

**Марчук Эдуард Викторович**  
 Кандидат физико-математических наук,  
 учитель физики и информатики СОШ  
 при Посольстве России в КНДР.



## Резонанс стеклянного бокала

Существуют легенды, что некоторые певцы, как, например, джазовая вокалистка Элла Фицджеральд, оперный певец Фёдор Иванович Шаляпин были способны разбить собственным голосом хрустальный бокал. Возможно ли такое или же это просто миф, придуманный в рекламных целях?

Попробуем разобраться с поставленным вопросом. Звук представляет собой продольную волну, распространяющуюся в воздухе. При прохождении звука через воздух в нём образуются чередующиеся области повышенного и пониженного давления. Если на пути звуковой волны поставить бокал, то избыточное давление будет воздействовать на его стенки подобно тому, как она воздействует на барабанные перепонки уха. Оценим возможность этим давлением разбить стекло. Порогом слышимости для человека является такой звук, который воздействует на барабанную перепонку давлением  $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$  Па. Звук громкостью  $L = 140$  Дб (по логарифмической шкале) является болевым по-

рогом для человека, после которого барабанные перепонки рвутся. Предположим, мы смогли создать такой звук с помощью голосовых связок. Произведём расчёт звукового давления. Уровень громкости звука  $L$  связан с амплитудой звукового давления  $p_{зв}$  формулой

$$L = 20 \cdot \lg \left( \frac{p_{зв}}{p_0} \right). \quad (1)$$

После преобразования (1) для звука в 140 Дб получим  $p_{зв} = p_0 \cdot 10^6 = 20$  Па. Прочность стеклянной посуды зависит от геометрической формы изделия, толщины стенок, наличия различных дефектов, вида стекла и т.д. Реальное значение модуля Юнга при ударе для стекла  $E = 15 - 20$  МПа. С учётом этого расчёты показывают, что для того, чтобы разбить стеклянный бокал цилиндрической формы с толщиной стенок 1 мм и радиусом 5 – 7 см, необходимо оказать минимальное избыточное давление, примерно равное 6 кПа, которое на

несколько порядков превышает  $r_{зв}$ . Понятно, что таким образом разбить бокал не получится.

Однако не будем торопиться с выводами, а вспомним, что звук представляет собой волновой процесс, для которого возможно явление, называемое резонансом.

Понятие резонанса вводится в школьном курсе физики основной школы и трактуется как резкое увеличение амплитуды колебаний системы при совпадении частоты собственных колебаний с частотой внешней вынуждающей силы, периодически воздействующей на колебательную систему. С данным видом резонанса человек знакомится ещё в детстве, когда мама раскачивает качели. Но возможен и другой вид резонанса – параметрический. Например, те же качели можно раскачать и самостоятельно, периодически изменяя положение центра масс. На практике различные виды резонанса часто крайне не желательны, так как резонансная амплитуда колебаний может для объекта иметь критическое значение и привести к разрушению. Наглядным примером может служить событие 2010 года, произошедшее в г. Волгограде. Под действием порывов ветра и речных волн вследствие резонанса амплитуда колебаний конструкции автодорожного моста через р. Волгу в судоходных пролетах увеличилась до 50 см [1] (рис. 1).



Рис. 1. Вид на проезжую часть резонирующего моста с правого берега

Предлагаем вам ближе познакомиться с явлением резонанса, его разрушительной силой и выяснить, действительно ли возможно разбить бокал с помощью звука.

Итак, преступим к нашему исследованию. Нам потребуется тонкостенный стеклянный или хрустальный бокал. Он имеет собственную частоту колебаний в диапазоне слышимого звука (16 Гц – 20 кГц). Если слегка ударить по бокалу, то мы слышим мелодичный звук, который возникает благодаря колебаниям его стенок. Соответственно частота звука равна собственной частоте колебаний бокала, а значит, и его резонансной частоте. Именно эту частоту нам и нужно определить. На сегодняшний день существует множество как платных, так и бесплатных компьютерных программ, позволяющих превратить домашний компьютер или ноутбук в настоящую цифровую лабораторию. Одной из таких программ является Spectran v.2. Программа позволяет анализировать звуковой спектр и создана специально для определения частоты звука, поступающего на микрофонный вход звуковой карты компьютера. Кроме того, нам понадобится внешний микрофон. Для получения звука бокала в течение продолжительного времени воспользуемся способом, который использовал Б. Франклин в своем музыкальном инструменте «Гласкорд» – будем водить мокрым пальцем по ободу бокала. Данный способ извлечения звука из бокала и причины его возникновения описаны в [2,3]. Если вы ранее не извлекали звук таким способом, то, чтобы заставить бокал «петь», необходимо немного потренироваться и набраться терпения. На рисунке 2 представлена установка для определения частоты звука одного из испытуемых бокалов, а на рисунке 3 час-

тотный спектр, полученный с помощью Spectran v.2.



Рис. 2. Установка для определения частоты звуковой волны

Всплеск на рис. 3 соответствует искомой частоте основного тона звука бокала, т.е. его резонансной частоте. Для бокала на рис. 2 она составила  $\nu_{рез} = 721$  Гц.

Также частоту звука можно определить, изучив осциллограмму сигнала, подаваемого на звуковую карту через микрофонный вход. Для этого придется превратить компьютер в осциллограф. На просторах сети Интернет для этой цели также предлагается множество программ. На рисунке 4 представлена осциллограмма напряжения на микрофонном входе звуковой карты, полученная с помощью программы Виртуальный осциллограф «РадиоМастер» для того же бокала.

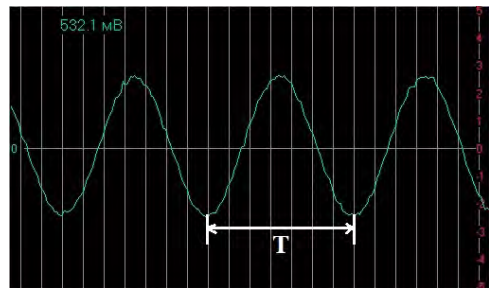


Рис. 4. Осциллограмма звукового сигнала

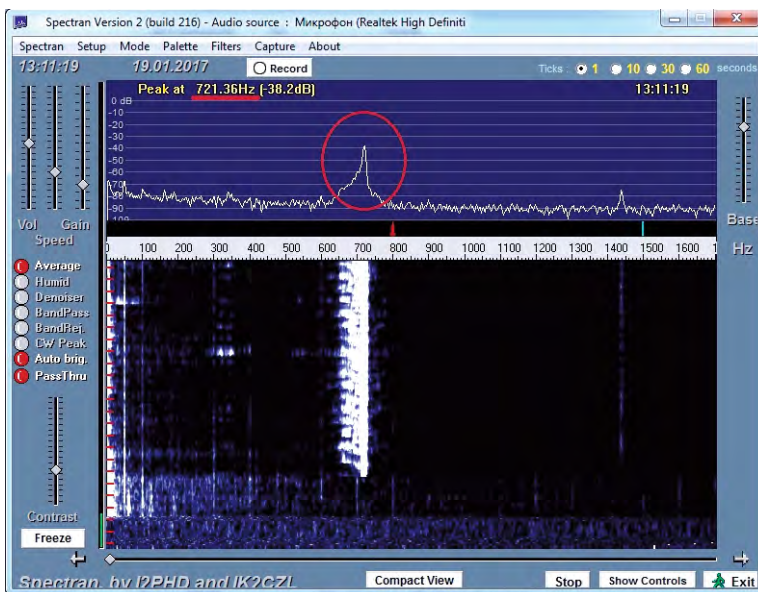


Рис. 3. Частотный спектр, полученный с помощью Spectran v.2

Учитывая цену деления 200 мкс, выставленную в программе, по осциллограмме не составляет труда определить частоту сигнала  $\nu = 714 \pm 51$  Гц. При этом необходимо отметить достаточно большую погрешность измерения, что усложнит проведение дальнейших экспериментов.

Для разрушения стеклянного бокала при резонансе знания резонансной частоты недостаточно, необходимо добиться критических условий для его механической прочности: а) максимально возможной амплитуды колебаний стенок бокала, что в значительной степени ограничивается возможностями звуковой аппаратуры, а также геометрией бокала, наличием дефектов; б) максимальной частоты собственных колебаний стенок бокала, которая определяется не только геометрией бокала, но и его содержимым. Для обеспечения второго условия построим и исследуем на основе экспериментальных данных график зависимости частоты основного тона звука от уровня воды (не газированной) в бокале (рис. 5).

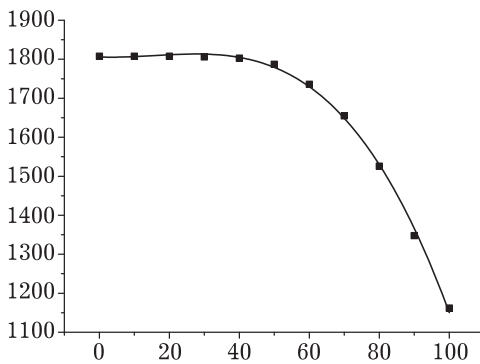


Рис. 5. График зависимости частоты основного тона звука бокала от высоты уровня воды в нём

Как мы видим, на графике есть почти горизонтальный участок, показывающий, что изменение уровня во-

ды в бокале до определенного уровня незначительно влияет на частоту основного тона звука. Это объясняется зависимостью объема воды в бокале от высоты столба жидкости. Действительно, большинство бокалов можно с хорошей точностью смоделировать в виде совокупности параболоида вращения высоты  $H$  и цилиндра высотой  $H_1 - H$  (рис. 6).

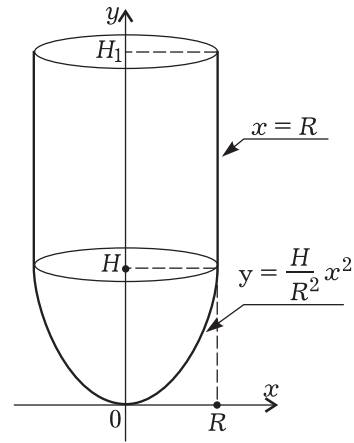


Рис. 6. Графическое моделирование поверхности бокала

С учётом формулы для объема параболоида вращения

$$V_1 = \pi \int_0^h x^2(y) dy \quad (2)$$

и известной формулы для объема цилиндра

$$V_2 = \pi R^2 h \quad (3)$$

зависимость объема воды в бокале от высоты её уровня можно представить в виде (вывод предлагаем проделать читателю самостоятельно)

$$V = \begin{cases} \frac{\pi h^2}{2a}, & (0 \leq h \leq H) \\ \frac{\pi H^2}{2a} + \pi R^2 (h - H), & (H \leq h \leq H_1), \end{cases} \quad (4)$$

где  $a = \frac{H}{R^2}$ ,  $R$  – максимальный радиус бокала.

На рисунке 7 представлен график, построенный по (4), для бокала с высотой параболической части  $H = 5$  см.

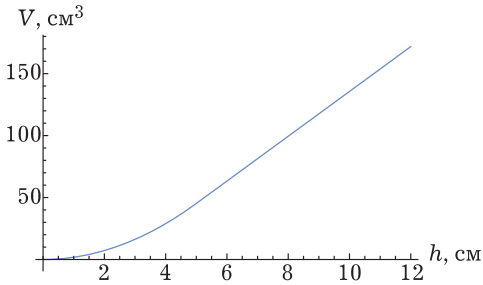


Рис. 7. График зависимости объема воды в бокале от высоты её уровня

Таким образом, при значениях  $h < H$  изменение уровня воды в бокале приводит к незначительным изменениям объема воздуха в нём. А именно от количества воздуха внутри бокала зависит частота основного тона его звука [2, 3].

Согласно экспериментальным данным (рис. 5) резонансная частота наибольшая у пустого бокала и уменьшается с увеличением высоты уровня воды в нём. Примечательно, что газированная жидкость гасит звуковые колебания. Рекомендуем провести эксперименты, например с газированной водой, чтобы самим на опыте убедиться в этом. Физика причины данного явления подробно рассматривается в [2]. Отметим только, что при возникновении звуковой волны в бокале возникает быстро меняющееся со временем поле избыточного давления. Полное же давление в жидкости, от которого зависит растворимость углекислого газа, складывается из этого избыточного давления и атмосферного  $p_{\text{атм}}$ :

$$p(t) = p_{\text{атм}} + p_{\text{изб}}(t). \quad (5)$$

Зависимость избыточного давления от времени приводит к тому, что в некоторые моменты времени полное давление внутри газированной жидкости оказывается ниже атмосферного, что приводит к активному выделению пузырьков, на что расходуется энергия акустических колебаний, и они быстро затухают. Именно поэтому чокаться бокалами с шампанским не принято.

Переходим к постановке эксперимента по наблюдению резонанса. Для этого нам понадобятся: пустой стеклянный бокал (ранее мы выяснили, что у пустого бокала наибольшая резонансная частота колебаний), ноутбук с предоставленным генератором звуковой частоты, усилитель звука и мощная звуковая колонка, способная выдавать звук около 110 дБ, коктейльная соломинка. Отметим, что для экспериментов необходимо выбирать бокалы с очень тонкими стенками и без кольца жесткости в верхней части, так как оно будет придавать прочность бокалу. При этом следует запастись несколькими бокалами, так как даже одинаковые на вид бокалы, имеющие одинаковую резонансную частоту, обладают разной механической прочностью, в чём автор убедился сам, проводя многочисленные эксперименты.

В качестве генератора звуковой частоты можно использовать свободно распространяемую программу «Twochannelsfrequencygenerator».

Программа позволяет независимо друг от друга задействовать один или два звуковых канала, дискретно (с шагом 1 Гц) изменять звуковую частоту генерируемого сигнала, а также изменять громкость звука.

Звуковую колонку необходимо доработать для создания направленного звука (рис. 8). Для этого можно использовать фанеру с отверстием (диаметр 4–5 см). Центр отверстия дол-

жен располагаться строго напротив центра звукового динамика колонки. В отверстие лучше вставить трубку длиной 15 – 20 см.



Рис. 8. Установка для наблюдения звукового резонанса бокала

Для наблюдения резонанса бокала сначала необходимо установить громкость 60 – 80 дБ и частоту звука меньше резонансной на 8 – 10 Гц. В качестве индикатора колебаний стенок бокала можно использовать коктейльную палочку, которую необходимо опустить внутрь. По мере увеличения частоты звука и приближения к резонансной частоте вы заметите, как палочка начнет отскакивать от стенок и подпрыгивать. И чем ближе частота звука к резонансной частоте, тем сильнее будет прыгать палочка. Как только частота звука будет равна резонансной частоте колебаний бокала, плавно увеличивайте громкость до 100 – 120 дБ, и вы увидите, как бокал разобьётся на мелкие кусочки (рис. 9). Если этого не произошло, то не отчаивайтесь, а просто поэкспериментируйте ещё с несколькими бокалами, и всё получится.



Рис. 9. Лопнувший при резонансе бокал

При проведении экспериментов со звуковым резонансом необходимо использовать защитные очки для глаз, а также помнить, что звук достаточно громкий и может вызвать болезненные ощущения в ушах (или даже повредить барабанную перепонку).

Вернёмся к вопросу о том, может ли человек разбить собственным голосом (без микрофона и усилителя) стеклянный или хрустальный бокал. Как мы выяснили в нашем экспериментальном исследовании, для разрушения стеклянного бокала при резонансе необходимо обеспечить силу звука по логарифмической шкале около 110 – 120 дБ, однако наблюдалось разрушение некоторых бокалов при 90 дБ. Как бы это ни парадоксально звучало, но среди требований, предъявляемых к голосу оперного певца, для того чтобы он был слышен в зале, необходима громкость до 120 дБ, что по интенсивности звучания соответствует рёву двигателей взлетающего реактивного самолёта, и при этом это не должен быть крик [4]. Кроме того, необходимо уметь держать ноту на одном выдохе длительное время. Понятно, что на это способен далеко не каждый певец с хорошими вокальными данными, но, тем не менее, в исто-

рии такие случаи встречались, например, Э. Карузо держал верхнее «до» свыше 40 секунд, известный отечественный баритон С. И. Мигай мог петь

на одном выдохе более минуты [4]. Будем надеяться, что мы получили ответы на все вопросы, поставленные в начале нашей статьи.

## Литература

1. *Овчинников И.И., Овчинников И.Г., Филлипова В.О.* Танцующий мост в Волгограде: причины, аналогии, мероприятия. // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ», 2015 – Т.7. – №6.
2. *Асламазов Л.Г., Варламов А.А.* Удивительная физика. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988 – 160с. – (Библиотечка «Квант». Вып. 63).
3. *Бражников М.А.* Стеклоанная гармоника Франклина. // Первое сентября. Физика. 2007 – №9 – С. 11 – 16.
4. *Юшманов В. И.* Вокальная техника и её парадоксы. Изд. Второе – СПб.: Издательство ДЕАН, 2002 – 128 с.

## Калейдоскоп

## Калейдоскоп

## Калейдоскоп

### Экспедиция на Луну

В конце 2017 года китайцы намерены отправить на Луну беспилотный космический аппарат Чанъэ-5, который доставит на Землю 2 килограмма лунного грунта. Последний раз такой трюк был исполнен в 1976 году, когда советская межпланетная станция «Луна-24» привезла с поверхности нашего спутника 170 грамм грунта и горных пород. Они были драгоценными в буквальном смысле этого слова: себестоимость доставки одного грамма оценивается в 7 миллионов



долларов. Но благодаря именно этим пробам было открыто существование воды на Луне... Китайцы не собираются останавливаться на достигнутом и в 2018 году намерены совершить очередной прорыв: посадить зонд на обратной стороне Луны. Это не удавалось ни США, ни СССР.