном состоянии.

2) Найти массу воды  $m_2$  в конечном состоянии.

Объём воды значительно меньше объёма цилиндра, масса воды значительно меньше массы поршня. Трением поршня о цилиндр пренебречь. Молярная масса водяного пара  $\mu = 18$  г/моль (МФТИ, 2017 г.).

**Решение.** Пар в начальном и конечном состояниях насыщенный, его давление  $P_0$ .

1) Для воздуха

$$(P_0 + P)V_0 = (P_0 - P)(2V_0 - V).$$

$$V = \frac{1}{2}V_0 = 0,5 \text{ л.}$$

2) Пусть  $m$  – масса пара вначале:

$$P_0 V_0 = \frac{m}{\mu} RT, \quad P_0 V = \frac{m - (m_2 - m_1)}{\mu} RT,$$

$$m_2 = m_1 + \frac{P_0(V_0 - V)\mu}{RT} =$$

$$= m_1 + \frac{P_0 V_0 \mu}{2RT} \approx 1,2 + 0,3 = 1,5 \text{ (г).}$$

**Задача 3.** Подвижная перегородка делит объём горизонтально расположенного сосуда цилиндрической формы на два отсека с равными объёмами. В одном отсеке находится вода и её пар, в другом – сухой воздух. Сосуд вместе с содержимым начинают медленно нагревать. Перегородка начинает двигаться и при некоторой температуре останавливается. Отношение объёмов отсеков при этом равно 2:5.

Найти отношение количества воды  $v_{\text{ж}}$  к количеству пара  $v_{\text{II}}$  в начальном состоянии. Во время нагрева тем-

пература в отсеках одинаковая. Объёмом, который занимает вода в одном из отсеков, можно пренебречь.

**Решение:** Пусть вначале в одном отсеке находится количество сухого воздуха  $v$ , в другом количество пара  $v_{\text{II}}$  и воды  $v_{\text{ж}}$ .

При нагреве давление насыщенного пара меняется быстрее, чем давление воздуха, поэтому перегородка будет двигаться, сжимая воздух до тех пор, пока не испарится вся вода. В этот момент перегородка останавливается и при дальнейшем нагреве двигаться не будет.

При одинаковых температурах и давлениях в отсеках вначале количество воздуха равно количеству пара:

$$v = v_{\text{II}}$$

По условию объёмом воды пренебрегаем. В момент, когда перегородка перестаёт двигаться, вся вода испаряется и количество пара равно  $v_{\text{II}} + v_{\text{ж}}$ .

При одинаковых температурах и давлениях это количество очевидно в 2,5 раза больше количества воздуха:

$$v_{\text{II}} + v_{\text{ж}} = 2,5v.$$

Из записанных уравнений получаем:

$$\frac{v_{\text{ж}}}{v_{\text{II}}} = 1,5.$$

**Ответ:**  $\frac{v_{\text{ж}}}{v_{\text{II}}} = 1,5.$

**Задача 4.** В цилиндре под поршнем находится влажный воздух с относительной влажностью  $\alpha = 0,6$ . В изотермическом процессе его объём уменьшается в  $\beta = 4$  раза; при этом часть пара конденсируется, превращаясь в воду.

Найти отношение количества образовавшейся воды  $v_{\text{ж}}$  к начальному количеству пара  $v_{\text{II}}$ .

**Решение.**  $V$  – начальный объём воздуха,  $V/\beta$  – конечный,  $P_{\text{H}}$  – давление насыщенного пара. Запишем для пара в начале и в конце процесса уравнения состояния:

$$\alpha P_{\text{H}} V = v_{\text{II}} R T,$$

$$P_{\text{H}} V / \beta = (v_{\text{II}} - v_{\text{ж}}) R T.$$

Из уравнений находим:

$$\frac{v_{\text{ж}}}{v_{\text{II}}} = \frac{\alpha\beta - 1}{\alpha\beta} = \frac{0,6 \cdot 4 - 1}{0,6 \cdot 4} = \frac{7}{12}.$$

**Ответ.**  $\frac{v_{\text{ж}}}{v_{\text{II}}} = \frac{7}{12}.$

**Задача 5.** Влажный воздух с относительной влажностью  $\alpha = 0,5$  находится в цилиндре под поршнем. Если в изотермическом процессе увеличить давление на поршень в  $\beta = 3$  раза, то объём, занимаемый воздухом, уменьшится в  $\lambda = 4$  раза, а на стенках внутри цилиндра выпадет влага. Какую часть конечного давления в цилиндре составляет давление пара? Объёмом образовавшейся жидкости пренебречь (МФТИ, 2003 г.).

**Решение.** В данной задаче необходимо учитывать, что давление в цилиндре есть сумма парциальных давлений воздуха и пара. Пусть  $V_1$  и  $P_1$ ,  $V_2$  и  $P_2$  – начальные и конечные объёмы и давления влажного воздуха,  $P_{\text{H}}$  – давление насыщенного пара в конечном состоянии. Начальные и конечные объёмы и давления сухого воздуха определяются законом Бойля–Мариотта.

$$(P_1 - \alpha P_{\text{H}}) V_1 = (P_2 - P_{\text{H}}) V_2$$

По условию

$$P_2 = \beta P_1, V_1 = \lambda V_2$$

Из этих равенств находим ответ

$$\frac{P_H}{P_2} = \frac{\lambda \frac{P_2}{P_1} - 1}{\lambda \alpha - 1} = \frac{\lambda - \beta}{\beta(\lambda \alpha - 1)} = \frac{1}{3}.$$

**Ответ:** 
$$\frac{P_H}{P_2} = \frac{\lambda - \beta}{\beta(\lambda \alpha - 1)} = \frac{1}{3}.$$



**Задача 6.** В сосуде объёмом  $V=1$ л находится влажный воздух при температуре  $T_1=293$ К и относительной влажности  $\alpha_1=0,7$ . Сосуд охлаждается до температуры  $T_2=288$ К. После установления равновесия сосуд снова охлаждается до температуры  $T_3=283$ К, в результате чего на стенках сосуда внутри появляется влага.

1) Найти относительную влажность воздуха при температуре  $T_2$ .

2) Найти массу воды, которая сконденсировалась из пара при температуре  $T_3$ .

Давления насыщенного пара при температурах  $T_1, T_2, T_3$  равны:

$$P_{1H}=17,5 \text{ мм рт.ст.}, P_{2H}=12,8 \text{ мм рт.ст.}, P_{3H}=9,2 \text{ мм рт.ст.}$$

**Решение:** Найдём количество пара  $v_{\Pi}$  которое содержится в воздухе сосуда при температуре  $T_1$ :

$$v_{\Pi} = \alpha_1 P_{1H} V / RT_1. \quad (1)$$

Узнаем влажность воздуха при температуре  $T_2$ , считая что весь пар сохраняется в воздухе сосуда:

$$\alpha_2 = \frac{P_2}{P_{2H}} = \frac{1}{P_{2H}} \frac{v_{\Pi} RT_2}{V_k} = \alpha_1 \frac{P_{1H}}{P_{2H}} \cdot \frac{T_2}{T_1} = 0,7 \cdot \frac{17,5}{12,8} \cdot \frac{288}{293} = 0,94.$$

Полученное значение  $\alpha_2$  подтверждает, что при температуре  $T_2$  пар ненасыщенный.

Определим начальную плотность пара  $\rho_1$  при температуре  $T_1$ :

$$\rho_1 = \frac{M \alpha_1 P_{1H}}{RT_1} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 0,7 \cdot 17,5 \cdot 133}{8,31 \cdot 293} = 12,1 \text{ г / м}^3.$$

Найдём конечную плотность пара  $\rho_3$  при температуре  $T_3$ :

$$\rho_3 = \frac{M P_{3H}}{RT_3} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 9,2 \cdot 133}{8,31 \cdot 293} = 9,4 \text{ г / м}^3.$$

Масса воды, появившейся внутри сосуда, очевидно равна

$$m = (\rho_3 - \rho_1) V = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ г}.$$

**Ответ:** 1)  $\alpha_2=0,94$  (94%)

3)  $m=2,7 \cdot 10^{-3}$  г.

**Задача 7.** Два сосуда соединены трубкой с закрытым краном. В одном сосуде объёмом  $V_1=3$  л нахо-

дится влажный воздух с относительной влажностью  $\alpha_1=50\%$  при температуре  $T$ . В другом сосуде объемом  $V_2=2$  л находится влажный воздух с относительной влажностью  $\alpha_2=75\%$  при той же температуре. Кран открывают, и влажный воздух в сосудах перемешивается. В сосудах устанавливается та же температура  $T$ . Найти относительную влажность  $\alpha$  воздуха в сосудах (МФТИ, 2018 г.).

**Решение.** Масса пара в сосудах сохраняется.

Пусть  $P_H$  – давление насыщенного пара, тогда:

$$m_1 = \frac{\mu}{RT} \alpha_1 P_H V_1, m_2 = \frac{\mu}{RT} \alpha_2 P_H V_2,$$

$$m_1 + m_2 = \frac{\mu}{RT} \alpha P_H (V_1 + V_2).$$

Из формул получаем:

$$\alpha = \frac{\alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2}{V_1 + V_2} = 60\%.$$

**Задача 8.** В сосуде находятся водяной пар и вода при температуре  $100^\circ\text{C}$ . В процессе изотермического расширения вода начинает испаряться. К моменту, когда она вся испарилась, объём пара увеличился в  $\beta = 10$  раз. Найдите отношение объёмов пара и воды в начале опыта. Плотность воды равна  $\rho_B=10^3$  кг/м<sup>3</sup> (МФТИ, 1996 г.).

**Решение.** Процесс идет при постоянном давлении  $P=10^5$  Па.

Пусть в начале опыта объёмы пара и воды равны  $V_n$  и  $V_B$  соответственно. Тогда можно записать

$$PV_n = (m_n/\mu)RT, P\beta V_n = \\ = (m_n + \rho_B V_B)RT/\mu,$$

где  $m_n$  – начальная масса пара,  $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$  кг/моль – молярная масса воды,  $T = 373$  К.

Из этих уравнений находим отношение объёмов пара и воды в начале опыта:

$$V_n/V_B = \rho_B RT / (\mu P (\beta - 1)) = 191.$$

**Задача 9.** В цилиндре под поршнем находится вода и насыщенный водяной пар под давлением  $P_0=1$  атм. Объём воды составляет  $\gamma=1/860$  часть объёма пара. При изобарическом расширении температура увеличивается в  $\beta=2$  раза. При этом вся вода испаряется. Во сколько раз конечный объём пара больше его начального объёма? Плотность воды  $\rho=1$  г/см<sup>3</sup>, молярная масса пара  $\mu=18$  г/моль (МФТИ, 2005 г.).

**Решение.** В начальном состоянии в цилиндре находится вода массой  $m_B$ , пар массой  $m_n$ ,  $V$  – объём пара,  $T=373$  К, давление  $P_0=10^5$  Па. Уравнение состояния для пара и условие дают равенства.

$$V = \frac{m_n}{\mu P_0} RT, m_B = \rho V.$$

В процессе изобарического расширения пара до объёма  $V_1$  испаряется вся вода при постоянном давлении  $P_0$  и температуре  $T$ :

$$V_1 = \frac{m_n + m_B}{\mu P_0} RT.$$

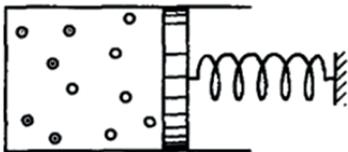
При дальнейшем расширении пара до конечного объёма  $V_2$ , температура увеличивается в  $\beta=2$  раза:

$$V_2 = \frac{m_n + m_B}{\mu P_0} R\beta T.$$

Из написанных равенств находим искомое отношение:

$$\begin{aligned} \frac{V_2}{V} &= \beta \left(1 + \frac{m_g}{m_{\text{II}}}\right) = \beta \left(1 + \frac{\rho \gamma R T}{\mu P_0}\right) = \\ &= 2 \left(1 + \frac{10^3 \cdot 8,3 \cdot 373}{860 \cdot 18 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5}\right) \approx 6. \end{aligned}$$

**Задача 10.** В цилиндре поршнем с пружиной заперты водяной пар и вода, масса которой  $M=1$  г. Температура в цилиндре поддерживается постоянной и равной  $100^\circ\text{C}$ . После того как из цилиндра выпустили часть пара массой  $m=7$  г, поршень стал двигаться. Когда установилось равновесие, объём содержимого в цилиндре под поршнем оказался в 2 раза меньше первоначального. Какая масса пара была в цилиндре и какой объём он занимал в начале опыта? Внешнее давление отсутствует, недеформированная пружина соответствует положению поршня у дна цилиндра, трением между поршнем и стенками цилиндра пренебречь (МФТИ, 1995 г.).



**Решение.** Вода вначале занимала объём  $1 \text{ см}^3$ , тогда как пар, по уравнению состояния, занимал объём не меньше  $12 \text{ л}$ , так что объёмом, занимаемым водой можно пренебречь. Пар в начале насыщенный (в цилиндре есть вода), и его давление равно  $P_{1\text{H}}=10^5 \text{ Па}$ . В конце опыта давление пара составляло  $P_2=0,5P_{1\text{H}}=0,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$ , так как сила, действующая со стороны пружины на поршень, уменьшилась вдвое. Вся вода при этом испарилась, поскольку поршень перестал двигаться, и пар стал ненасыщенным.

Пусть начальная масса пара равно  $m_{\text{II}}$ . Тогда в начале опыта

$$P_{1\text{II}} V = \frac{m_{\text{II}}}{M_{\text{II}}} RT,$$

где  $M_{\text{II}}$  – молярная масса пара. В конце опыта

$$\frac{1}{2} P_{1\text{II}} \frac{V}{2} = \frac{m_{\text{II}} + M - m}{M_{\text{II}}} RT.$$

Из этих двух уравнений находим

$$m_{\text{II}} = \frac{4}{3}(m - M) = 8 \text{ г}.$$

Объём, который занимал пар, равен:

$$V = \frac{m_{\text{II}}}{M_{\text{II}}} \frac{RT}{P_{1\text{II}}} = 13,8 \text{ л}.$$