Подлесный Дмитрий Владимирович
Заместитель директора по развитию, научный руководитель ГБОУ РМ «Республиканский лицей», кандидат педагогических наук, доцент, заслуженный работник высшей школы Российской Федерации, народный учитель Республики Мордовия.

Разряжаем и заряжаем конденсатор

В статье рассматриваются вопросы о выделении тепла в процессах разрядки и зарядки конденсаторов. Наряду с простыми классическими задачами о разрядке и зарядке одного конденсатора рассмотрены и более сложные задачи, когда в указанных процессах участвуют два конденсатора. В основу нахождения количества теплоты Q, выделяющегося на резисторах, положены тождественные преобразования уравнений второго правила Кирхгофа с последующим их интегрированием. При таком подходе удаётся избежать нахождения временных зависимостей сил токов на резисторах.

1. Разрядка конденсаторов

1.1. Простая классическая задача о разрядке одного конденсатора

В электрической цепи, показанной на рисунке 1, конденсатор ёмкости C имеет заряд q_0, ключ K разомкнут. Требуется найти количество теплоты, выделяющееся на резисторе с сопротивлением R после замыкания ключа K.

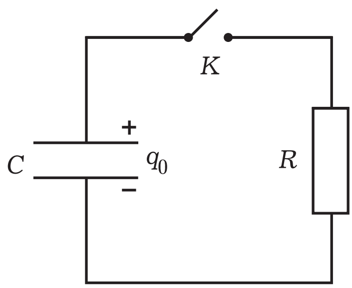

Рис. 1

Напомним, что под зарядом конденсатора q понимают заряд его положительно заряженной обкладки, а напряжение U на конденсаторе равно разности потенциалов его обкладок φ_+ и φ_- (положительно и отрицательно заряженных соответственно): $U=\varphi_+-\varphi_-$. При этом ёмкость конденсатора, по определению, равна отношению заряда конденсатора к напряжению на нём: $C=\frac{q}{U}$. Таким образом, напряжение на конденсаторе в любой момент времени связано с его зарядом соотношением:

$$U=\frac{q}{C}.$$

Также напомним, что при протекании тока I через резистор с сопротивлением R на нём, в соответствии с законом Джоуля-Ленца, выделяется тепловая мощность, равная $P=I^2R$. В общем случае это переменная величина, зависящая от времени. В течении некоторого малого промежутка времени dt на резисторе выделяется количество теплоты $dQ=P\cdot dt=I^2R\cdot dt$. Полное количество теплоты, выделяющееся на резисторе за всё время τ протекания тока через него, находится интегрированием:

$$Q=\int dQ=R\int_0^\tau I^2(t)dt. \qquad (1)$$

Таким образом, зная зависимость силы тока от времени, можно найти тепло на резисторе через вычисление указанного интеграла.

В данном примере мы покажем, как рассчитывается количество теплоты через получение зависимости $I(t)$. Наряду с этим найдём искомое тепло без нахождения временной зависимости тока в цепи.

Рассмотрим нашу цепь в произвольный момент времени t после замыкания ключа (рис. 2). Здесь и далее направление обхода контура показывается пунктирной линией со стрелкой на рисунке; сопротивления соединительных проводов считаются пренебрежимо малыми. Запишем уравнение второго правила Кирхгофа:

$$\frac{q}{C}=IR. \qquad (2)$$

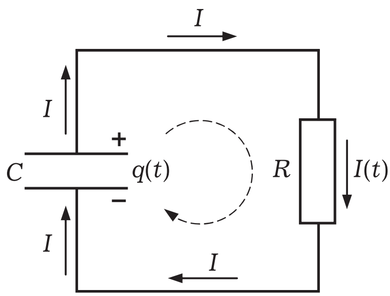

Рис. 2

На основании закона сохранения заряда можно связать силу тока в цепи с производной по времени от заряда конденсатора. В самом деле, для нашего случая (рис. 2) можно записать: $q(t)-Idt=q(t+dt)$, и, следовательно: $I=-\frac{q(t+dt)-q(t)}{dt}=-\frac{dq}{dt}$, где $dq=(q(t+dt)-q(t))$ – изменение заряда q конденсатора за время dt. С учётом этого уравнение (2), после разделения переменных примет вид:

$$\frac{dq}{q}=-\frac{1}{RC}dt.$$

Интегрируя, найдём зависимость $q(t)$:

$$\int_{q_0}^{q(t)}\frac{dq}{q}=-\frac{1}{RC}\int_0^t dt, \Rightarrow \ln\frac{q(t)}{q_0}=-\frac{t}{RC},$$

$$q(t)=q_0\cdot e^{-\frac{t}{RC}}.$$

Для силы тока в цепи имеем:

$$I(t)=-\frac{dq}{dt}=\frac{q_0}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}. \qquad (3)$$

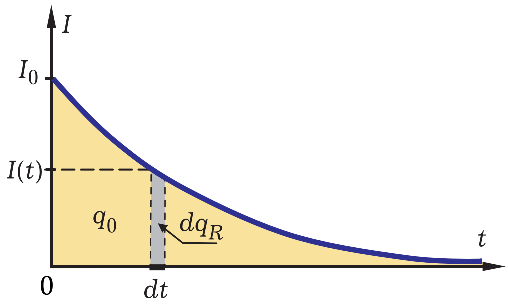

Рис. 3

График полученной зависимости $I(t)$ представлен на рисунке 3, где $I_0=\dfrac{q_0}{RC}=\dfrac{U_0}{R}$ $\left(U_0=\dfrac{q_0}{C}\right.$ – начальное напряжение на конденсаторе). Кстати, при полной разрядке конденсатора протекающий через резистор заряд q_R пропорционален площади под этим графиком и равен начальному заряду q_0 конденсатора, что нетрудно получить интегрированием:

$$q_R=\int dq_R=\int_0^\infty I(t)dt=\frac{q_0}{RC}\int_0^\infty e^{-\frac{t}{RC}}dt=$$

$$=\left[-q_0\,e^{-\frac{t}{RC}}\right]_{t=\infty}-\left[-q_0e^{-\frac{t}{RC}}\right]_{t=0}=q_0.$$

Подставляя выражение (3) в соотношение (1), для искомого количества теплоты получаем:

$$Q=\frac{q_0^2}{RC^2}\int_0^\infty e^{-\frac{2t}{RC}}dt=$$

$$=\left[-\frac{q_0^2}{2C}e^{-\frac{2t}{RC}}\right]_{t=\infty}-\left[-\frac{q_0^2}{2C}e^{-\frac{2t}{RC}}\right]_{t=0}=\frac{q_0^2}{2C}. \tag{4}$$

Теперь, как обещали, получим искомое тепло, не прибегая к выражению $I(t)$. В самом деле, левую и правую части уравнения (2) помножим на величину $-dq$ $(-dq=Idt)$:

$$-\frac{1}{C}q\,dq=RI^2dt.$$

Учитывая, что $RI^2dt=dQ$, нетрудно найти искомое тепло:

$$Q=\int dQ=-\frac{1}{C}\int_{q_0}^0 q\,dq=\frac{q_0^2}{2C}.$$

Данный результат, конечно же, мог быть получен и сразу на основании закона сохранения энергии. В самом деле, мы получили, что в тепло перешла вся начальная энергия конденсатора! Если ограничиваться только решением рассматриваемой задачи, то можно было бы ограничиться приведением ответа со ссылкой на закон сохранения энергии. Однако здесь мы преследовали цель научить читателя на простом примере приходить к закону сохранения энергии через преобразование уравнения второго правила Кирхгофа с учётом, конечно же, закона сохранения заряда. Эта практика, поверьте, нам пригодится при решении сложной задачи 1.3 с двумя конденсаторами, а пока рассмотрим еще одну задачу, чуть сложнее разобранной.

1.2. <u>Задача чуть посложнее</u>

В электрической цепи, показанной на рисунке 4, конденсатор ёмкости C имеет заряд q_0, ключ K разомкнут. Требуется найти количества теплоты Q_1 и Q_2, выделяющиеся на резисторах с сопротивлениями R_1 и R_2 соответственно после замыкания ключа K.

Рассмотрим нашу цепь в произвольный момент времени t после замыкания ключа. Записывая уравнение первого правила Кирхгофа для

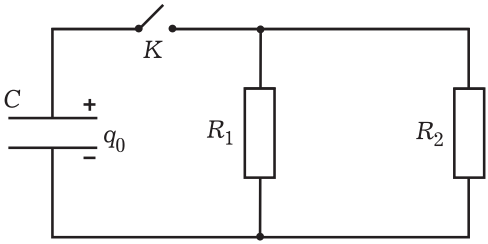

Рис. 4

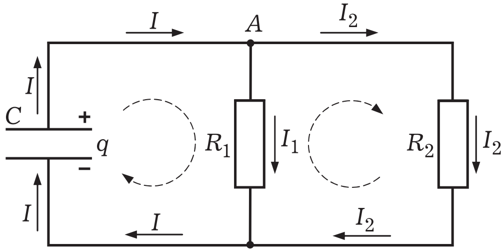

Рис. 5

узла A, а также уравнения второго правила Кирхгофа для контуров, выбранных на рисунке (5), приходим к системе уравнений:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2; \\ \dfrac{q}{C} = I_1 R_1; \\ 0 = I_2 R_2 - I_1 R_1. \end{cases}$$

Здесь, как и в предыдущей задаче 1.1, изменение заряда конденсатора dq, происходящее за время dt, связано с током I соотношением $dq = -Idt$.

Умножая второе уравнение полученной системы на величину $-dq$. $(-dq = Idt = I_1 dt + I_2 dt)$, а третье уравнение – на величину $I_2\,dt$, с учётом закона Джоуля-Ленца имеем:

$$-\frac{1}{C} q\, dq = dQ_1 + R_1 I_1 I_2 dt;$$

$$0 = dQ_2 - R_1 I_1 I_2 dt.$$

Складывая полученные уравнения, приходим к соотношению:

$$-\frac{1}{C} q\, dq = dQ_1 + dQ_2,$$

интегрируя которое, приходим к очевидному результату, что суммарное количество теплоты, выделяющееся на резисторах, равно начальной энергии конденсатора:

$$Q_1 + Q_2 = \frac{q_0^2}{2C}. \qquad (5)$$

Соотношение между Q_1 и Q_2 нетрудно получить на основании закона Джоуля-Ленца с учётом третьего уравнения приведённой выше системы:

$$dQ_2 = R_2 I_2^2 dt = \frac{R_1}{R_2} R_1 I_1^2 dt = \frac{R_1}{R_2} dQ_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_2 = \frac{R_1}{R_2} Q_1;$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1}. \qquad (6)$$

Решая систему уравнений (5) и (6), окончательно имеем:

$$Q_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{q_0^2}{2C}; \quad Q_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{q_0^2}{2C}.$$

1.3. <u>Сложная задача о разрядке с участием двух конденсаторов</u>

В электрической цепи, показанной на рисунке 6, конденсатор ёмкости C_1 имеет заряд q_0, конденсатор ёмкости C_2 не заряжен, ключ K разомкнут. Требуется найти количества теплоты Q_1 и Q_2, выделяющиеся на резисторах с сопротивлениями R_1 и R_2 соответственно после замыкания ключа K.

Рассмотрим цепь в произвольный момент времени t после замыкания ключа (рис. 7). Здесь мы обозначили через q_1 и q_2 заряды кон-

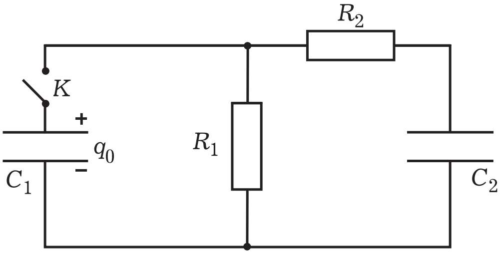

Рис. 6

денсаторов, а через I, I_1 и I_2 – токи в элементах цепи в этот момент.

Заметим, что для рассматриваемой цепи в любой момент времени справедливы следующие соотношения:

$$\left.\begin{aligned} I &= I_1 + I_2; \\ dq_1 &= -Idt = -I_1dt - I_2dt; \\ dq_2 &= I_2dt. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

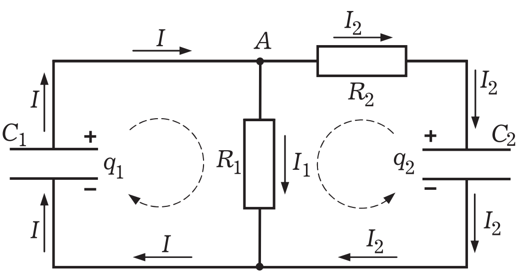

Рис. 7

Запишем уравнения второго правила Кирхгофа для контуров, направления обходов которых показаны пунктирными линиями со стрелками на рисунке 7:

$$\frac{q_1}{C_1} = I_1R_1; \qquad (8)$$

$$\frac{q_2}{C_2} = I_1R_1 - I_2R_2. \qquad (9)$$

Заметим, что, когда цепь придёт в стационарное состояние, перестанут меняться заряды конденсаторов, а значит, токов в элементах цепи не будет, и напряжения на резисторах будут равны нулю. Следовательно, оба конденсатора в итоге будут разряжены! Тогда, на основании закона сохранения энергии, можно утверждать, что суммарное количество теплоты, выделяющееся на резисторах равно начальной энергии конденсатора C_1 (конденсатор C_2 в начальный момент не заряжен):

$$Q_1 + Q_2 = \frac{q_0^2}{2C_1}. \qquad (10)$$

Как видите, нахождение суммарного количества теплоты, выделяющегося на резисторах, особого труда не доставило. А вот найти каждое в отдельности Q_1 и Q_2 – это уже нелёгкая задача. Но, впрочем, нет ничего невозможного! Давайте поработаем с уравнениями (8) и (9) с учётом соотношений (7)

Помножим обе части уравнения (8) на $-dq_1$ $(-dq_1 = I_1dt + I_2dt)$, а обе части уравнения (9) – на dq_2 $(dq_2 = I_2dt)$. В результате, с учётом закона Джоуля-Ленца, приходим к уравнениям:

$$-\frac{1}{C_1}q_1\,dq_1 = dQ_1 + R_1I_1I_2dt; \qquad (11)$$

$$\frac{1}{C_2}q_2\,dq_2 = R_1I_1I_2dt - dQ_2. \qquad (12)$$

Вычитая из уравнения (11) уравнение (12) и интегрируя, приходим к закону сохранения энергии (10). При этом учитывается, что конденсатор C_2 и в начальный момент, и в конечный момент (когда в цепи устанавливается равновесие), не заряжен, и, следовательно, интеграл $\int q_2dq_2$ обращается в ноль.

Интегрируя уравнение (12) с учётом сказанного выше, получим вспомогательное соотношение, которое нам пригодится в дальнейшем:

$$Q_2 = R_1 \int_0^{\infty} I_1 I_2 dt. \qquad (13)$$

Двигаемся дальше. Теперь помножим уравнение (8) на $C_1 dq_2$, а уравнение (9) – на $C_2 dq_1$, и сложим полученные таким образом уравнения:

$$q_1 dq_2 + q_2 dq_1 = \\ = (C_1R_1 + C_2R_2 - C_2R_1) I_1 I_2 dt - \\ -C_2 dQ_1 + C_2 dQ_2. \qquad (14)$$

Заметим, что при интегрировании уравнения (14) левая часть обращается в ноль. В самом деле, $q_1 dq_2 + q_2 dq_1 = d(q_1 q_2)$ и

$$\int q_1 dq_2 + \int q_2 dq_1 = \int d(q_1 q_2) = \\ = [q_1 q_2]_{t=\infty} - [q_1 q_2]_{t=0} = 0 - 0 = 0.$$

Интегрируя уравнение (14) с учётом этого, а также принимая во внимание соотношение (13), после несложных преобразований получаем:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}! \qquad (15)$$

Дело осталось за малым. Надо решить систему уравнений (10) и (15) и получить окончательный, в этой задаче, ответ:

$$Q_1 = \frac{\frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}}{1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}} \cdot \frac{q_0^2}{2C_1};$$

$$Q_2 = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}} \cdot \frac{q_0^2}{2C_1}.$$

2. Зарядка конденсаторов

2.1. Простая классическая задача о зарядке одного конденсатора

В электрической цепи, показанной на рисунке 8, ключ K разомкнут, конденсатор ёмкости C не заряжен, сопротивление резистора R, ЭДС источника $\mathcal{E}$, его внутреннее сопротивление r. Требуется найти количество теплоты Q_R, которое выделяется на резисторе после замыкания ключа.

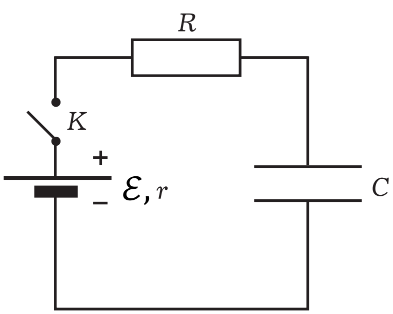

Рис. 8

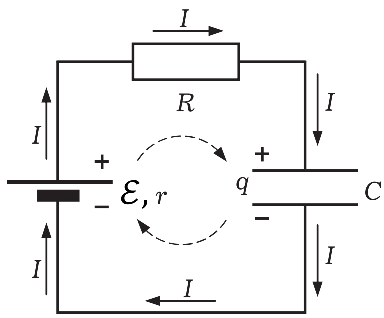

Рис. 9

Рассмотрим цепь в произвольный момент времени t после замыкания ключа (рис. 9). Здесь мы обозначили через q заряд конденсатора, а через I – силу электрического тока в цепи в этот момент.

В рассматриваемой цепи в любой момент времени изменение заряда конденсатора связано с силой тока в цепи соотношением, вытекающим из закона сохранения заряда: $dq = I(t)dt$. Иными словами, сила тока в цепи равна производной по времени заряда конденсатора:

$$I = \frac{dq}{dt}. \qquad (16)$$

Согласно второму правилу Кирхгофа приходим к уравнению:

$$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + I(R+r). \qquad (17)$$

Решая систему уравнений (16) и (17) с учётом начального условия на заряд конденсатора ($q(0)=0$), подобно тому, как это сделано в пункте 1.1, можно найти временные зависимости $q(t)$ и $I(t)$:

$$q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{(R+r)C}}\right);$$

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R+r}\cdot e^{-\frac{t}{(R+r)C}}.$$

Графики этих зависимостей качественно представлены на рисунках 10 и 11, где $I_0 = \dfrac{\mathcal{E}}{R+r}$ – значение силы тока в цепи в начальный момент времени, то есть сразу после замыкания ключа.

Заметим, что заряд q_0, протекающий по цепи в процессе зарядки конденсатора, пропорционален площади под графиком $I(t)$ (рис. 11) и равен конечному заряду конденсатора, то есть $q_0 = C\mathcal{E}$. Хотя это утверждение и так очевидно из закона сохранения заряда, тем не менее, убедимся в этом интегрированием:

$$q_0 = \int dq = \int_0^\infty I(t)dt = \frac{\mathcal{E}}{R+r}\int_0^\infty e^{-\frac{t}{(R+r)C}}dt = C\mathcal{E}.$$

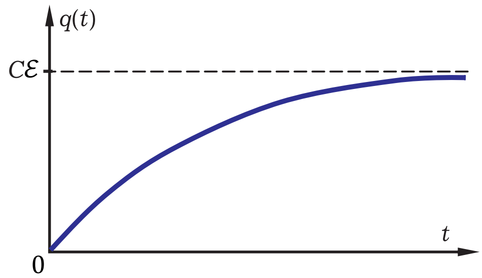

Рис. 10

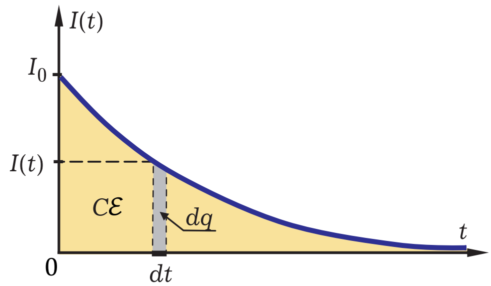

Рис. 11

Нетрудно найти и искомое количество теплоты Q_R:

$$Q_R = \int dQ_R = R\int_0^\infty I^2(t)dt =$$

$$= \frac{R\mathcal{E}^2}{(R+r)^2}\int_0^\infty e^{-\frac{2t}{(R+r)C}}dt = \frac{R}{R+r}\cdot\frac{C\mathcal{E}^2}{2}.$$

Теперь это же количество теплоты найдём, не используя зависимость $I(t)$. Помножим обе части уравнения (17) на dq ($dq = I(t)dt$) и проинтегрируем:

$$\mathcal{E}\,dq = \frac{1}{C}q\,dq + \frac{R+r}{R}dQ_R;$$

$$\mathcal{E}q_0 = \frac{q_0^2}{2C} + \frac{R+r}{R}Q_R. \qquad (18)$$

Заметим, что в левой части полученного уравнения стоит не что иное, как работа источника $A_{ист}$

$(A_{ист} = \mathcal{E} q_0)$, а в правой части – сумма изменения энергии конденсатора ΔW_C $\left(\Delta W_C = \dfrac{q_0^2}{2C}\right)$ и полного количества теплоты Q, выделяющегося в цепи в процессе зарядки конденсатора $\left(Q = Q_R + Q_r = \dfrac{R+r}{R} Q_R\right)$. Таким образом, мы пришли к закону сохранения энергии в рассматриваемом процессе:

$$A_{ист} = \Delta W_C + Q.$$

Подставляя в уравнение (18) ранее найденное значение q_0, после несложных преобразований окончательно имеем:

$$Q_R = \frac{R}{R+r} \cdot \frac{C\mathcal{E}^2}{2}.$$

2.2. Сложная задача о зарядке двух конденсаторов

В электрической цепи, показанной на рисунке 12, ключ K разомкнут, конденсаторы, имеющие ёмкости C_1 и C_2, не заряжены, ЭДС источника $\mathcal{E}$. Требуется найти количества теплоты Q_1 и Q_2, выделяющиеся на резисторах с сопротивлениями R_1 и R_2 соответственно, после замыкания ключа K. Внутренним сопротивлением источника можно пренебречь.

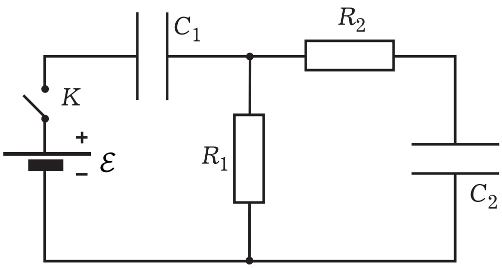

Рис. 12

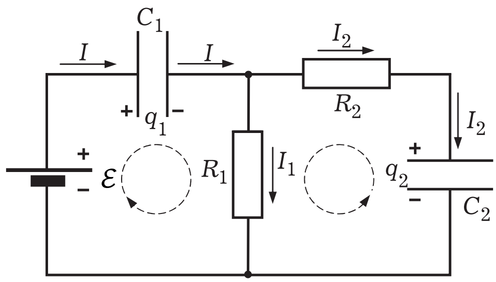

Рис. 13

Рассмотрим цепь в произвольный момент времени t после замыкания ключа (рис. 13). Здесь мы обозначили через q_1 и q_2 заряды конденсатора, а через I_1 и I_2 – силы электрического тока через резисторы R_1 и R_2 соответственно в этот момент.

Для нашей цепи в любой момент времени справедливы следующие соотношения:

$$\left.\begin{aligned} &I = I_1 + I_2; \\ &dq_1 = Idt = I_1 dt + I_2 dt; \\ &dq_2 = I_2 dt. \end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

Согласно второму правилу Кирхгофа для контуров, направления обходов которых показаны пунктирными линиями со стрелками на рисунке 13, имеем уравнения:

$$\mathcal{E} = \frac{q_1}{C_1} + I_1 R_1; \qquad (20)$$

$$\frac{q_2}{C_2} = I_1 R_1 - I_2 R_2. \qquad (21)$$

Заметим, что когда цепь придёт в стационарное состояние, заряды на конденсаторах перестанут изменяться, то есть $dq_1 = dq_2 = 0$. Тогда из соотношений (19) нетрудно получить, что $I_1 = 0$ и $I_2 = 0$, то есть токи в цепи течь не будут. Тогда из уравнения (20) находим, что заряды конденсаторов в конечный момент будут следующими: $q_{1к}=C_1\mathcal{E}$; $q_{2к}=0$.

Принимая во внимание полученные конечные значения зарядов конденсаторов, воспользуемся законом сохранения энергии, согласно которому работа источника идёт на изменение энергии конденсаторов и на выделение тепла на резисторах (теплотой, выделяющейся на источнике, пренебрегаем в виду малости его внутреннего сопротивления):

$$A_{ист}=\Delta W_{C_1}+\Delta W_{C_2}+Q_1+Q_2,$$

В нашем случае:

$$A_{ист}=q_{1к}\mathcal{E}=C_1\mathcal{E}^2;$$

$$\Delta W_{C_1}=\frac{q_{1к}^2}{2C_1}=\frac{C_1\mathcal{E}^2}{2};\quad \Delta W_{C_2}=0.$$

С учётом этого находим суммарное тепло, выделяющееся на резисторах:

$$Q_1+Q_2=\frac{C_1\mathcal{E}^2}{2}. \qquad (22)$$

К соотношению (22) можно прийти, интегрируя уравнения (20) и (21), предварительно помножив уравнение (20) на dq_1, а уравнение (21) – на dq_2, подобно тому, как мы это делали в рассмотренных выше примерах. Представляем читателю проделать эти действия самостоятельно. Также проделайте самостоятельно процедуру «перекрёстного умножения уравнений» с последующим их сложением и интегрированием, когда уравнение (20) умножается на dq_2, а уравнение (21) – на dq_1, и получите ещё одно уравнение для наших искомых величин:

$$\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{R_2}{R_1}+\frac{C_1}{C_2}. \qquad (23)$$

Решая теперь систему уравнений (22) и (23), окончательно имеем:

$$Q_1=\frac{\dfrac{R_2}{R_1}+\dfrac{C_1}{C_2}}{1+\dfrac{R_2}{R_1}+\dfrac{C_1}{C_2}}\cdot\frac{C_1\mathcal{E}^2}{2};$$

$$Q_2=\frac{1}{1+\dfrac{R_2}{R_1}+\dfrac{C_1}{C_2}}\cdot\frac{C_1\mathcal{E}^2}{2}.$$

3. Задачи для самостоятельного решения

3.1. В электрической цепи, показанной на рисунке 14, конденсатор ёмкости C имеет заряд q_0, ключ K разомкнут. Найдите количества теплоты Q_1, Q_2 и Q_3, выделяющиеся на резисторах с сопротивлениями R_1, R_2 и R_3 соответственно, после замыкания ключа K.

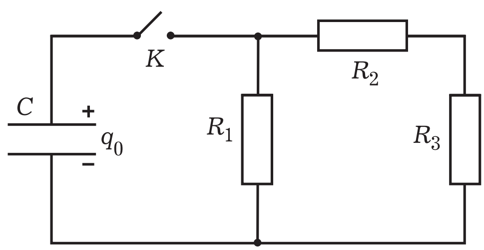

Рис. 14

[Ответ: $Q_1=\dfrac{R_2+R_3}{R_1+R_2+R_3}\cdot\dfrac{q_0^2}{2C}$;

$$Q_2=\frac{R_1R_2}{(R_1+R_2+R_3)(R_2+R_3)}\cdot\frac{q_0^2}{2C};\qquad Q_3=\frac{R_1R_3}{(R_1+R_2+R_3)(R_2+R_3)}\cdot\frac{q_0^2}{2C}].$$

3.2. В электрической цепи, показанной на рисунке 15, конденсатор ёмкости C_1 имеет заряд q_0, конденсатор ёмкости C_2 не заряжен, ключ K разомкнут. Найдите количества теплоты Q_1 и Q_2, выделяющиеся на резисторах с сопротивлениями R_1 и R_2 соответственно, после замыкания ключа K.

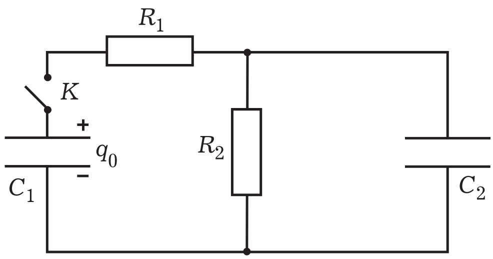

Рис. 15

$$[\text{Ответ: } Q_1 = \frac{\dfrac{R_1}{R_2} + \dfrac{C_2}{C_1}}{1 + \dfrac{R_1}{R_2} + \dfrac{C_2}{C_1}} \cdot \frac{q_0^2}{2C_1};$$

$$Q_2 = \frac{1}{1 + \dfrac{R_1}{R_2} + \dfrac{C_2}{C_1}} \cdot \frac{q_0^2}{2C_1}].$$

3.3. В электрической цепи, показанной на рисунке 16, ключ K разомкнут, конденсаторы, имеющие ёмкости C_1 и C_2, не заряжены, ЭДС источника $\mathcal{E}$. Найдите количества теплоты Q_1 и Q_2, выделяющиеся на резисторах с сопротивлениями R_1 и R_2 соответственно, после замыкания ключа K. Внутренним сопротивлением источника можно пренебречь.

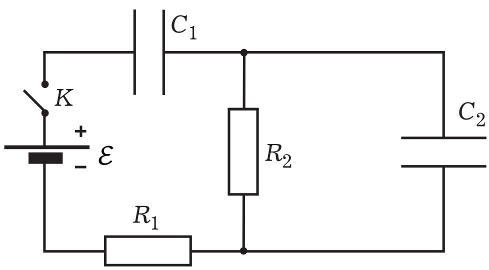

Рис. 16

$$[\text{Ответ: } Q_1 = \frac{\dfrac{R_1}{R_2} + \dfrac{C_2}{C_1}}{1 + \dfrac{R_1}{R_2} + \dfrac{C_2}{C_1}} \cdot \frac{C_1\mathcal{E}^2}{2};$$

$$Q_2 = \frac{1}{1 + \dfrac{R_1}{R_2} + \dfrac{C_2}{C_1}} \cdot \frac{C_1\mathcal{E}^2}{2}].$$

3.4. В электрической цепи, показанной на рисунке 17, ключ K разомкнут, конденсаторы, имеющие ёмкости C_1 и C_2, не заряжены. Найдите отношение количества теплоты Q_1, выделяющегося на резисторе с сопротивлением R_1, к количеству теплоты Q_2, выделяющемуся на резисторе с сопротивлением R_2, после замыкания ключа K. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

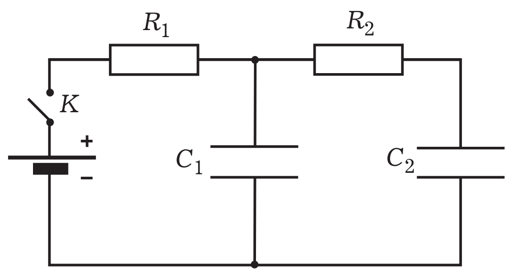

Рис. 17

$$[\text{Ответ: } \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2} + \frac{R_1}{R_2}\left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right)^2].$$