Прохоров Вадим Константинович
Учитель физики
ГБОУ «Школа №1526 на Покровской», г. Москва.

Шарик, кубик, пружинка...

В статье рассматриваются задачи, объектом которых является простая физическая модель: два тела, соединённые лёгкой пружиной. На примере этой модели рассматриваются различные методы решения задач и применение законов динамики, законов сохранения и других.

Статья адресована преподавателям физики и учащимся, углублённо изучающим физику, может быть полезна при проведении факультативных или кружковых занятий, при подготовке к экзаменам и олимпиадам.

Примеры решения задач

Во всех задачах масса пружины пренебрежимо мала по сравнению с массами тел и при любых деформациях пружина подчиняется закону Гука.

Задача 1. Тела массами m_1 и m_2 соединены пружиной жёсткостью k. На тело массы m_2 действует постоянная сила F, направленная вдоль пружины к телу массой m_1 (рисунок 1). Найдите, на сколько сжата пружина, если никаких других внешних сил нет, а колебания уже прекратились. Каким будет ускорение тел сразу же после прекращения действия силы F?

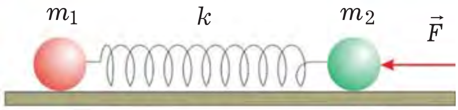

Рис. 1

Решение. После прекращения всех колебаний ускорения всех тел одинаковы и на тела системы действуют силы, показанные на рисунке 2.

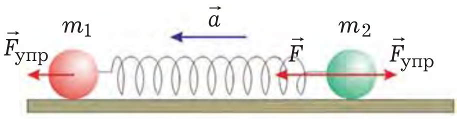

Рис. 2

Запишем второй закон Ньютона для каждого тела в отдельности:

$$m_1 a = F_{упр}, \quad (1)$$

$$m_2 a = F - F_{упр}. \quad (2)$$

По закону Гука:

$$F_{упр} = k\Delta L. \quad (3)$$

Из этих уравнений следует:

$$\Delta L = \frac{m_1 F}{k(m_1 + m_2)}. \quad (4)$$

Если исчезнет сила F, то на каждое тело будет действовать сила упругости, определяемая формулой (3). С учётом (4) сила упругости равна

$$F_{упр} = \frac{m_1 F}{m_1 + m_2}.$$

Тогда:

$$a_1 = \frac{F_{упр}}{m_1} = \frac{F}{m_1 + m_2}, \quad (5)$$

$$a_2 = \frac{F_{упр}}{m_2} = \frac{m_1 F}{m_2(m_1 + m_2)}. \quad (6)$$

Ответ. См. формулы (4), (5), (6).

Задача 2. Вертикально расположенная пружина соединяет два груза. Масса верхнего груза $m_2 = 2$ кг, а нижнего $m_1 = 3$ кг. Когда система подвешена за верхний груз, длина пружины равна $L_1 = 10$ см. Если систему поставить на подставку, длина пружины будет равна $L_2 = 4$ см. Определить длину недеформированной пружины L_0.

Решение. В первом случае рассматриваем равновесие нижнего груза m_2, а во втором случае – равновесие верхнего груза m_1 (рис. 3):

$$m_1 g = k|L_1 - L_0| = k(L_1 - L_0), \quad (1)$$

$$m_2 g = k|L_2 - L_0| = k(L_0 - L_2). \quad (2)$$

Здесь мы учли закон Гука, а также, что $L_1 > L_0$, $L_2 < L_0$.

Разделив уравнения (1) и (2) друг на друга, после преобразований получаем:

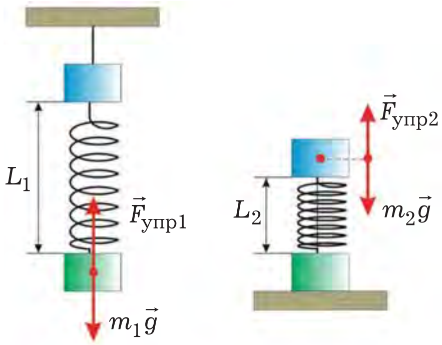

Рис. 3

$$L_0 = \frac{m_2 L_1 + m_1 L_2}{m_1 + m_2} = 0{,}064 \text{ м}.$$

Ответ. 6,4 см.

Задача 3. Система состоит из двух брусков массами m_1 и m_2, между которыми находится сжатая пружина жёсткостью k (см. рисунок 4). Бруски связаны нитью, которую в некоторый момент пережигают. При каких значениях ΔL_1 – начального сжатия пружины – нижний брусок массой m_2 подскочит после пережигания нити?

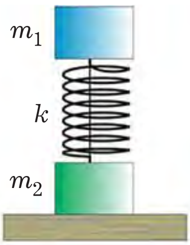

Рис. 4

Решение. После пережигания нити брусок массой m_1 будет подниматься вверх, сжатие пружины уменьшается. В какой-то момент времени деформация пружины равна нулю, при дальнейшем движении бруска m_1 пружина растягивается. На нижний кубик m_2 действуют три силы (рисунок 5): сила тяжести $m_2\vec{g}$, сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$, сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}}$. Кубик m_2 подскочит при условиях:

$$N = 0,$$

$$F_{\text{упр}} \geq m_2 g.$$

Здесь

$$F_{\text{упр}} = k\Delta L_2,$$

где ΔL_2 – растяжение пружины в момент, когда подскакивает кубик m_2 (см. рис. 5). Таким образом:

$$k\Delta L_2 \geq m_2 g. \quad (1)$$

ΔL_2 найдём из закона сохранения энергии:

$$\frac{k\Delta L_1^2}{2} = m_1 g(\Delta L_1 + \Delta L_2) + \frac{k\Delta L_2^2}{2}. \quad (2)$$

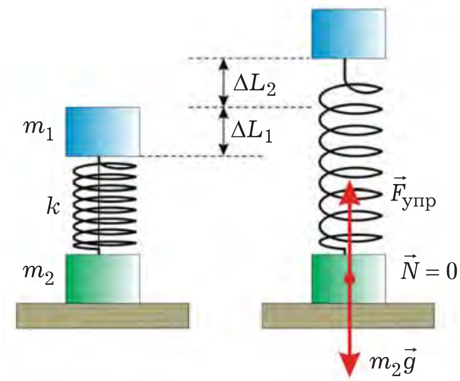

Рис. 5

Преобразуем (2):

$$\frac{k}{2} \cdot \left(\Delta L_1^2 - \Delta L_2^2\right) = m_1 g(\Delta L_1 + \Delta L_2).$$

При сокращении на $\Delta L_1 + \Delta L_2$ получаем:

$$\frac{k}{2} \cdot (\Delta L_1 - \Delta L_2) = m_1 g. \quad (3)$$

Из (1) найдём $\Delta L_2 = \dfrac{m_2 g}{k}$ и подставим в (3):

$$\frac{k}{2} = \left(\Delta L_1 \frac{m_2 g}{k}\right) = m_1 g,$$

отсюда находим:

$$\Delta L_1 = \frac{2m_1 g + m_2 g}{k}.$$

Это минимальное значение ΔL_1, при котором подпрыгивает груз m_2.

Ответ. $\Delta L_1 = \dfrac{2m_1 g + m_2 g}{k}$.

Задача 4. Между двумя брусками массами m и M находится сжатая пружина. Если брусок массой M удерживать на месте, а брусок массой m отпустить, то он отлетит со скоростью v_0. С какими скоростями v_1 и v_2 будут двигаться бруски, если их отпустить одновременно? Трением пренебречь.

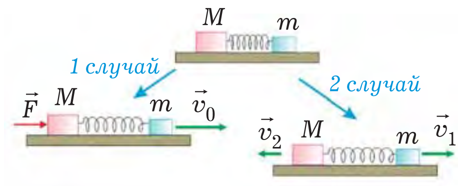

Рис. 6

Решение. Исходное состояние системы двух брусков изображено в верхней части рисунка 6. Это исходное состояние одинаково для обоих случаев.

1 случай. Брусок M удерживается на месте, то есть к нему приложена некоторая горизонтальная сила $\vec{F}$ (см. рисунок 6). В этом случае система брусков не является изолированной (есть внешняя сила $\vec{F}$) и, следовательно, импульс такой системы не сохраняется. С другой стороны, сила $\vec{F}$ не совершает работы, так как не приводит к перемещению бруска массы M, значит, система брусков замкнута. Кроме этого, система консервативна – в ней отсутствует трение. Таким образом, для системы брусков в первом случае справедлив закон сохранения полной механической энергии в виде

$$E_{\underset{\text{упр}}{\text{пот}}} = \frac{mv_0^2}{2}. \qquad (1)$$

где $E_{\underset{\text{упр}}{\text{пот}}}$ – потенциальная энергия первоначально сжатой пружины.

2 случай. Оба бруска отпускают одновременно. В этом случае система брусков изолирована вдоль оси OX (проекции внешних сил на ось OX равны нулю), замкнута (внешние силы – силы тяжести и реакции опоры работы не совершают) и консервативна (отсутствует трение). Для такой системы справедливы законы сохранения импульса и энергии в виде

$$0 = mv_1 - Mv_2, \qquad (2)$$

$$E_{\underset{\text{упр}}{\text{пот}}} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2}. \qquad (3)$$

Решаем уравнения (1) – (3) в следующей последовательности:

Приравниваем (1) и (3):

$$mv_0^2 = mv_1^2 + Mv_2^2. \qquad (4)$$

Выражаем v_1 из (2):

$$v_1 = \frac{Mv_2}{m}. \qquad (5)$$

Подставляем (5) в (4) и выражаем скорость бруска m_2:

$$v_2 = \frac{mv_0}{\sqrt{M(M+m)}}. \qquad (6)$$

Подставляем (6) в (5) находим скорость бруска m_1:

$$v_1 = \frac{Mv_0}{\sqrt{M(M+m)}}. \qquad (7)$$

Ответ. См. формулы (6) и (7).

Задача 5. На горизонтальной плоскости стоят два кубика одинаковых размеров, имеющие массы m_1 и m_2. Коэффициенты трения кубиков о плоскость μ_1 и μ_2. К первому кубику прикладывают силу $\vec{F}$, линия действия которой проходит через центры обоих кубиков перпендикулярно боковым граням. Кубики скреплены лёгкой недеформированной (в исходном состоянии) пружиной, ось которой совпадает с линией действия силы $\vec{F}$ (рис. 7). При какой минимальной величине этой силы второй кубик сдвинется с места?

Решение. Под действием силы $\vec{F}$ первый кубик начнёт двигаться, пружина будет растягиваться, и будет возрастать сила упругости, действующая на оба кубика. Второй брусок будет оставаться в покое до тех пор, пока действующая на него со стороны пружины сила упругости не будет равна максимальной силе трения покоя со стороны горизонтальной плоскости:

$$F_{\text{упр}} = F_{\text{тр. покоя max 2}}.$$

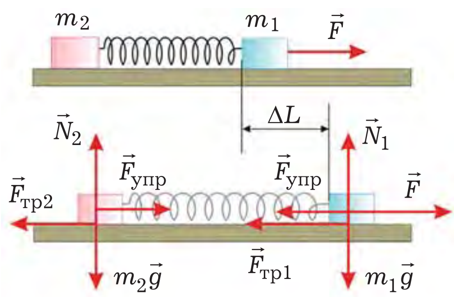

Рис. 7

Учитывая закон Гука

$$F_{\text{упр}} = k\Delta L$$

и закон Кулона – Амонтона

$$F_{\text{тр. покоя max 2}} = \mu_2 N_2 = \mu_2 m_2 g,$$

получим

$$k\Delta L = \mu_2 m_2 g, \qquad (1)$$

где ΔL – растяжение пружины.

Минимальность силы $\vec{F}$ означает, что к моменту, когда пружина будет растянута на ΔL, второй брусок только начинает движение, а первый брусок медленно переместится на ΔL. То есть кинетическая энергия системы не увеличивается.

Система двух кубиков является незамкнутой (внешняя сила $\vec{F}$ совершает над системой работу), неконсервативной (в системе есть трение). Запишем закон сохранения энергии для этой системы:

$$E' - E = A_{\text{внешн.}} + A_{\text{тр}},$$

где $E = 0$ – начальная энергия системы, $E' = \dfrac{k\Delta L^2}{2}$ – энергия в момент начала движения второго бруска. $A_{\text{внешн}} = F \cdot \Delta L$ – суммарная работа внешних сил (работа сил тяжести и реакций опоры равна нулю, так как направление этих сил перпендикулярно направлению движения), $A_{\text{тр}} = \mu_1 N_1 \Delta L \cdot \cos 180° = -\mu_1 m_1 g \Delta L$ – работа силы трения скольжения, действующей на первое тело. Итак:

$$\frac{k\Delta L^2}{2} = F \cdot \Delta L - \mu_1 m_1 g \cdot \Delta L. \qquad (2)$$

Решая систему уравнений (1) и (2), получим:

$$F = g\left(\mu_1 m_1 + \frac{1}{2}\mu_2 m_2\right).$$

Ответ. $F = g\left(\mu_1 m_1 + \dfrac{1}{2}\mu_2 m_2\right)$.

Задача 6. Два груза массой m каждый связаны нитью. Между грузами вставлена лёгкая пружина, сжатая на величину x. Система движется со скоростью v вдоль прямой, перпендикулярной её оси. В некоторый момент нить пережигают, и грузы разлетаются под углом 90°. Найти коэффициент упругости пружины.

Решение. Из симметрии задачи видно (рисунок 8), что после пережигания нити каждый шарик движется под углом 45° к первоначальному направлению движения со скоростью $\vec{v}'$, которая складывается из суммы скоростей $\vec{v}_0$ и $\vec{v}$. v_0 – скорость, которую приобретают шарики за счёт выпрямления пружины после пережигания нити. Причём, т.к. угол между $\vec{v}$ и $\vec{v}'$ 45°, то $v_0 = v$.

Скорость v_0 найдём, рассматривая ситуацию в системе отсчёта, движущейся со скоростью v. В этой системе до пережигания нити шарики покоятся, а энергия системы равна

$$E = \frac{kx^2}{2}.$$

После пережигания нити шарики разлетаются со скоростями v_0, и энергия системы

$$E' = 2\frac{mv_0^2}{2} = mv_0^2.$$

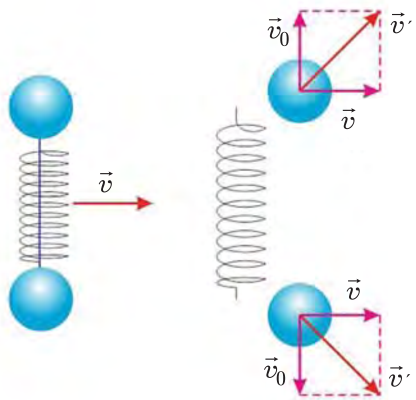

Рис. 8

По закону сохранения энергии:

$$\frac{kx^2}{2} = mv_0^2,$$

а учитывая, что $v_0 = v$, получим:

$$k = \frac{2mv^2}{x^2}.$$

Ответ. $k = \dfrac{2mv^2}{x^2}$.

Задача 7. Два шарика массами m_1 и m_2 соединены лёгкой пружиной жёсткости k. Определить период малых колебаний такой системы.

Решение. *В отсутствие внешних сил колебания будут происходить так, что центр масс шариков будет оставаться в состоянии покоя.* Координата центра масс системы n материальных точек определяется формулой

$$x_{ц.м} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}.$$

Выберем ось вдоль пружины и совместим начало оси с первым шариком (см. рисунок 9). Тогда

$$x_{ц.м} = \frac{m_2 L_0}{m_1 + m_2}, \qquad (1)$$

где L_0 – длина пружины в недеформированном состоянии. Тогда колебания системы можно представить как колебания шарика m_1 на пружине длиной $x_{ц.м}$ и колебания шарика m_2 на пружине длиной $L_0 - x_{ц.м}$.

Поэтому пружину, скрепляющую шарики, можно представить как состоящую из двух пружин жёсткостью k_1 и k_2 и длинами соответственно $x_{ц.м}$ и $L_0 - x_{ц.м}$, последовательных соединённых в центре масс системы.

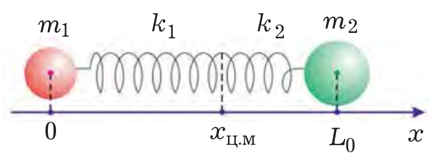

Рис. 9

Определим жёсткости этих пружин. Используем тот факт, что жёсткость пружины k обратно пропорциональна её длине (растянуть длинную пружину всегда легче, чем короткую), следовательно,

$$k_1 = \frac{c}{x_{ц.м}} \qquad (2)$$

и

$$k_2 = \frac{c}{L_0 - x_{ц.м}}. \qquad (3)$$

Здесь c – коэффициент пропорциональности, одинаковый для всех пружин, зависящий от других, кроме длины, параметров пружины. Жёсткость всей пружины можно представить как

$$k = \frac{c}{L_0}. \qquad (4)$$

Из (1) – (4) получим:

$$k_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_2} k,$$

$$k_2 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} k.$$

Таким образом, период колебаний первого шарика:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)k}},$$

второго:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)k}}.$$

Как видим, периоды колебаний шариков одинаковы. Это и будет периодом колебаний всей системы. Величину $m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ называют *эффективной массой* колебательной системы.

Если массы шариков одинаковы, то период равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m^2}{2mk}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}.$$

Ответ. $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)k}}.$

Задача 8. Два шарика массами m и M соединяют лёгкой пружиной жёсткости k (рисунок 10). Шарику массой m сообщают скорость v. Определить максимальное сжатие пружины.

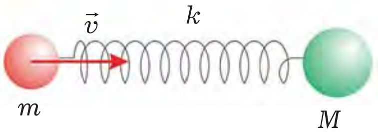

Рис. 10

Решение. Шарику массой m сообщается скорость v, следовательно, системе шариков сообщается импульс mv. Так как в процессе возникающих колебаний внешние силы отсутствуют, то импульс системы сохраняется. Закон сохранения импульса:

$$mv = (M+m)v_0, \qquad (1)$$

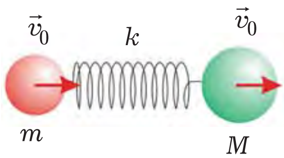

Рис. 11

где v_0 – скорость центра масс системы шариков. Шарики будут двигаться следующим образом: они совершают колебания относительно центра масс системы (как в задаче 7), а центр масс будет двигаться со скоростью v_0. Теперь надо понять, когда сжатие пружины максимально. Рассмотрим колебания шариков в системе отсчёта, связанной с центром масс. В этой системе пружина максимально сжата, когда скорости шариков равны нулю. А если теперь перейти к лабораторной системе отсчёта, то скорости шариков в этот момент одинаковы и равны скорости центра масс v_0 (рисунок 11). Поэтому закон сохранения энергии имеет вид

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{(M+m)v_0^2}{2} + \frac{kx_{max}^2}{2}. \qquad (2)$$

Далее решаем систему уравнений (1) и (2) – выражаем v_0 из (1), подставляем в (2) и после преобразований получаем для искомой величины:

$$x_{max} = v\sqrt{\frac{Mm}{k(M+m)}}. \qquad (3)$$

Ответ. См. формулу (3).

Задача 9[1]**.** На гладкой горизонтальной поверхности стола находятся бруски массами $16m$ и $9m$, к которым прикреплена лёгкая упругая пружина жёсткостью k, сжатая на величину x_0. Брусок $9m$ удерживается неподвижно, другой брусок прижат к упору, затем брусок массой $9m$ отпускают (рис. 12).

1) Найти скорость бруска $9m$ в момент отрыва другого бруска.

2) Найти величину деформации пружины, когда расстояние между брусками максимально.

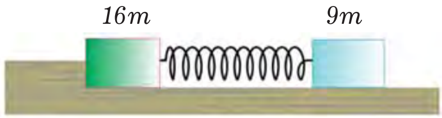

Рис. 12

Решение. Брусок $16m$ отрывается от упора, когда пружина становится недеформированной и начинает растягиваться. По закону сохранения энергии:

$$\frac{kx_0^2}{2} = \frac{9mv^2}{2}.$$

Отсюда скорость бруска $9m$ в момент отрыва бруска $16m$:

$$v = \frac{x_0}{3}\sqrt{\frac{k}{m}}. \qquad (1)$$

[1] Задача предлагалась на олимпиаде «Физтех» в 2011 году.

Когда брусок $16m$ был прижат к упору, на него действовала сила реакции, которая сообщала системе брусков импульс, равный

$$9mv = 9m\frac{x_0}{3}\sqrt{\frac{k}{m}} = 3x_0\sqrt{km}. \qquad (2)$$

Брусок $16m$ отрывается от упора, и система брусков становится изолированной, следовательно, импульс системы становится постоянным и равным $3x_0\sqrt{km}$. Таким образом, каждый из брусков участвует в двух движениях: колебательном относительно центра масс и поступательном при движении всей системы в целом. В момент, когда пружина максимально растянута, скорости брусков в системе отсчёта, связанной с центром масс системы, равны нулю, а в системе отсчёта, связанной со столом, их скорости одинаковы и равны скорости центра масс v_0. Эту скорость оценим по закону сохранения импульса:

$$3x_0\sqrt{km} = 9mv_0 + 16mv_0,$$

отсюда

$$v_0 = \frac{3x_0}{25}\sqrt{\frac{k}{m}}. \qquad (3)$$

По закону сохранения энергии:

$$\frac{kx_0^2}{2} = \frac{k\Delta x_{\max}^2}{2} + \frac{16mv_0^2}{2} + \frac{9mx_0^2}{2}. \qquad (4)$$

Из (3) и (4) следует:

$$\Delta x_{\max} = \frac{4}{5}x_0.$$

Ответ. $v_0 = \frac{3x_0}{25}\sqrt{\frac{k}{m}}$, $\Delta x_{\max} = \frac{4}{5}x_0$.

Задача 10. В горизонтально расположенном цилиндре, в пространстве между двумя одинаковыми поршнями, где площадь сечения каждого равна S, находится идеальный одноатомный газ. Поршни соединены лёгкой пружиной жёсткостью k, которая в начале процесса находится в недеформированном состоянии, и при этом её длина равна L_0 (рис. 13). Цилиндр открыт с обоих концов. Атмосферное давление равно p_0. Газ начинают медленно нагревать, и расстояние между поршнями увеличивается вдвое. Какое количество тепла при этом подведено к газу?

Решение. Количество тепла, подведённое к газу, определяется первым законом термодинамики:

$$Q = A + \Delta U. \qquad (1)$$

Определим работу газа и изменение его внутренней энергии ΔU.

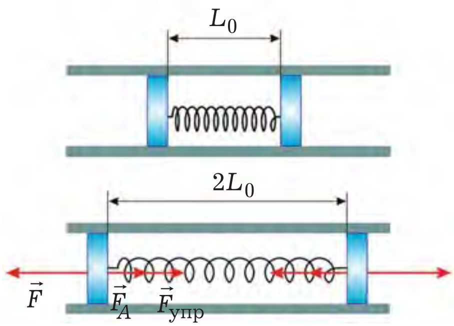

Рис. 13

Поскольку газ нагревают медленно, процесс равновесный. На каждый из поршней действуют три силы: сила давления газа $F = pS$, сила давления атмосферы $F_A = p_A S$ и сила упругости пружины $F_{упр} = kx$. В любой момент поршень находится в равновесии и выполняется соотношение

$$p = \frac{kx + p_A S}{S}, \qquad (2)$$

где x – деформация пружины, равная

$$x = \frac{V}{S} - L_0, \qquad (3)$$

а V – текущий объём между поршнями. С учётом (3) равенство (2) имеет вид:

$$p = \frac{k}{S}\left(\frac{V}{S} - \frac{L_0 S}{S}\right) + p_A. \qquad (4)$$

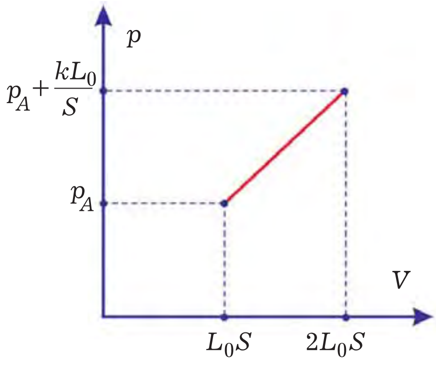

Рис. 14

Чтобы определить работу газа, построим график зависимости $p=p(V)$ (рис. 14), учитывая, что объём увеличивается от L_0S до $2L_0S$, а давление – от p_A до $p_A+\frac{kL_0}{S}$.

Работа газа численно равна площади трапеции под графиком $p=p(V)$:

$$A=\left(2p_A+\frac{kL_0}{S}\right)\frac{L_0S}{2}=p_AL_0S+\frac{kL_0^2}{2}. \quad (5)$$

Изменение внутренней энергии:

$$\Delta U=\frac{3}{2}(p_2V_2-p_1V_1)=$$

$$=\frac{3}{2}\left[\left(p_A+\frac{k_0}{S}\right)2L_0S-p_AL_0S\right]. \quad (6)$$

Подставляем (5) и (6) в (1), получаем:

$$Q=4p_AL_0S+\frac{5}{2}kL_0^2. \quad (7)$$

Ответ. См. формулу (7).

Задачи для самостоятельного решения

1. Два точечных заряда $q_1<0$ и $q_2>0$ соединены лёгкой пружиной и находятся в электрическом поле некоторого закреплённого положительного точечного заряда Q. Система находится в равновесии, когда расстояние от Q до q_1 равно r. Определите растяжение пружины ΔL, если её длина в недеформированном состоянии L_0.

2. На горизонтально закреплённый стержень надеты два шарика, скреплённые между собой лёгкой пружиной. Если удерживать первый шарик, а второй отпустить после небольшой деформации пружины, то период его колебаний будет равен T_1. Если же, удерживая второй шарик, отпустить после небольшой деформации первый, то его период колебаний будет равен T_2. Найти период колебаний шариков, если их одновременно отпустить после небольшой деформации.

3. Два тела, массы которых 1 кг и 3 кг, расположены на горизонтальной плоскости. Между ними находится сжатая пружина. После освобождения пружины первое тело прошло путь 1 м до полной остановки. Найти скорость, с которой начало двигаться второе тело, если коэффициент трения при движении тел равен 0,1. Массой пружины и силой трения в момент действия пружины пренебречь.

4. Два тела массами по 4 кг соединены недеформированной пружиной жёсткостью k = 12 Н/м и лежат на горизонтальной поверхности. Какую минимальную скорость, направленную вдоль оси пружины, надо сообщить одному из тел, чтобы оно сдвинуло другое тело? Коэффициент трения для каждого тела равен 0,1.

5. Сжатая в два раза пружина вставлена между брусками массами m_1 и m_2, лежащими на гладкой горизонтальной поверхности. Разжимаясь до своей недеформированной длины, пружина разгоняет бруски. Найти скорости брусков в момент, когда пружина не деформирована. Жёсткость пружины k, её длина в недеформированном состоянии L_0.

6. Два тела, которые первоначально покоились на гладкой горизонтальной поверхности, расталкиваются зажатой между ними пружиной и начинают двигаться поступательно со скоростями 3 м/с и 1 м/с. Какая энергия была запасена в пружине, если известно, что суммарная масса обоих тел 8 кг? Пружина невесома, трение отсутствует.

7. На гладкой горизонтальной плоскости лежат два тела, между которыми находится сжатая пружина пренебрежимо малой массы. Пружине дали возможность распрямиться, вследствие чего тела приобрели некоторые скорости. Вычислить их, если массы тел 1 кг и 3 кг, а энергия сжатой пружины 3 Дж.

8. Определите растяжение пружины, связывающей два шарика объёма 10 см^3 каждый, если верхний шарик плавает, наполовину погрузившись в воду (рис. 15). Масса нижнего шарика в 3 раза больше верхнего. Жёсткость пружины 1,25 Н/м.

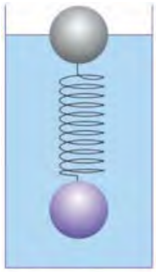

Рис. 15

Ответы

1. $\Delta L = L_0 - r\sqrt{\left|\frac{q_2}{q_1}\right|}$, при условии

$$L_0 > r\sqrt{\left|\frac{q_2}{q_1}\right|}.$$

2. $T = \dfrac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$.

3. 0,47 м/с.

4. 1 м/с.

5. $v_1 = \dfrac{L_0}{2}\sqrt{\dfrac{km_2}{m_1(m_1+m_2)}}$,

$$v_2 = \frac{L_0}{2}\sqrt{\frac{km_1}{m_2(m_1+m_2)}}.$$

6. 12 Дж.

7. 2,12 м/с; 0,707 м/с.

8. 1 см.

Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор

Встречаются два приятеля. Один из них говорит:

– Вчера я был в цирке и видел дрессированного удава. У него от головы до хвоста 8 метров, а от хвоста до головы 9 метров.

– Но это невозможно!

– Почему ? Вы же знаете, что от понедельника до воскресенья 6 дней, а от воскресенья до понедельника только 1?