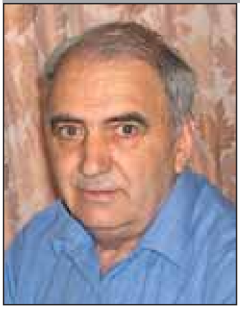

Можаев Виктор Васильевич
Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Московского физико-технического института (МФТИ), член редколлегии журнала «Квант».

В вводной части статьи подробно разбирается основное понятие в интерференции световых волн – понятие когерентности волн. В §1 рассматривается обобщённая интерференционная схема, выводится распределение освещённости света в интерференционной картине на экране, получено выражение для основной характеристики интерференционной картины – ширины интерференционных полос. Подробно разбираются задачи с конкретными интерференционными схемами: билинза Бийе, бипризма Френеля и другие. В §2 рассматриваются интерференционные эффекты в плоскопараллельных пластинках (полосы равного наклона) и в плёнках переменной толщины (линии равной толщины). В §3 приводится разбор задач повышенной сложности (олимпиадного типа), материал этого параграфа предназначен для дополнительного чтения.

Интерференция световых волн

В данной статье мы рассмотрим оптические схемы, в которых проявляется одно из волновых свойств света: интерференция. Наши повседневные наблюдения показывают, что освещённость, создаваемая двумя или несколькими световыми пучками, является простым сложением освещённостей, создаваемых отдельными пучками. Из изложенного ниже мы поймём, почему так происходит.

В том случае, когда при наложении световых волн происходит не суммирование освещённостей, создаваемых этими волнами, а пространственное перераспределение энергии светового излучения и образуются интерференционные полосы, то говорят об *интерференции волн*. Условием интерференции волн с равными длинами волн является их *когерентность*. Это очень важное понятие, которое будет раскрыто ниже.

Уравнение гармонической электромагнитной волны в вакууме с длиной волны λ, распространяющейся вдоль оси x, имеет вид:

$$E(x,t) = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x + \psi\right),$$

где $E = E(x,t)$ – зависящая от времени t и координаты x напряжённость электрического поля волны; E_0 – амплитуда, $\omega = \dfrac{2\pi c}{\lambda}$; c – скорость света в вакууме, а ψ – начальная фаза. Выражение в скобках (аргумент косинуса) называется фазой волны. Величина ω называется циклической (круговой) частотой, она связана с частотой ν волны соотношением $\omega = 2\pi\nu$. Если эта волна с той же частотой ω распространяется в среде с показателем преломления n, то её длина волны $\lambda_{ср}$ уменьшается в n раз $(\lambda_{ср} = \lambda / n)$, а фаза этой волны может быть записана двумя эквивалентными способами:

$$\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda_{ср}} + \psi = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} nx + \psi.$$

Обычно используют вторую форму записи фазы, а произведение показателя преломления на длину пути, пройденную волной, называют *оптической длиной* пути.

Пусть теперь две такие волны с одинаковыми частотами (одинаковыми длинами волн λ в вакууме), приходят в одну точку (например, на экране) и колебания их электрических векторов происходят в одном направлении:

$$E_1 = E_{01}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} l_1 + \psi_1\right).$$

$$E_2 = E_{02}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} l_2 + \psi_2\right).$$

Здесь l_1 и l_2 – оптические длины путей, пройденных волнами до встречи. Разность фаз между этими волнами в данной точке

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(l_2 - l_1) + \psi_2 - \psi_1.$$

Как видно из полученного выражения, разность фаз $\Delta\varphi$ не зависит от времени. Такие колебания, сдвиг фаз между которыми остаётся постоянным, по крайней мере за время наблюдения, называют *когерентными*. Рассмотренные нами две монохроматические волны с одной и той же длиной волны всегда когерентны. В реальности не всё так просто. Монохроматических волн (со строго определённой длиной волны) в природе не существует – это чисто математическое понятие. Реальные волны всегда имеют разброс длин волн в некотором интервале $\Delta\lambda$ около средней длины волны $\bar{\lambda}$. Когда величина $\Delta\lambda << \bar{\lambda}$, то о таких волнах говорят, что они *квазимонохроматические* (почти монохроматические). И это принципиально, они всегда «квази», но никогда не монохроматические. Квазимонохроматическую волну можно рассматривать как кусок (цуг) монохроматической волны, такой цуг всегда имеет начало и конец. Поэтому у волн от двух независимых реальных источников, даже с одинаковыми средними длинами волн, начальные фазы ψ_1 и ψ_2 хаотически изменяются со временем, а не остаются постоянными, как в случае монохроматической волны. Поэтому и разность фаз $\Delta\varphi$ между такими волнами за время наблюдения не остаётся постоянной, а хаотически изменяется. Такие волны не когерентны и они не интерферируют. По этой причине независимых когерентных источников не существует, а для наблюдения интерференции обычно используют оптические интерференционные схемы, в которых из одного реального источника получают два когерентных источника. Ниже мы рассмотрим такие оптические схемы.

§ 1. Эквивалентные интерференционные схемы. Ширина интерференционных полос

Многие интерференционные опыты удобно реализовать в виде эквивалентных оптических схем, состоящих из двух когерентных источников и экрана, на котором наблюдается интерференционная картина. Эти два когерентных источника могут быть или оба мнимые, или один действительный, а другой мнимый, или оба действительные.

Задача 1. Два точечных когерентных, квазимонохроматических источника света S_1 и S_2, расстояние между которыми равно d, находятся на расстоянии L от экрана $(L \gg d)$ (рис. 1). Определить ширину интерференционных полос в наблюдаемой интерференционной картине, если длина волны света равна λ.

Решение

Найдём распределение интенсивности (освещённости) света на экране вдоль оси OY (рис. 1). Рассмотрим произвольную точку с координатой y. Пусть силы света наших источников равны, а разность оптических путей $r_2 - r_1 \ll r_1$. В этом случае можно считать, что амплитуды сферических волн в точке с координатой y равны; обозначим эту амплитуду через E_0. Тогда напряжённость электрического поля в нашей точке от верхнего источника можно записать в виде:

$$E(r_1, t) = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1\right).$$

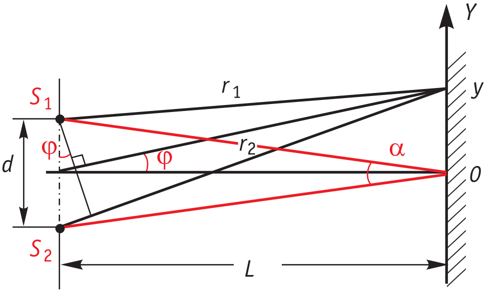

Рис. 1.

Здесь $\omega = \dfrac{2\pi c}{\lambda}$, c – скорость света, начальную фазу положим равной нулю. Аналогичное поле от нижнего источника.

$$E(r_2, t) = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2\right).$$

Практически все приёмники света (фотоэлементы, наш глаз) реагируют на освещённость I света, т.е. на квадрат амплитуды электрического поля: $I \sim E_0^2$. Обычно нас не интересует вопрос об абсолютной величине освещённости в интерференционной картине, поэтому ниже мы заменим знак пропорциональности между I и E_0^2 на знак равенства.

При сложении наших двух колебаний мы снова получим гармоническое колебание того же периода с амплитудой

$$A = \sqrt{2E_0^2 + 2E_0^2 \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)\right]}.$$

Это есть результат сложения двух косинусоид, сдвинутых друг относительно друга по фазе.

Распределение освещённости на экране будет иметь вид:

$$I(y) = A^2 = 2E_0^2 + 2E_0^2 \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)\right]. \quad (1)$$

Оптическая разность хода

$$r_2 - r_1 \approx d\varphi \approx d\frac{y}{L} \approx y\alpha.$$

Угол α обычно называют углом сходимости интерферирующих лучей. Окончательное распределение интенсивности света запишется в виде:

$$I(y) = 2E_0^2\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\alpha y}{\lambda}\right)\right].$$

Эта зависимость $I(y)$ изображена на рис. 2.

Шириной интерференционных полос называют расстояние между двумя соседними максимумами или между соседними минимумами. Максимальная интенсивность света будет наблюдаться при условии, что $\frac{2\pi\alpha y_N}{\lambda} = 2\pi N$, где $N = 0, 1, 2...$

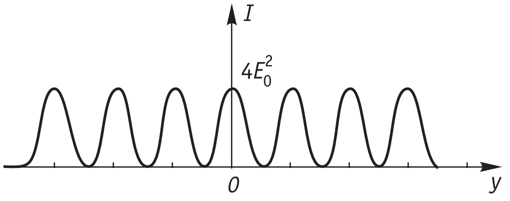

Рис. 2.

Ширина полос

$$\delta = y_{N+1} - y_N = \frac{\lambda}{\alpha} = \frac{\lambda L}{d}. \qquad (2)$$

Ширина полос δ является одной из важных характеристик интерференционной картины и, как видно из выражения (2), она прямо пропорционально зависит от длины волны λ и обратно пропорционально от угла сходимости интерферирующих лучей α. Подчеркнём, что *для любых интерференционных схем ширина интерференционных полос определяется углом сходимости* α *между интерферирующим пучками:*

$$\delta = \frac{\lambda}{\alpha}. \qquad (2')$$

Задача 2 (билинза Бийе)

Точечный, квазимонохроматический источник света S с длиной волны $\lambda = 5000$ Å расположен на расстоянии $a = 60$ см от линзы с фокусным расстоянием $F = 20$ см, которая разрезана по диаметру, и её половинки раздвинуты на расстояние $l = 2$ мм (рис. 3). Чему будет равна ширина интерференционных полос, наблюдаемых на экране, установленном на расстоянии

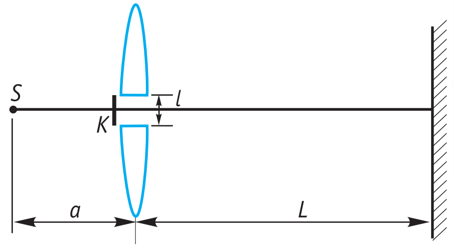

Рис. 3.

$L = 3{,}3$ м от линзы? Зазор между половинками линзы перекрыт непрозрачным экраном К.

Решение

Световая волна от источника S после прохождения каждой полулинзы разбивается на два сходящихся световых пучка, каждый из которых собирается в своей сопряжённой точке S' и S'' (рис.4). Точка S' является изображением источника S в верхней полулинзе, а точке S'' – в нижней полулинзе. Таким образом, точки S' и S'' являются местоположением двух когерентных источников света, которые являются действительными изображениями нашего источника S. По формуле линзы найдём расстояние b от линзы до изображений S' и S'':

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}.$$

Отсюда $b = \frac{aF}{a-F} = 30$ см.

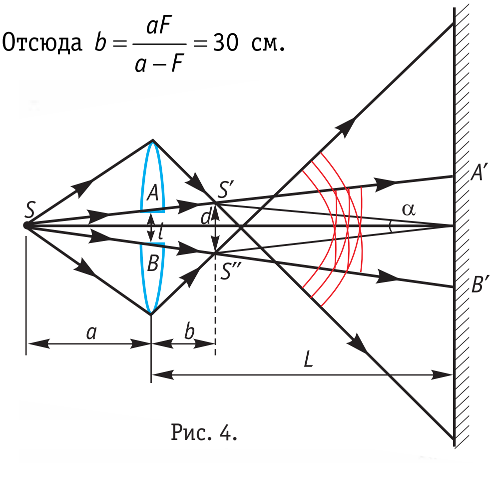

Рис. 4.

Из подобия треугольников $SS'S''$ и SAB найдём расстояние d между источниками S' и S'':

$$\frac{d}{l}=\frac{a+b}{a}.$$

Отсюда $d=\dfrac{(a+b)l}{a}=3$ мм.

Угол сходимости интерферирующих лучей

$$\alpha\approx\frac{d}{L-b}=10^{-3}\ \text{рад}.$$

Воспользовавшись формулой $(2')$ из задачи №1, найдём ширину интерференционных полос:

$$\delta=\frac{\lambda}{\alpha}=0{,}5\ \text{мм}.$$

Интерференционная картина будет наблюдаться на участке экрана $A'B'$ в области перекрытия пучков.

Задача 3. (бипризма Френеля)

Параллельный пучок света, полученный с помощью точечного источника света S, расположенного в фокусе собирающей линзы, падает на бипризму с преломляющим углом $\beta=1^\circ$ (рис.5). На каком расстоянии L нужно расположить экран, чтобы можно было наблюдать максимальное число интерференционных полос? Чему равно это количество полос? Длина волны света $\lambda=0{,}65$ мкм, показатель преломления материала призмы $n=1{,}5$, а поперечный размер пучка $d=1$ см.

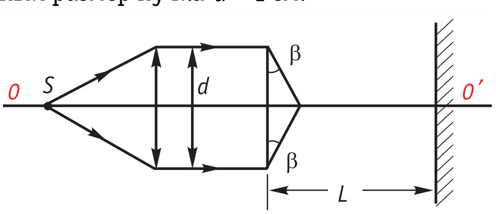

Рис. 5.

Решение

После прохождения призмы световой пучок разобьётся на два параллельных пучка, распространяющихся под углами γ к оси OO' (рис. 6). При малом угле β угол отклонения

$$\gamma\approx(n-1)\beta.$$

Это выражение можно получить, рассматривая преломление светового луча при прохождении бипризмы и заменив синусы малых углов на сами углы. На рис. 6 хорошо видна область пересечения этих пучков. Именно в этой области можно наблюдать интерференционную картину. Найдём ширину интерференционных полос. Как видно на рис. 6, угол сходимости пучков в данной интерференционной схеме

$$\alpha=2\gamma=2(n-1)\beta.$$

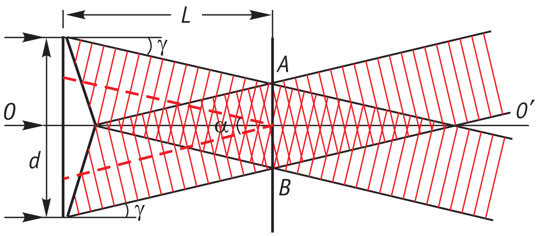

Рис. 6.

Воспользовавшись выражением для ширины полос $(2')$, можно записать

$$\delta=\frac{\lambda}{\alpha}=\frac{\lambda}{2(n-1)\beta}.$$

Как видно из данного выражения, ширина полос не зависит от положения экрана, на котором наблюдается интерференционная картина. Поэтому максимальное число интерференционных полос будет в месте максимального перекрытия пучков, т.е. в положении AB. Из простых геометрических соображений расстояние L от призмы до экрана будет равно:

$$L=\frac{d}{4tg\gamma}\approx\frac{d}{4\gamma}=\frac{d}{4(n-1)\beta}=28{,}7\ \text{см}.$$

Размер интерференционной картины на экране, установленном на расстоянии L, при условии тонкой призмы будет равен $\dfrac{d}{2}$. Поэтому максимальное число полос

$$m_{\max} = \frac{d}{2\delta} = \frac{d(n-1)\beta}{\lambda} = 134.$$

Разобранный в данной задаче интерференционный опыт является примером того, когда эквивалентная интерференционная схема состоит из двух когерентных источников, которые являются мнимыми изображениями нашего реального источника S. Эти два мнимых источника находятся в бесконечности, но угол сходимости (в данном случае это угловой размер между этими источниками) конечен и равен 2γ.

А теперь рассмотрим пример оптического опыта, в котором эквивалентная интерференционная схема включает в себя два когерентных источника, один из которых является реальным источником, а другой – мнимым.

Задача 4.

В интерференционном опыте, изображённом на рис. 7, используется квазимонохроматический, точечный источник света S $\left(\lambda = 5{,}0 \cdot 10^{-5}\,\text{см}\right)$. Найти: 1) ширину интерференционных полос δ на экране Э, 2) максимальный и минимальный порядок интерференции при наблюдении полос. Параметры установки: $L = 1$ м, $D = 10$ см, $d = 0{,}5$ см, отражающее зеркало расположено посередине между источником и экраном. Указание: при малых $x\,(x \ll 1)$ можно считать, что $(1+x)^N \approx 1 + Nx$.

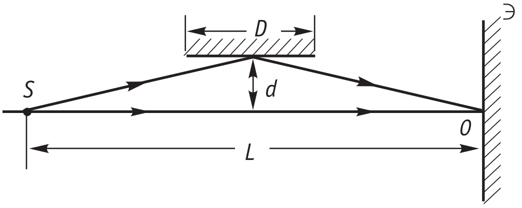

Рис. 7

Решение

Для данного опыта эквивалентная интерференционная схема изображена на рис. 8. Двумя когерентными источниками являются наш действительный источник света S и его мнимое изображение S' в плоском зеркале. Область взаимного пересечения сферических волн от этих источников заштрихована красным цветом. Поскольку расстояние от зеркала до оси SO мало $(d \ll L)$, то можно считать, что угол сходимости интерферирующих лучей

$$\alpha \approx \frac{2d}{L},$$

а ширина интерференционных полос

$$\delta = \frac{\lambda}{\alpha} = \frac{\lambda L}{2d} = 5 \cdot 10^{-3}\ \text{см}.$$

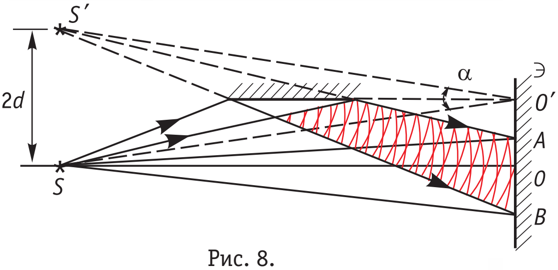

Рис. 8.

Напомним, что порядком интерференции называется целое число длин волн, через которые выражается разность хода интерферирующих лучей.

Как видно из рис. 8, точка O' соответствует нулевому порядку интерференции (разность хода приходящих в эту точку волн равна нулю), но в нашей схеме в этом месте экрана интерференционной картины нет, она начинается ниже (в точке A), а заканчивается в точке B. Очевидно, что в точке A мы будем иметь минимальный порядок интерференции, а в точке B – максимальный. Найдём эти порядки. Оптический путь $S'A$

$$S'A \approx L\left[1+\frac{2d^2}{(L+D)^2}\right], \qquad (1)$$

а оптический путь SA

$$SA \approx L\left[1+\frac{2d^2D^2}{(L+D)^2L^2}\right]. \qquad (2)$$

Получить эти выражения из простых геометрических соображений мы предоставляем читателю. Интерференционный прядок для точки A находится из условия:

$$S'A - SA = m_A\lambda.$$

Отсюда

$$m_A \approx \frac{2d^2(L-D)}{\lambda L(L+D)} \approx 80.$$

Аналогично для точки B. Оптический путь $S'B$

$$S'B \approx L\left[1+\frac{2d^2}{(L-D)^2}\right],$$

а оптический путь SB

$$SB \approx L\left[1+\frac{2d^2D^2}{(L-D)^2L^2}\right].$$

Интерференционный порядок для точки B:

$$m_B \approx \frac{2d^2(L+D)}{\lambda L(L-D)} \approx 122.$$

Как видно из полученных результатов, минимальный порядок интерференции будет в точке A, а максимальный в точке B.

§2. Полосы равного наклона и равной толщины

Задача 5

На плоскопараллельную прозрачную пластинку толщиной d с показателем преломления материала n падает параллельный пучок квазимонохроматического света с длиной волны λ под углом падения α. Определить оптическую разность хода между двумя когерентными волнами, отражёнными от верхней и нижней поверхностей пластинки (рис.9).

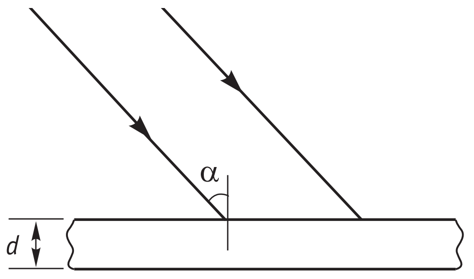

Рис. 9.

Решение

Когда мы говорим о параллельном пучке света, мы подразумеваем плоскую электромагнитную волну, у которой поверхностью постоянной фазы (волновым фронтом) является плоскость, перпендикулярная направлению распространения пучка света. Волновой фронт в падающей волне на рис.10 обозначен прямой AB, которая принадлежит этому фронту. Часть пучка (волны) отражается от передней поверхности пластинки, волновой фронт этой волны $A'B'$. Другая часть пучка преломляется и распространяется в пластинке, а затем частично отражается от её задней поверхности. Отражённая волна возвращается к передней поверхности пластинки, преломляется и выходит в том же направлении, что и волна, отражённая от передней поверхности. Волновым фронтом волны, отражённой от задней поверхности пластинки, будет $A''B''$. В точке A' обе отражённые волны находятся в фазе, в этой точке падающая волна раздваивается на две волны. Если мы поместим экран вдоль прямой $A''B''$, то волна, отражённая от передней поверхности, пройдёт до экрана оптический путь $A'D$, а другая волна – оптический путь $A'CA''$. Вычислим эти пути. Из треугольника $A'CA''$ найдём, что

$$A'C = CA'' = \frac{d}{\cos\beta}, \text{ а } A'A'' = 2dtg\beta.$$

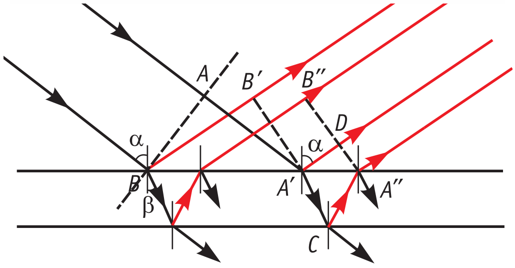

Рис. 10.

Оптический путь

$$A'CA'' = \frac{2dn}{\cos\beta}.$$

Из $\Delta A'DA''$ найдём оптический путь

$A'D = A'A''\sin\alpha = 2d\ \mathrm{tg}\ \beta\cdot\sin\alpha.$

Используя соотношение между углами падения и преломления

$$\sin\alpha = n\sin\beta,$$

можно записать:

$$A'CA'' = \frac{2dn^2}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}, \text{ а } A'D = \frac{2d\sin^2\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}.$$

Разность хода волн, отражённых однократно от передней и задней поверхностей пластинки,

$$A'CA'' - A'D = 2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}.$$

К полученной разности хода необходимо добавить поправку, которая вызвана различием в условиях отражения электромагнитной волны на границах воздух – вещество (верхняя поверхность пластинки) и вещество – воздух (нижняя граница). Не вдаваясь в подробности, укажем что эта дополнительная разность хода равна $\frac{\lambda}{2}$.

Поэтому оптическая разность хода

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2}. \qquad (1)$$

Задача 6

В интерференционной схеме параллельный пучок квазимонохроматического света с длиной волны $\lambda = 500$ нм падает под углом $\alpha = 60°$ на систему из двух плоскопараллельных, полупрозрачных зеркал 1, 2 (рис. 11). Часть светового пучка отражается от зеркала 1, оставшаяся часть, пройдя зеркало 1, частично отражается от зеркала 2 и, снова пройдя зеркало 1, вместе с пучком, отражённым от зеркала 1, с помощью собирающей линзы Л фокусируется на приёмник П, сигнал которого пропорционален интенсивности падающего на него света. Какова будет частота переменного сигнала, регистрируемого приёмником, в случае равномерного движения второго зеркала (относительно неподвижного первого) со скоростью $V = 0{,}01$ см/с?

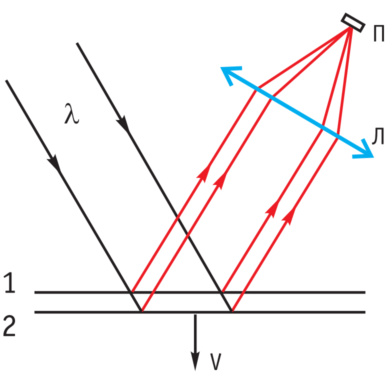

Рис. 11.

Решение

Воспользуемся результатом, полученным при решении задачи №4. Пусть в некоторый произвольный момент времени расстояние между зеркалами равно x, тогда разность хода Δ между пучками света, отражёнными от зеркал,

$$\Delta = 2x\sqrt{1-\sin^2\alpha} = 2x\cos\alpha.$$

В данном случае поправки на $\frac{\lambda}{2}$ нет, поскольку отражения от обоих зеркал одинаковые.

Сделаем небольшое пояснение по поводу действия линзы. В фокальной плоскости линзы от каждого параллельного пучка мы будем иметь световое пятнышко, появление которого обусловлено дифракцией световых пучков на линзе. Размер этого пятна пропорционален длине волны света λ и обратно пропорционален поперечному размеру пучка. Но самое главное свойство линзы заключается в том, что она сохраняет разность хода между двумя нашими пучками света, которые собираются в её фокальной плоскости. Пусть в некоторый момент времени расстояние между зеркалами x_1 и при этом разность хода $\Delta(x_1)$ кратна целому числу длин волн, например m:

$$2x_1\cos\alpha = m\lambda. \qquad (1)$$

В этом случае на приёмнике будет максимальная освещённость. Если через (минимальное) время T на приёмнике освещённость будет снова максимальна, то

$$2(x_1+VT)\cos\alpha = (m+1)\lambda. \qquad (2)$$

Вычитая (1) почленно из (2), получим

$$2VT\cos\alpha = \lambda.$$

Отсюда частота переменного сигнала с приёмника

$$f = \frac{1}{T} = \frac{2V\cos\alpha}{\lambda} = 200\ \text{Гц}.$$

Размер приёмника должен быть больше размера светового пятна в фокальной плоскости линзы.

В разобранной задаче мы не имеем как таковую интерференционную картину: поверхность приёмника имеет равномерную освещённость, которая зависит от расстояния между зеркалами. Это связано с тем, что у нас имеется пучок света только с одним фиксированным углом падения. При наличии световых пучков с другими углами падения в фокальной плоскости линзы наблюдалась бы типичная интерференционная картина. Такие интерференционные полосы называют полосами равного наклона. При изменении расстояния между зеркалами будет происходить смещение всей интерференционной картины вдоль экрана.

Задача 7

Интерференционные полосы, возникающие на поверхности тонкого стеклянного клина с показателем преломления $n = 1{,}5$ при освещении рассеянным квазимонохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 500$ нм, проецируются собирающей линзой на экран (рис. 12). Главная оптическая ось линзы перпендикулярна поверхности клина; расстояние от линзы до клина $a = 10$ см, а от линзы до экрана $b = 100$ см. Ширина интерференционных полос $\delta_{эк}$, наблюдаемых на экране, равна 2 мм. Определить угол клина φ.

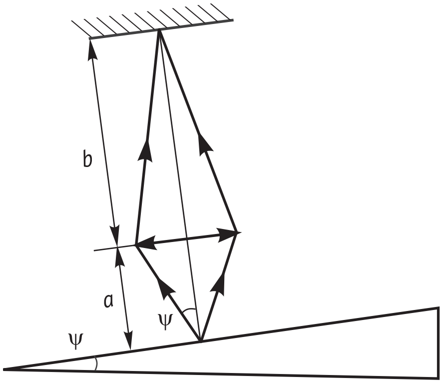

Рис. 12.

Решение

На поверхность клина падает рассеянный свет, т.е. под углами падения $0 \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$, но в интерференции будут участвовать только те лучи света, которые падают на клин в пределах $0 \le \alpha \le \psi$ (рис. 12). Если мы посмотрим на выражение (1) для разности хода в задаче №5, то увидим, что разность хода зависит как от толщины слоя d, так и от угла падения α. Данная интерференционная схема основана на зависимости Δ от d, а неизбежное наличие разброса угла падения ψ приводит к размытию интерференционных полос. Поэтому в нашей схеме для наблюдения чёткой интерференционной картины желательно задиафрагмировать линзу и уменьшить разброс угла падения ψ до разумного предела. Мы будем предполагать, что это условие выполнено и угол падения $\alpha \approx 0$. Найдём ширину интерференционных полос на поверхности клина. Пусть толщина клина d_m соответствует светлой полосе m – го порядка, тогда (рис. 13)

$$2d_m n + \frac{\lambda}{2} = m\lambda, \qquad (1)$$

где m – целое число.

А светлой полосе $(m+1)$ – го порядка соответствует толщина d_{m+1}:

$$2d_{m+1}n + \frac{\lambda}{2} = (m+1)\lambda. \qquad (2)$$

Вычитая почленно (1) из (2), получим

$$2(d_{m+1} - d_m)n = \lambda. \qquad (3)$$

Из треугольника ABC найдём ширину полос $\delta_{кл}$ на поверхности клина:

$$\delta_{кл} = \frac{d_{m+1} - d_m}{\sin\varphi} \approx \frac{d_{m+1} - d_m}{\varphi}. \qquad (4)$$

Но ширина полос на экране $\delta_{эк}$ связана с шириной полос на клине $\delta_{кл}$ через увеличение линзы простым соотношением:

$$\delta_{эк} = \frac{b}{a}\delta_{кл}. \qquad (5)$$

Подставляя (3) и (5) в (4), получим

$$\frac{a}{b}\delta_{эк} = \frac{\lambda}{2n\varphi}.$$

Отсюда

$$\varphi = \frac{b\lambda}{2an\delta_{эк}} = 0{,}83 \cdot 10^{-3} \text{ рад}.$$

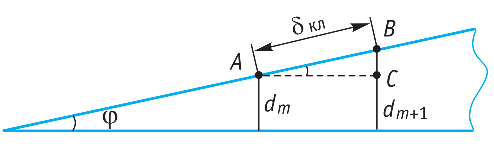

Рис. 13.

Наличие небольшого разброса углов падения в пределах от нуля до некоторого угла ψ, зависящего от диаметра линзы (или диафрагмы) и расстояния a (рис. 12), приводит к размытию полос и в конечном счёте ограничивает количество полос, которое можно наблюдать в данной схеме.

§3. Наложение интерференционных картин

Задача 8

Свет от двух точечных некогерентных квазимонохроматических, источников S_1 и S_2 $(\lambda = 500 \text{ нм})$ падает на непрозрачный экран $Э_1$ с двумя отверстиями, расстояние между которыми $d = 1$ мм (рис. 14). Интерференция света, прошедшего через отверстия, наблюдается на экране $Э_2$ вблизи точки O, лежащей на оси системы. Источники и точка наблюдения находятся на одинаковом расстоянии $L = 4$ м от экрана $Э_1$. При симметричном удалении источников от оси интерференционная картина периодически возникает и исчезает. Определить расстояния b_N, при которых интерференционная картина исчезает (экран $Э_2$ равномерно освещён).

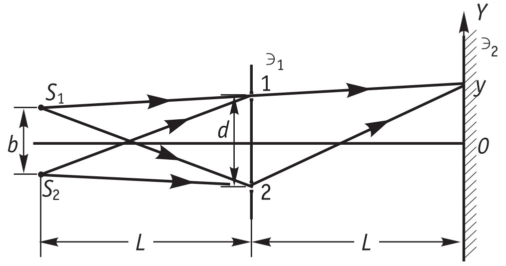

Рис. 14.

Решение

Найдём распределение интенсивности света на экране $Э_2$ в зависимости от расстояния b между источниками. Запишем интенсивность света в точке с координатой y от каждого источника. Рассмотрим источник S_1. Оптическая разность хода между лучами $S_1 2y$ и $S_1 1y$ равна

$$\Delta_1 = \frac{db}{2L} + \frac{dy}{L}.$$

Воспользовавшись решением задачи №1 (формула (1)), найдём освещённость света на экране $Э_2$ в точке с координатой y:

$$I_1(b, y) = 2E_0^2 \left\{1 + \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{db}{2L} + \frac{dy}{L}\right)\right]\right\}.$$

Здесь E_0 – амплитуды интерферирующих волн.

Для источника S_2 оптическая разность хода между лучами $S_2 2y$ и $S_2 1y$ равна

$$\Delta_2 = \frac{dy}{2L} - \frac{db}{2L}.$$

Интенсивность света от источника S_2

$$I_2(b, y) = 2E_0^2 \left\{1 + \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{dy}{L} - \frac{db}{2L}\right)\right]\right\}.$$

Поскольку источники S_1 и S_2 некогерентны, то результирующая интенсивность будет равна сумме интенсивностей от каждого источника:

$$I(b, y) = I_1(b, y) + I_2(b, y) =$$

$$= 4E_0^2 + 2E_0^2 \left\{ \begin{aligned} &\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{dy}{L} + \frac{db}{2L}\right)\right] + \\ &+\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{dy}{L} - \frac{db}{2L}\right)\right] \end{aligned} \right\} =$$

$$= 4E_0^2 \left\{1 + \cos\left(\frac{\pi db}{\lambda L}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi dy}{\lambda L}\right)\right\}.$$

Как видно из полученного выражения, амплитуда A переменной составляющей в распределении освещённости на экране зависит от расстояния b между источниками по закону

$$A(b) = \cos\left(\frac{\pi db}{\lambda L}\right).$$

Интерференционная картина исчезает, когда амплитуда $A(b)$ становится равной нулю:

$$\cos\left(\frac{\pi db}{\lambda L}\right) = 0.$$

Отсюда расстояния b_N между источниками определяются из соотношения

$$\frac{\pi d b_N}{\lambda L} = \frac{\pi}{2} + \pi N, \quad \text{где } N = 0, 1, 2\ldots$$

Отсюда

$$b_N = \frac{(2N+1)\lambda L}{2d} = (2N+1) \text{ мм}.$$

Задача 9

Для исследования спектрального состава излучения источника S используется интерферометр Майкельсона, оптическая схема которого изображена на рис. 15. С помощью линзы $Л_1$ создаётся параллельный пучок света, который делителем $Д$, установленным под углом $45°$ к горизонтальной оси, разбивается на два пучка. Один направляется на неподвижное зеркало $З_1$, отражается от него, снова проходит делитель и собирается линзой $Л_2$ на приёмнике $Пр$. Второй, продолжая распространяться в горизонтальном направлении, отражается от зеркала $З_2$, которое движется со скоростью $V = 1$ мкм/с, затем отражается от делителя и вместе с пучком, отражённым от зеркала $З_1$, собирается на приёмнике. На рис. 16 показана зависимость тока фотоприёмника $Пр$ (в условных единицах) от времени. Источник света излучает две близкие квазимонохрома-

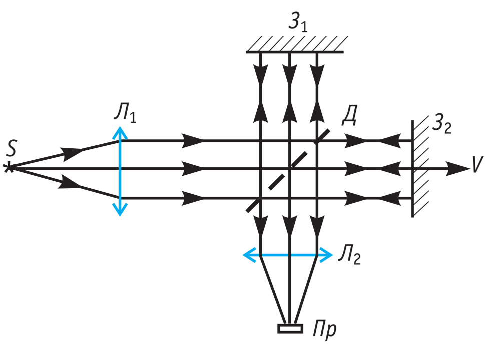

Рис. 15.

тические линии одинаковой интенсивности с часто-

тами $\nu_1 = \nu_0 + \frac{\delta\nu}{2}$ и $\nu_2 = \nu_0 - \frac{\delta\nu}{2}$. $(\delta\nu \ll \nu_0)$. Из зависимости $J(t)$ определить значения частот ν_1 и ν_2.

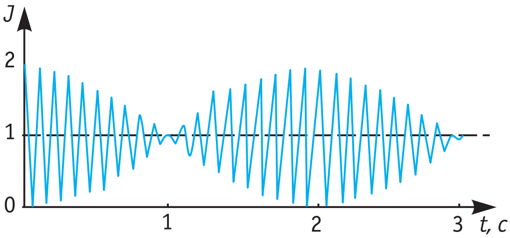

Рис. 16.

Решение

Обозначим интенсивность света на входе интерферометра для каждой частоты через I_0. Пусть в момент времени $t = 0$ зеркала $З_1$ и $З_2$ находятся на одинаковых расстояниях от центра делителя. Для произвольного момента времени разность хода между двумя когерентными волнами одинаковой частоты, отражёнными от зеркал, равна $\Delta = 2Vt$. Интенсивность света с частотой ν_1 в этот момент времени на приёмнике будет равна:

$$I_1 = \frac{I_0}{2}\left\{1 + \cos\left[\frac{2\pi\left(\nu_0 + \frac{\delta\nu}{2}\right)}{c} \cdot 2Vt\right]\right\}.$$

Это выражение получено в предположении, что коэффициенты отражения и пропускания делителя равны по 0,5. Аналогичное выражение для интенсивности света с частотой ν_2:

$$I_2 = \frac{I_0}{2}\left\{1 + \cos\left[\frac{2\pi}{c}\left(\nu_0 - \frac{\delta\nu}{2}\right) \cdot 2Vt\right]\right\}.$$

Результирующая интенсивность света от обеих спектральных линий:

$$I(t) = I_1 + I_2 =$$

$$= I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta\nu}{c}Vt\right)\cos\left(\frac{4\pi\nu_0}{c}Vt\right)\right].$$

Полученная зависимость интенсивности света (а она пропорциональна току фотоприёмника) показывает, что ток будет осциллировать с частотой $\omega = \frac{4\pi\nu_0}{c}V$, а период осцилляций $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{c}{2\nu_0 V}$. Из зависимости $J(t)$ найдём, что $T = 0{,}1\ c$, тогда

$$\nu_0 = \frac{c}{2TV} = 1{,}5 \cdot 10^{15} \text{ Гц}.$$

Амплитуда осцилляций $\left[\cos\left(\frac{2\pi\delta\nu}{c}Vt\right)\right]$ изменяется с частотой $\Omega = \frac{2\pi \cdot \delta\nu}{c}V$, а период изменения амплитуды $T_A = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{c}{\delta\nu \cdot V}$. Из зависимости $J(t)$ найдём, что $T_A = 4\ c$, тогда $\delta\nu = \frac{c}{T_A V} = 0{,}75 \cdot 10^{14}$ Гц.

Частоты спектральных линий:

$$\nu_1 = \nu_0 + \frac{\delta\nu}{2} = 1{,}5375 \cdot 10^{15} \text{ Гц};$$

$$\nu_2 = \nu_0 - \frac{\delta\nu}{2} = 1{,}4625 \cdot 10^{15} \text{ Гц}.$$