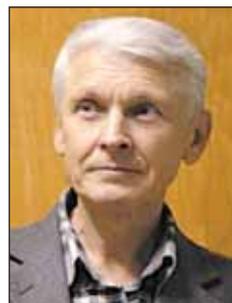


Чивилёв Виктор Иванович

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Московского физико-технического института (МФТИ). Заслуженный работник высшей школы, заместитель председателя научно-методического совета Федеральной заочной физико-технической школы (ФЗФТШ) при МФТИ, член жюри Всероссийской олимпиады школьников по физике.



Правило знаков в законе электромагнитной индукции

В статье рассмотрена связь между знаками следующих физических величин при явлении электромагнитной индукции в замкнутом проводящем контуре: магнитного потока, изменения магнитного потока, ЭДС индукции, индукционного тока. Уточнены понятия магнитного потока и собственного магнитного потока. Приведены примеры решения задач.

1. Введение

В 1831 г. М. Фарадей открыл явление электромагнитной индукции, заключающееся в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, охватываемого



контуром, возникают электродвижущая сила (называемая электродвижущей силой индукции) и, как результат, электрический ток (называемый индукционным током). При-

ведём математическую запись закона электромагнитной индукции:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (1)$$

Здесь \mathcal{E} – электродвижущая сила индукции (ЭДС индукции), $\frac{d\Phi}{dt} = \Phi' -$ производная по времени t полного магнитного потока Φ , пронизывающего контур.

Только внешний вид формулы (1) наводит на мысль, что \mathcal{E} и Φ' должны быть противоположного знака. Следовательно, величины \mathcal{E} , Φ и Φ' могут быть как положительными, так и отрицательными. И это действительно так. Когда присутствие знака минус в (1) объясняют только тем, что он отражает правило Ленца, то остаётся неясным принцип, по которому

присваиваются знаки физическим величинам в (1).

Чтобы разобраться в знаках величин, входящих в формулу (1), надо уточнить понятия магнитного потока, собственного магнитного потока и смысл

2. Магнитный поток

Магнитным потоком Φ через плоскую площадку площадью S , помещённую в однородное магнитное поле, называется величина

$$\Phi = BS \cos \alpha, \quad (2)$$

где B – модуль вектора магнитной индукции \vec{B} , α – угол между вектором \vec{B} и вектором нормали \vec{n} к площадке (рис. 1). Положительный (от-

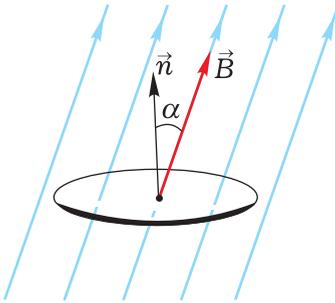


Рис. 1

рицательный) знак магнитного потока соответствует острому (тупому) углу α . Поскольку у площадки две нормали, то выбор направления нормали определяет знак магнитного потока. В случае, показанном на рис. 1, магнитный поток Φ положительный, так как угол α острый. На рис. 2 по-

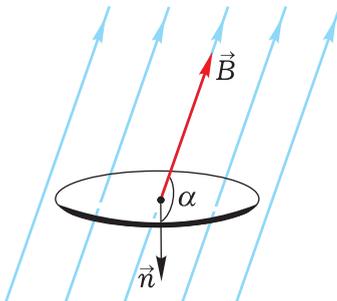


Рис. 2

самой формулы (1). Попутно введётся и правило знаков для магнитного потока, ЭДС индукции и индукционного тока в контуре, т.е. станет ясно, как понимать положительность или отрицательность этих величин.

казан случай, когда поток Φ отрицательный, так как направление нормали \vec{n} выбрано таким, что угол α оказался тупым и $\cos \alpha < 0$. В каждом конкретном случае, например, при решении задачи, направление нормали \vec{n} или уже задано, или выбирается из соображений удобства.

Теперь введём определение магнитного потока через произвольный контур KLM , не лежащий в одной плоскости и помещённый в неоднородное магнитное поле (рис. 3). «Натянем» на этот контур произвольную поверхность. Разобьём её на сколько угодно малые, почти плоские пло-

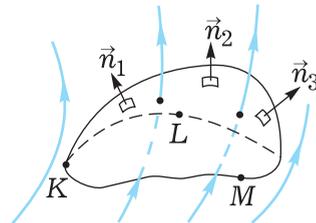


Рис. 3

щадки. Назовём условно одну сторону поверхности внешней, а другую внутренней и направим нормали $\vec{n}_1, \vec{n}_2, \dots$ к каждой площадке от внутренней стороны к внешней. Найдём магнитный поток через каждую площадку согласно равенству (2) и сложим найденные потоки алгебраически. Это и будет по определению магнитным потоком через произвольный контур. Ясно, что знак магнитного потока через контур зависит от того, какую сторону «натянутой» на контур поверхности считать внешней, а



какую внутренней.

Оказывается, что найденный таким способом магнитный поток через контур не зависит от формы «натянутой» на контур поверхности. Это является прямым следствием того опытного факта, что *магнитный поток через любую замкнутую поверхность равен нулю*. В более доступном изложении этот опытный факт формулируется так: *магнитных зарядов, на которых могли бы начинаться или заканчиваться магнитные силовые линии, нет*. Поля, у которых силовые линии не имеют начала и конца, называются *вихревыми*. Магнитное поле есть поле *вихревое*. Следует заметить, что чаще всего мы встречаемся с замкнутыми силовыми линиями магнитного поля, или линиями, идущими из бесконечности в бесконечность (замыкающимися на бесконечности). Но возможно существование и незамкнутых магнитных силовых линий, находящихся в ограниченной области пространства и не

имеющих начала и конца. Останавливаться сейчас на этом тонком вопросе не будем.

Все вышесказанное даёт основание считать приведённое определение магнитного потока через контур корректным.

Для образного представления себе магнитного потока на него можно смотреть, как на величину, пропорциональную числу силовых линий, охватываемых контуром. При такой трактовке магнитного потока становится почти очевидным факт независимости магнитного потока через контур от формы «натянутой» на контур поверхности.

Если магнитное поле создаётся несколькими источниками поля, то из принципа суперпозиции полей следует, что результирующий магнитный поток через контур равен алгебраической сумме магнитных потоков от каждого источника в отдельности.

В системе единиц СИ единицей магнитного потока служит *вебер* (Вб), $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$.

3. Собственный магнитный поток и индуктивность

Пусть в проводящем контуре по каким-либо причинам идёт ток I . Этот ток создаёт собственное магнитное поле, магнитная индукция которого в каждой точке пропорциональна току, что вытекает из закона Био-Савара-Лапласа. Следовательно, магнитный поток через каждую из малых площадок, на которые разбита «натянутая» на контур поверхность, тоже пропорционален току. Поэтому и суммарный поток через все площадки пропорционален току. Таким образом, магнитный поток собственного поля (собственный поток) через контур пропорционален току в нём:

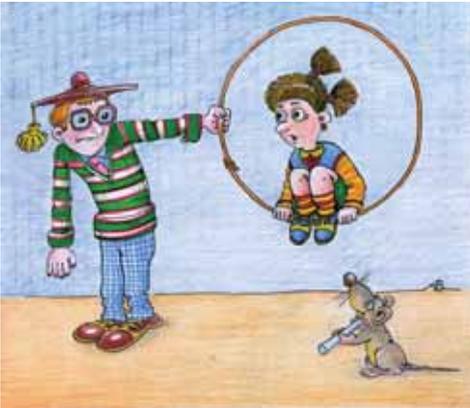
$$\Phi_{\text{соб}} = LI. \quad (3)$$

Коэффициент пропорциональности L ($L > 0$) называется коэффициентом самоиндукции, или *индуктивностью*. Индуктивность контура зависит от его геометрических размеров и формы, а также от магнитных свойств среды, в которой находится контур.

Единицей измерения индуктивности в СИ служит *генри* (Гн), $1 \text{ Гн} = 1 \text{ Вб} / \text{А}$.

Следует сказать о правиле знаков для $\Phi_{\text{соб}}$ и I в формуле (3). Выберем положительное направление обхода контура так, чтобы оно было связано с направлением нормали к поверхности, ограниченной контуром (точнее,

направлениями нормалей в разных точках поверхности, «натянутой» на контур), правилом буравчика (правого винта). Если буравчик ввинчивать таким образом, чтобы остриё двигалось в направлении нормали, то рукоятка буравчика будет вращаться в положительном направлении обхода контура. Ток, идущий в положительном направлении обхода контура, считается положительным, в противном случае – отрицательным. Теперь знак $\Phi_{\text{соб}}$ будет определяться знаком I через соотношение (3) и наоборот. Поскольку $L > 0$, то знаки тока I и созданного им магнитного потока $\Phi_{\text{соб}}$ совпадают. Причём не будет противоречия со знаком потока, определяемого по формуле (2). Убедитесь в этом, сделав из проволоки кольцо. Мысленно задайте направление тока в кольце. Направив вектор нормали к плоскости кольца сначала в одну, а затем в другую сторону, выясните знак магнитного потока и тока.



Приведём пример. Найдём собственный магнитный поток через проводящее кольцо с индуктивностью $L = 1 \text{ мГн}$, по которому идёт ток 2 А . На рисунках 4 и 5 показаны для этого кольца направления силовых линий магнитного поля, созданного током I в кольце. Показаны также два воз-

можных направления нормали \vec{n} к плоскости кольца и соответствующие положительные направления обхода кольца, полученные из правила буравчика. На рис. 4 ток I идёт в положительном направлении обхода контура (кольца), поэтому $I = 2 \text{ А}$, поток

$$\Phi_{\text{соб}} = LI = 2 \text{ мВб} > 0,$$

что и следовало ожидать, т.к. нормаль \vec{n} направлена в сторону силовых линий поля, и применение формулы (2) даст положительный поток. На рис. 5 ток I идёт против положительного направления обхода контура, следовательно, $I = -2 \text{ А}$, поток

$$\Phi_{\text{соб}} = LI = -2 \text{ мВб} < 0,$$

что и должно было получиться, поскольку нормаль \vec{n} направлена против силовых линий поля, и по формуле (2) имеем отрицательный поток.

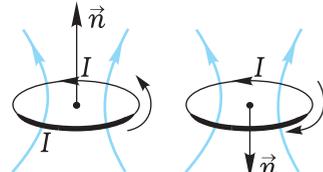


Рис. 4

Рис. 5

Несколько слов о влиянии магнитных свойств среды на индуктивность L . Если вблизи контура с током находятся диамагнетики, или парамагнетики, или те и другие, то всё сказанное выше о пропорциональности тока в контуре и магнитного потока справедливо. Если же вблизи контура есть ферромагнетики, то магнитный поток через контур уже не пропорционален току в контуре, поскольку индукция магнитного поля в ферромагнетиках и вблизи них не пропорциональна току и, кроме того, зависит ещё и от намагниченности ферромагнетиков перед опытом (начальной намагниченности). Но и в этом случае можно считать, что магнитный поток собственного поля че-



рез контур даётся тем же выражением (3), но индуктивность L есть величина, зависящая ещё от тока I и от начальной намагниченности ферромагнетика. Например, индуктивность

4. Закон электромагнитной индукции

Пусть произвольный контур с током находится во внешнем магнитном поле. Сейчас нас не интересует причина возникновения тока в контуре, а интересует только сам факт его наличия. Этот ток, вообще говоря, может зависеть от времени. Из принципа суперпозиции магнитных полей и определения магнитного потока следует, что полный магнитный поток Φ , пронизывающий контур, состоит из потока от внешнего поля $\Phi_{\text{внеш}}$ и потока от собственного поля $\Phi_{\text{соб}}$:

$$\Phi = \Phi_{\text{внеш}} + \Phi_{\text{соб}}. \quad (4)$$

При этом внешний магнитный поток $\Phi_{\text{внеш}}$ может изменяться со временем как из-за изменения внешнего магнитного поля во времени (в каждой точке поля индукция внешнего магнитного поля зависит от времени), так и из-за движения контура или отдельных его частей. Собственный магнитный поток $\Phi_{\text{соб}}$ может тоже изменяться со временем в результате изменения тока в контуре по каким-либо причинам и в результате изменения индуктивности контура (при его деформации, например).

Опытным путём установлено, что *независимо от причин, вызывающих изменение полного магнитного потока Φ через контур, в контуре возникает электродвижущая сила, называемая электродвижущей силой индукции:*

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (5)$$

Производная по времени t маг-

кольца (катушки), одетого на железный сердечник, зависит не только от размеров кольца, но и от тока в кольце и начальной намагниченности железа.

нитного потока $\Phi' = \frac{d\Phi}{dt}$ берётся, естественно, в тот момент, когда определяется ЭДС индукции \mathcal{E} в контуре. Можно сказать, что по формуле (5), совпадающей с (1), находится мгновенное значение ЭДС индукции.

Иногда формулу (5) записывают в виде

$$\mathcal{E} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}, \quad \Delta t \rightarrow 0. \quad (6)$$

Здесь $\Delta\Phi$ – изменение магнитного потока через контур за сколь угодно малое время Δt . Такой записью подчёркивают физическую суть закона электромагнитной индукции: изменение магнитного потока вызывает ЭДС индукции. Поскольку $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ при $\Delta t \rightarrow 0$ есть производная Φ' , то записи (5) и (6) эквивалентны.

Теперь о правиле знаков в формуле (5). Направление нормали к поверхности, ограниченной контуром, и положительное направление обхода контура, связанные друг с другом правилом буравчика, определяют знаки Φ и \mathcal{E} . Поясним сказанное. Зададим направление нормали к поверхности, ограниченной контуром. Свяжем направление нормали и положительное направление обхода контура правилом буравчика. Направление нормали определяет знак магнитного потока. Положительное направление обхода контура определяет знак ЭДС индукции и индукционного тока: ЭДС индукции положительна, если направление её действ-

вия совпадает с положительным направлением обхода контура, и отрицательна в противном случае. Ток положителен, если идёт в положительном направлении обхода контура, ток отрицателен, если идёт против положительного направления обхода контура. Под направлением действия ЭДС на некотором участке цепи будем понимать направление действия вдоль этого участка сторонних сил на положительные заряды, т.е. то направление, в котором потечёт ток через участок цепи с ЭДС при мысленном замыкании этого участка резистором.

Равенство (5) представляет собой математическую запись закона электромагнитной индукции Фарадея. Производную $\Phi' = \frac{d\Phi}{dt}$ назы-

вают скоростью изменения магнитного потока. Ясно, что величина $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

при $\Delta t \rightarrow 0$ есть тоже скорость изменения магнитного потока. Если говорят, что магнитный поток изменяется равномерно, то под этим подразумевают постоянство скорости изменения магнитного потока, т.е. считают, что $\Phi' = \text{const}$. При $\Phi' = \text{const}$ зависимость $\Phi(t)$ линейная и отношение

$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ равно Φ' не только для сколь угодно малых Δt , но и для любых конечных интервалов времени Δt . Это означает, что при равномерном изменении магнитного потока формула (6) для нахождения ЭДС индукции справедлива не только для малых, но и для конечных приращений времени Δt и магнитного потока $\Delta\Phi$.

Полный магнитный поток Φ , пронизывающий контур, состоит согласно (4) из двух слагаемых: потока от внешнего поля $\Phi_{\text{внеш}}$ и потока от

собственного поля $\Phi_{\text{соб}}$. Поэтому и ЭДС индукции должна состоять из двух слагаемых. Разберём этот вопрос подробнее.

Из равенств (4) и (5) получаем

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_{\text{внеш}}}{dt} - \frac{d\Phi_{\text{соб}}}{dt}. \quad (7)$$

Слагаемое $-\frac{d\Phi_{\text{внеш}}}{dt}$ представ-

ляет собой ЭДС индукции, возникающую из-за изменения внешнего магнитного потока. Если собственное поле можно не учитывать (пренебрегать индуктивностью), то ЭДС индукции в контуре определяется только первым слагаемым. Ещё раз подчеркнём, что это слагаемое обусловлено как изменением внешнего поля во времени, так и движением контура или его частей во внешнем поле.

Слагаемое

$$\mathcal{E}_c = -\frac{d\Phi_{\text{соб}}}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L\frac{dI}{dt} - I\frac{dL}{dt} \quad (8)$$

называется ЭДС самоиндукции, так как оно появляется благодаря изменению во времени собственного магнитного потока через контур. Можно сказать, что ЭДС самоиндукции является частным случаем ЭДС индукции. Равенство (8) иногда записывают через изменения (приращения) соответствующих величин:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_c &= -\frac{\Delta\Phi_{\text{соб}}}{\Delta t} = -\frac{\Delta(LI)}{\Delta t} = \\ &= -L\frac{\Delta I}{\Delta t} - I\frac{\Delta L}{\Delta t}, \quad \Delta t \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Напомним, что изменение собственного магнитного потока может происходить как за счёт изменения тока (по каким-либо причинам), так и за счёт изменения индуктивности контура, что видно из соотношений (8) и (9). Если индуктивность остаётся постоянной во времени, то равенство (8) принимает вид:

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{dI}{dt}. \quad (10)$$

Если же остаётся постоянным во времени ток, то из равенства (8) получаем

$$\mathcal{E}_c = -I \frac{dL}{dt}.$$

Величина $I' = \frac{dI}{dt}$ и равная ей величина $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ (при $\Delta t \rightarrow 0$) называется

скоростью изменения тока. При $I' = \frac{dI}{dt} = \text{const}$ зависимость $I(t)$ ли-

нейная и отношение $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ равно I' не только для сколь угодно малых Δt , но и для любых конечных интервалов времени Δt . Это означает, что при равномерном изменении тока в контуре с постоянной индуктивностью вместо формулы (10) для нахождения ЭДС самоиндукции можно использовать формулу для конечных приращений времени Δt и тока ΔI :

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}. \quad (11)$$

Затронем часто встречающийся при решении задач вопрос о том, пренебрегать или нет индуктивностью контура. Этот вопрос в каждом конкретном случае должен решаться

5. Примеры решения задач

Задача 1. Северный полюс магнита удаляется от проводящего кольца (рис. 6). Определить направление индукционного тока в кольце. Куда направлена сила, действующая на кольцо?

Решение. Для ответа на первый вопрос удобно за причину, вызывающую ЭДС индукции в кольце, взять уменьшение магнитного потока через кольцо. По правилу Ленца соб-

отдельно на основании вклада, даваемого в общую ЭДС каждым слагаемым в формуле (7). Чаще всего индуктивностью контура в виде одного витка или рамки, состоящей из малого числа витков, можно пренебречь. А вот индуктивностью контура, состоящего из значительного числа витков, например, катушки, пренебрегать не стоит. Одним из критериев для оценки роли индуктивности может служить сравнение индукций внешнего магнитного поля и собственного поля контура, а точнее, сравнение изменений индукций этих полей за время наблюдения.

Заметим, что в формуле (5) знаки ЭДС индукции \mathcal{E} и изменения магнитного потока $d\Phi$ противоположны: если $d\Phi > 0$, то $\mathcal{E} < 0$ и наоборот. Противоположность знаков этих двух величин, обеспеченная присутствием в формуле (5) знака «-», отражает *правило Ленца: ЭДС индукции всегда направлена так, чтобы пытаться препятствовать причине, вызвавшей индукцию.* Правило Ленца удобно тем, что даёт возможность ответить на некоторые вопросы, например, найти направление ЭДС индукции и индукционного тока, не применяя формулу (5).

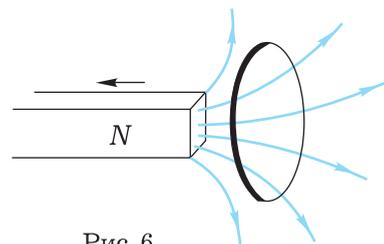


Рис. 6

ственное поле, созданное индукционным током, должно препятствовать этому уменьшению. Поэтому собст-

венное поле в плоскости кольца и внутри кольца направлено туда же, что и внешнее, т.е. вправо. По правилу буравчика *индукционный ток в кольце направлен против часовой стрелки, если смотреть на кольцо справа.*

Для ответа на второй вопрос удобнее за причину, вызывающую ЭДС индукции, взять увеличение расстояния между магнитом и кольцом. По правилу Ленца появится противодействие этой причине, т.е. между кольцом и магнитом возникнет сила притяжения. И чем больше индукционный ток, тем больше будет сила притяжения. Итак, *на кольцо действует сила, направленная к магниту.*

Задача 2. Проводящее кольцо сопротивлением $R = 0,02$ Ом и площадью $S = 40$ см² (площадь плоской поверхности, ограниченной кольцом) находится во внешнем однородном магнитном поле, индукция которого перпендикулярна плоскости кольца (рис. 7). За время $\Delta t = 5$ с индукция магнитного поля, не изменяя направления, увеличилась равномерно от $B_1 = 20$ мТл до $B_2 = 30$ мТл. Найти ток в кольце с указанием направления.

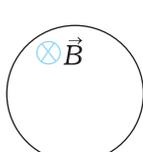


Рис. 7

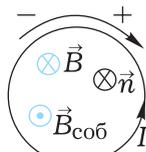


Рис. 8

Решение. *Первый способ решения.* Направим нормаль \vec{n} к плоскости кольца по направлению вектора индукции внешнего поля \vec{B} (рис. 7). Тогда по правилу буравчика положительное направление обхода кольца совпадёт с направлением обхода кольца по часовой стрелке. На рис. 8

положительное направление обхода показано стрелкой со знаками «-» и «+». В произвольный момент времени, когда индукция магнитного поля равна B , магнитный поток через кольцо $\Phi = BS$.

ЭДС индукции

$$\mathcal{E} = -\Phi' = -(BS)' = -SB'$$

Поскольку индукция B изменяется равномерно, т.е. $B' = \text{const}$, то зависимость индукции от времени линейная и

$$B' = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B_2 - B_1}{\Delta t}$$

ЭДС индукции

$$\mathcal{E} = -S \frac{B_2 - B_1}{\Delta t}$$

Ток в кольце

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{S}{R} \cdot \frac{B_2 - B_1}{\Delta t} = -4 \cdot 10^{-4} \text{ А} = -0,4 \text{ мА}$$

Отрицательность тока означает, что ток направлен против положительного направления обхода кольца (рис. 8). Итак, *в кольце идёт ток 0,4 мА против часовой стрелки.*

Второй способ решения. Найдем модуль тока, а затем по правилу Ленца его направление.

Не интересуясь направлением ЭДС индукции, найдём её модуль:

$$\begin{aligned} |\mathcal{E}| &= |-\Phi'| = |\Phi'| = \\ &= |(BS)'| = S|B'| = S \left| \frac{B_2 - B_1}{\Delta t} \right| \end{aligned}$$

Модуль тока

$$|I| = \left| \frac{\mathcal{E}}{R} \right| = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{S}{R} \left| \frac{B_2 - B_1}{\Delta t} \right| = 0,4 \text{ мА}$$

Причиной возникновения тока является увеличение внешнего магнитного поля внутри кольца. По правилу Ленца индукционный ток будет создавать внутри кольца собственное поле $\vec{B}_{\text{соб}}$, которое должно препятст-



вывать изменению внешнего поля, т.е. быть направлено против внешнего поля (рис. 8). По правилу буравчика находим направление тока I , создающего собственное поле (рис. 8). Получаем тот же ответ: *в кольце идёт ток 0,4 мА против часовой стрелки.*

Замечание. Если бы в задаче индукция равномерно убывала, например, от $B_1 = 20$ мТл до $B_2 = 5$ мТл, то индукционный ток был бы равен 0,6 мА и направлен по часовой стрелке. Покажите это самостоятельно двумя способами.

Задача 3. Катушка из $N = 200$ витков с площадью каждого витка $S = 10 \text{ см}^2$ намотана на деревянный каркас и помещена во внешнее однородное магнитное поле (рис. 9). Катушка подсоединена к резистору с сопротивлением $R = 2 \text{ Ом}$. При уменьшении внешнего магнитного поля с постоянной скоростью от $B_1 = 70$ мТл до $B_2 = 10$ мТл в течение $\tau = 30$ с в цепи устанавливается постоянный ток. Найти ток через резистор с указанием направления. Сопротивление катушки не учитывать.

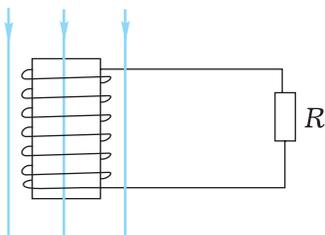


Рис. 9

Решение. Направим нормаль к плоскости витков катушки по направлению вектора индукции внешнего поля, т.е. сверху вниз для рисунка из условия задачи. Свяжем правилом буравчика направление нормали с положительным направлением об-

хода витков. Получаем, что положительное направление обхода витков совпадает с направлением обхода витков по часовой стрелке, если смотреть на катушку сверху. Это значит, что при положительном токе он идёт через резистор сверху вниз, а при отрицательном – снизу вверх. Найдём ток.

Магнитный поток внешнего поля с индукцией B через катушку равен сумме потоков через все витки:

$$\Phi = NBS.$$

ЭДС индукции

$$\mathcal{E} = -\Phi' = -(NBS)' = -NSB'.$$

Так как индукция B изменяется равномерно, т.е. $B' = \text{const}$, то зависимость индукции от времени линейная и

$$B' = \frac{B_2 - B_1}{\tau}.$$

Тогда

$$\mathcal{E} = -NS \frac{B_2 - B_1}{\tau}.$$

Ток через резистор

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{NS}{R} \cdot \frac{B_2 - B_1}{\tau} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ А} = 0,2 \text{ мА}.$$

Положительность тока означает, что ток через резистор идёт сверху вниз.

Замечание. При решении задачи не рассматривалась ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_c не по той причине, что индуктивность катушки мала, а по той причине, что ЭДС самоиндукции равна нулю, поскольку ток I постоянен по условию задачи. Действительно, при $I = \text{const}$

$$\mathcal{E}_c = -LI' = 0.$$

Более детальное исследование подтверждает справедливость того утверждения в задаче, что при равномерном изменении индукции внешнего магнитного поля ток в катушке через некоторое время становится постоянным.

Задача 4. Ток в катушке с индуктивностью $L=0,3$ Гн уменьшают с постоянной скоростью от $I_1=3$ А до $I_2=0,2$ А в течение времени $\Delta t=4$ с, передвигая движок реостата вправо (рис. 10). Найти ЭДС самоиндукции, возникающую в катушке. Указать полярность ЭДС самоиндукции.

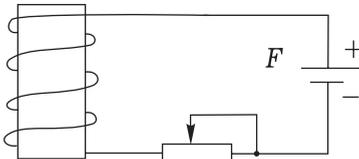


Рис. 10

Решение. За положительное направление обхода витков катушки удобно взять направление, совпадающее с направлением тока в витках. С учётом полярности источника F устанавливаем, что ток в катушке идёт так, что через реостат он идёт слева направо. Поскольку ток изменяется равномерно, то ЭДС самоиндукции постоянна и находится по формуле (11):

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -L \frac{I_2 - I_1}{\Delta t} = 0,21 \text{ В.}$$

Положительность ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_c означает, что она направлена в положительном направлении обхода витков катушки, т.е. в направлении тока I и в направлении действия ЭДС источника F . Полярность ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_c показана на эквивалентной схеме (рис. 11).

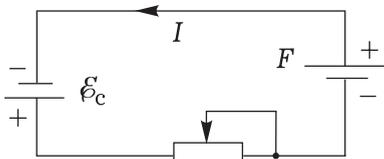


Рис. 11

Заметим, что полярность ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_c можно найти и по правилу Ленца: ЭДС самоиндукции

должна пытаться препятствовать причине, вызывающей ЭДС, т.е. уменьшению тока. Поэтому направление действия ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_c совпадает с направлением тока I (рис. 11).

Задача 5. В схеме, показанной на рис. 12, индуктивность катушки $L=0,2$ Гн. Ключ K замыкают. Ток в катушке из-за подсоединения к источнику F начинает возрастать от нуля. Когда ток достигает значения $I_1=0,5$ А, движок реостата начинают двигать влево так, что в дальнейшем ток возрастает с постоянной скоро-

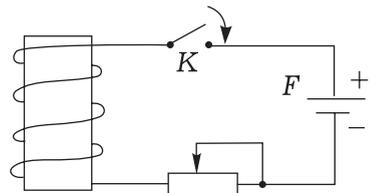


Рис. 12

стью (равномерно) от $I_1=0,5$ А до $I_2=2$ А в течение времени $\Delta t=3$ с. Найти ЭДС самоиндукции, возникающую в катушке. Указать полярность ЭДС самоиндукции.

Решение. За положительное направление обхода витков катушки возьмём направление, совпадающее с направлением тока в витках. Учитывая полярность источника F , находим, что ток в катушке идёт так, что через ключ этот ток идёт справа налево. Поскольку ток изменяется равномерно, то ЭДС самоиндукции постоянна и может быть найдена по формуле (11):

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -L \frac{I_2 - I_1}{\Delta t} = -0,1 \text{ В.}$$

Отрицательность ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_c означает, что она направлена против положительного направления обхода витков катушки, т.е.



против направления тока I и против направления действия ЭДС источника F . Полярность ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_c показана на эквивалентной схеме (рис. 13).

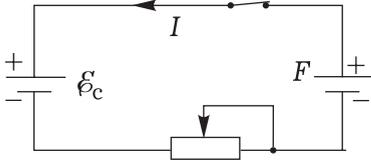


Рис. 13

Заметим, что полярность ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_c можно установить и по правилу Ленца: ЭДС самоиндукции должна пытаться препятствовать причине, вызывающей ЭДС, т.е. увеличению тока в цепи. Поэтому направление действия ЭДС \mathcal{E}_c противоположно направлению тока I (рис. 13).

Задача 6. В цепи (рис. 14) индуктивность катушки $L = 0,1$ Гн, её сопротивление пренебрежимо мало. Сопротивление резистора $R = 2,7$ Ом. ЭДС источника $\mathcal{E} = 12$ В, его внутреннее сопротивление $r = 0,3$ Ом.

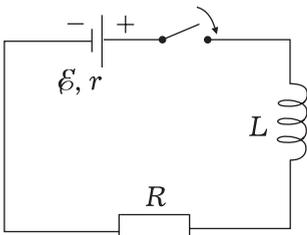


Рис. 14

Ключ замыкают. 1) Найти скорость возрастания тока сразу после замыкания ключа. 2) Найти скорость возрастания тока в момент, когда ток достигнет $I_1 = 1$ А. 3) Найти установившийся ток в цепи. 4) Нарисовать качественно график зависимости тока от времени.

Решение. Ясно, что ток в катушке

идёт сверху вниз. За положительное направление обхода витков катушки выберем направление, совпадающее с направлением тока в витках. Этим будет автоматически определяться знак ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_c в катушке при применении формулы $\mathcal{E}_c = -LI'$. По закону Ома

$$\mathcal{E} + (-LI') = I(R+r).$$

Анализ этого уравнения даст ответы на все вопросы.

Сразу после замыкания ключа ток I равен нулю, и скорость возрастания тока

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{L} = 120 \frac{\text{А}}{\text{с}}.$$

При достижении током значения $I_1 = 1$ А скорость возрастания тока

$$I' = \frac{\mathcal{E} - I_1(R+r)}{L} = 90 \frac{\text{А}}{\text{с}}.$$

По мере нарастания тока $I(R+r)$ увеличивается, а I' уменьшается. Когда $I(R+r)$ достигнет значения, равного \mathcal{E} , $I' = 0$, т.е. ток перестанет изменяться, оставаясь постоянным и равным

$$I_{\text{уст}} = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = 4 \text{ А}.$$

Это и есть установившийся ток.

График зависимости тока I от времени t приведён на рис. 15.

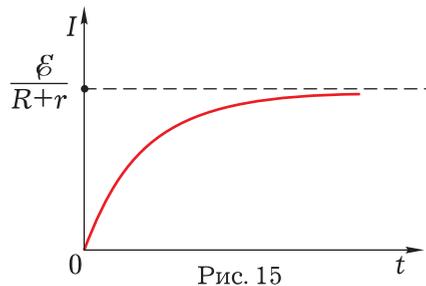


Рис. 15

Задача 7. Катушка сопротивлением $R = 40$ Ом и индуктивностью $L = 0,01$ Гн замкнута накоротко и находится во внешнем однородном маг-

нитном поле, индукция которого перпендикулярна плоскости витков катушки (рис. 16). С определённого момента времени внешнее поле начинает изменяться. В результате за некоторое время τ магнитный поток внешнего поля через катушку (сумма потоков через все витки) возрос на 0,002 Вб, а ток достиг значения 0,08 А. Какой заряд прошёл за время τ по катушке?

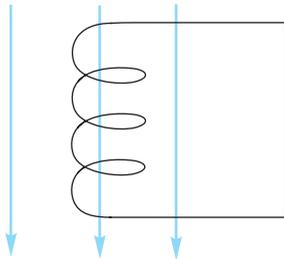


Рис. 16

Решение. Изменяющееся внешнее поле вызывает в катушке ЭДС индукции, в результате чего возникает изменяющийся со временем ток, являющийся причиной появления ЭДС самоиндукции. Свяжем направление нормали к витку катушки и положительное направление обхода витка правилом буравчика. Этим будет задаваться связь между знаками магнитного потока, тока и обеих ЭДС в контуре. Разобьём всё время τ на сколь угодно малые интервалы Δt_k . Пусть за время Δt_k магнитный поток от внешнего поля изменился на величину $\Delta\Phi_k$, а ток изменился на величину ΔI_k . Тогда по закону Ома для замкнутой цепи

$$-\frac{\Delta\Phi_k}{\Delta t_k} - L \frac{\Delta I_k}{\Delta t_k} = I_k R.$$

Здесь I_k – среднее значение тока в катушке в течение времени Δt_k . Умножив обе части равенства на Δt_k

и учтя, что $I_k \Delta t_k$ есть протёкший через катушку заряд Δq_k за время Δt_k , получаем

$$-\Delta\Phi_k - L\Delta I_k = R\Delta q_k.$$

Сложив равенства такого вида для всех Δt_k , получаем

$$-\sum_k \Delta\Phi_k - L \sum_k \Delta I_k = R \sum_k \Delta q_k.$$

Поскольку за время τ (время опыта) $\sum_k \Delta q_k = q$ – протёкший через катушку заряд,

$\sum_k \Delta\Phi_k = \Delta\Phi$ – полное изменение потока внешнего поля через катушку, а $\sum_k \Delta I_k = \Delta I$ – полное изменение тока в катушке, то имеем

$$-\Delta\Phi - L\Delta I = Rq.$$

Так как в момент начала изменения внешнего магнитного поля ток равен нулю, то

$$\Delta I = I_{\text{кон}} - 0 = I_{\text{кон}}.$$

Здесь $I_{\text{кон}}$ – значение тока в конце опыта. Итак,

$$q = -\frac{\Delta\Phi + LI_{\text{кон}}}{R}.$$

Если направление нормали к витку катушки выбрать таким, чтобы $\Delta\Phi$ было положительным, т.е. равным 0,002 Вб, то значение $I_{\text{кон}}$ надо взять отрицательным, т.е. равным $-0,08$ А. Это следует из правила Ленца: знак индукционного тока должен быть противоположен знаку изменения магнитного потока, вызвавшего этот ток. Таким образом,

$$\Delta\Phi = 0,002 \text{ Вб}, I_{\text{кон}} = -0,08 \text{ А},$$

$$q = -(\Delta\Phi + LI_{\text{кон}})/R = -3 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}.$$

Знак «минус» у заряда q , прошедшего за время τ по катушке, означает, что он прошёл в отрицательном направлении обхода витка катушки.