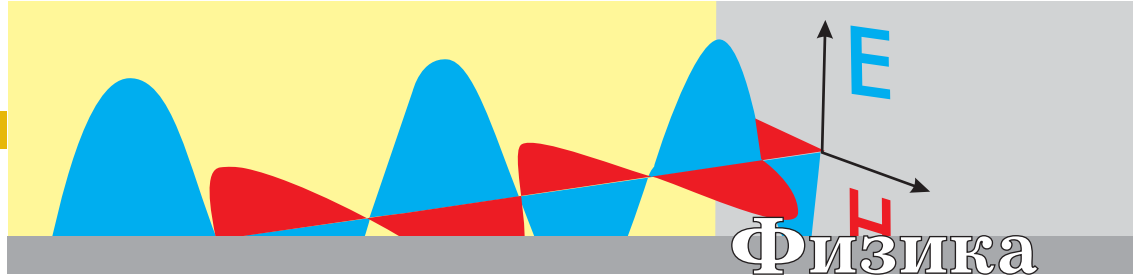

Бондаров Михаил Николаевич
Учитель физики лицея №1501 и ГОУ ЦО «Технологии обучения» г. Москвы.

Поиск истины

В «Потенциале» не раз печатались статьи, где анализировались ошибки, допущенные абитуриентами на экзаменах, и ошибки, совершаемые авторами экзаменационных материалов. На этот раз мы вновь коснемся этой поистине неисчерпаемой темы и попытаемся извлечь пользу из процесса поиска решения всего одной задачи.

Всё начинается с детства.
Сергей Михалков

Введение

Ещё в раннем детстве мне нравилось играть «в учителя» и находить ошибки в чужих работах (мой отец преподавал в школе русский язык и иногда доверял мне проверку тетрадей). Затем детское увлечение перешло во взрослое хобби, и я, став учителем физики, начал коллекционировать разнообразные ошибки в решениях задач. Они встречались мне в работах учеников и даже в некоторых задачниках. Особенно интересно было тогда, когда ошибку в решении сразу найти не удавалось, и приходилось затрачивать немало времени и сил для её обнаружения. Зато и радости было предостаточно, когда причину возникновения ошибки всё же удавалось найти. Эти ошибки в решениях увлечённо искали и мои ученики, когда я знакомил их с очередным «шедевром».

Сегодня я расскажу вам об одной интересной задаче. В моей коллекции появилась она после занятия по подготовке к школьной олимпиаде. Так и родилась эта история с вымышленными именами.

История одной задачи

Очередное занятие кружка по решению олимпиадных задач Анатолий Иванович начал философски.

«Сегодня мы будем разбирать задачу, которая памятна мне тем, что именно в ней я впервые столкнулся с опечаткой в ответе (до этого я свято верил, что в задачниках ответы всегда верные!). В добрые старые времена опечаток было значительно меньше, чем теперь, и относились к ним строже. В те годы, например, в журнале «Квант» можно было встретить статьи не только с призывами «Прочтите эту книгу!», но и с примечательными заголовками: «Осторожно,

брак!», «Отпугивающая реклама». Замеченные опечатки вклеивались тогда в конце книги. Об опечатках в журналах сообщалось в одном из следующих номеров. Увы, те времена канули в вечность, причём, похоже, безвозвратно.

Так вот, в те годы, когда я был так же молод, как вы теперь, олимпиадных сборников задач существовало не так много, а одним из самых популярных был задачник В.А. Балаша (Балаш В.А. Задачи по физике и методы их решения. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1974. 430 с.). В нём было собрано немало интересных задач, но в то же время запомнился он необычайным по тем временам количеством опечаток, прежде всего, в ответах к задачам. И вот одну из таких задач мы попробуем разобрать сегодня. Помнится, будучи 10-классником, я немало помучился с ней. Посмотрим, насколько легко справитесь вы с этой задачей.

Итак, привожу условие задачи 3.43 с небольшими изменениями и уточнениями.

Задача. *Пластинки массами m и $2m$ соединены легкой пружиной с жёсткостью k (см. рис. 1). С какой минимальной высоты h должен упасть на верхнюю пластинку грузик массой m, чтобы при растяжении пружины после удара нижняя пластинка оторвалась от стола? Считать, что при ударе грузик прилипает к пластинке навсегда. На какой высоте Δh, считая от положения верхней пластинки перед ударом, окажутся грузик и верхняя пластинка в момент отрыва нижней пластинки?*

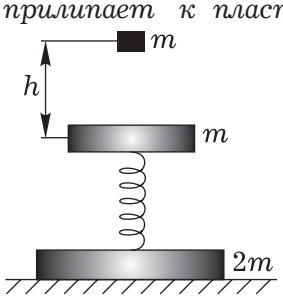

Рис. 1

Попробуйте решить задачу самостоятельно, а затем сообщите получившийся ответ».

Анатолий Иванович сделал маленькую паузу и добавил: «Впрочем, назвать достаточно лишь коэффициент. Вы поняли, о каком коэффициенте я говорю?».

«Да, – сказал Петя, – это коэффициент при mg/k, поскольку эта комбинация величин имеет размерность длины, значит, ответ должен выглядеть так: nmg/k, где n – пока неизвестный нам коэффициент».

Ребята задумались, но уже минут через пять Алёша сказал: «А задача-то не очень сложная!».

«Что ж, возможно, – улыбнувшись, заметил Анатолий Иванович, – но не поторопились ли Вы? Какой же у Вас ответ?» – «$h = 6mg/k$», – сказал Алёша.

«Тогда пусть ребята ещё немного подумают, а Вы – к доске! Изобразите рисунок и напишите основные уравнения и ответ».

Алёша нарисовал приведённый здесь рисунок 2 и приступил к объяснению.

«Ясно, – начал он комментировать, – что нужно записать условие равновесия для верхней пластинки до удара и условие отрыва нижней пластинки:

$$mg = kx_0, \qquad (1)$$

$$2mg = kx. \qquad (2)$$

Здесь x_0 – начальная деформация сжатия пружины, x – растяжение пружины в момент отрыва нижней пластинки».

«Очень хорошо, – что же дальше?»

«А теперь осталось лишь использовать главный физический закон –

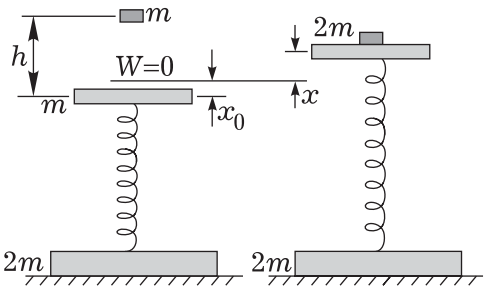

Рис. 2. Рисунок Алёши

закон сохранения энергии. Если за нулевой уровень потенциальной энергии W выбрать положение верхней пластинки при недеформированной пружине, как я показал на рисунке, – не без гордости отметил Алёша, – то легко видеть, что начальная энергия системы равна $mg(h-x_0)-mgx_0$, тогда как конечная энергия равна $2mgx$. Энергия, как известно, не исчезает, поэтому

$$mg(h-x_0)-mgx_0=2mgx. \qquad (A)$$

Пластинка массой $2m$ свою энергию в этих процессах не изменяет, поэтому её можно не учитывать в балансе энергий. После элементарных преобразований получим озвученный ответ», – с блеском завершил своё краткое выступление Алёша и написал в скобках напротив последнего уравнения первую букву своего имени, надеясь услышать заслуженные аплодисменты, но их почему-то не последовало.

Наоборот, руку поднял Вася, который обратил внимание на то, что при записи закона сохранения механической энергии (А) не учтена энергия растянутой пружины в момент отрыва нижней пластинки.

«Тогда вместо (А) надо записать

$$mg(h-x_0)-mgx_0=2mgx+\frac{kx^2}{2}, \qquad (B)$$

и после совместного решения уравнений (1), (2) и (В) получим мой ответ: $h=8mg/k$», – скромно сказал Вася.

«Это, конечно, верно, – задумчиво проговорил Слава, – но всё же самая существенная ошибка в решении Алёши заключается в необоснованном применении закона сохранения механической энергии при неупругом ударе. Энергия, действительно, не исчезает, но переходит из одной формы в другую. В данном случае часть механической энергии при ударе превращается во внутреннюю. Поэтому решение задачи надо разбить на три этапа, обозначив через v и u скорости грузика до и после удара.

1. Закон сохранения механической энергии до удара:

$$mgh=\frac{mv^2}{2}. \qquad (3)$$

2. Закон сохранения импульса при ударе:

$$mv=2mu. \qquad (4)$$

3. Закон сохранения механической энергии после удара:

$$\frac{2mu^2}{2}=2mg(x+x_0)+\frac{kx^2}{2}. \qquad (C)$$

Тогда с учётом (1) и (2) получим мой вариант ответа: $h=16mg/k$».

И тут подключился к обсуждению всё время хмурившийся Дима: «Если учесть не только энергию растянутой пружины в конце, но и энергию сжатой пружины в момент удара, то закон сохранения механической энергии примет вид

$$\frac{2mu^2}{2}+\frac{kx_0^2}{2}=2mg(x+x_0)+\frac{kx^2}{2}. \qquad (Д)$$

Решая систему уравнений (1), (2), (3), (4), (Д), получим ещё один вариант ответа: $h=15mg/k$».

«Да, этот вариант, наконец-то,

будет верным, – заговорил долго молчавший Анатолий Иванович. – Но на этом, пожалуй, не стоит останавливаться. Очень полезно поразмышлять, как изменялся при переходе от одного варианта решения к другому коэффициент при mg/k».

«Есть ещё вопрос, над которым стоит тоже поразмышлять, – улыбнулся обычно серьёзный Дима, – а какой же ответ был у самого Балаша?»

«В задачнике был напечатан ответ: $h = 18mg/k$. Уверен, что автор умел решать задачи, а опечатки возникли, видимо, из-за небрежности в наборе или корректуре.

Перейдём теперь ко второму вопросу задачи. В ответе задачника снова опечатка: $\Delta h = 4{,}5mg/k$».

«Конечно, опечатка, – заметил Алёша, – из моего рисунка на доске ясно видно, что искомая высота подъёма грузика и верхней пластинки от уровня при ударе равна

$$\Delta h = x + x_0 = 3mg/k».$$

«Вот и замечательно, – подвёл итог обсуждению Анатолий Иванович, – надеюсь, теперь вы стали немного лучше разбираться в применении законов сохранения к решению задач».

Заключение

Итак, решение задачи завершено. Напомним сначала правильные ответы: $h = 15mg/k$; $\Delta h = 3mg/k$.

А теперь сформулируем основные выводы, которые следует сделать из допущенных ошибок, чтобы не повторять их в дальнейшем.

1. Полная механическая энергия сохраняется, если в системе нет непотенциальных сил или их работа равна нулю.

2. При записи закона сохранения механической энергии необходимо учитывать все составляющие: кинетическую энергию всех движущихся тел, потенциальную энергию всех тел в поле тяготения и потенциальную энергию всех деформированных тел системы.

3. При неупругом ударе механическая энергия не сохраняется.

4. Закон сохранения импульса при неупругом ударе использовать можно.

Если помнить об этих выводах, то вероятность получения верного ответа возрастёт. Надеемся, что изучение ошибок учащихся в процессе решения рассмотренной задачи было полезным для читателей.

А напоследок хочется напомнить замечательные слова Дьёрдя Пойа, обращённые к учителям и ученикам: «Даже очень хорошие учащиеся, получив ответ и тщательно изложив ход решения, закрывают тетрадь и переходят к другим делам.

Поступая так, они лишают себя того важного, что может дать последний фазис работы. Оглядываясь назад на полученное решение, вновь рассматривая и анализируя результат и путь, которым они к нему пришли, они могут сделать свои знания более глубокими и прочными и закрепить навыки, необходимые для решения задач. Хороший учитель обязан понимать, что никакую задачу нельзя исчерпать до конца. Этот взгляд он должен прививать и своим ученикам. Всегда остаётся что-нибудь, над чем можно размышлять; обладая достаточным упорством и проницательностью, мы можем усовершенствовать любое решение или, во всяком случае, мы всегда можем глубже осмыслить решение».