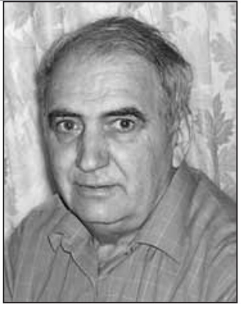


Можаев Виктор Васильевич (1938 – 2006)
Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Московского физико-технического института (МФТИ), член редколегии журнала «Квант».

От редакции

Когда эта статья была в наборе, её автор, Виктор Васильевич Можаев, скоропостижно скончался. 19 декабря 2006 г. мы потеряли человека, много сделавшего для совершенствования физического образования студентов и школьников России.

Виктор Васильевич Можаев поступил в МФТИ в 1957 г., окончил в 1963 г. С 1963 г. по 2006 г. работал на кафедре физики МФТИ. Лабораторный практикум по электричеству и оптике кафедры физики МФТИ включает немало работ, поставленных В.В. Можаевым.

Много лет В.В. Можаев был членом Всесоюзного, а затем Всероссийского жюри по проведению физических олимпиад школьников. Именно его задачи были украшением этих олимпиад. Задачи В.В. Можаева по электричеству и оптике более четверти века были основными для вступительных экзаменов по физике в МФТИ. Он является автором примерно четвёртой части всех задач вступительных экзаменов в МФТИ за это время. Если Вы встретите в задачниках для школьников задачу на переходные процессы и колебания в электрических цепях, то, скорее всего, это задача Можаева В.В. Его задачи по электричеству и оптике регулярно присутствуют в заданиях Федеральной заочной физико-технической школы (ФЗФТШ).

В.В. Можаев был активным членом редколлегии журнала «Квант», ведя раздел «Практикум абитуриента». Его неповторимые по оригинальности статьи для абитуриентов опубликованы в физико-математических журналах для школьников «Квант» и «Потенциал».

Виктор Васильевич Можаев активно занимался не только педагогической, но и научной работой, имел несколько десятков научных публикаций, касающихся физики твёрдого тела при низких температурах, субмиллиметровой спектроскопии, гидродинамики течения стратифицированных жидкостей и газов.

В лице Виктора Васильевича мы потеряли личность с ясным физическим мышлением и редкой работоспособностью. Нам будет очень не хватать его.

Основные законы лучевой оптики

На примерах решения конкретных задач показано применение законов лучевой оптики. Задачи 1 и 2 лёгкие и хорошо известные. Задача 8 – задача повышенной сложности.

Введение

Сегодня мы понимаем, что такие оптические явления, как интерференция и дифракция света, могут быть объяснены только с точки зрения волновой теории. Однако во многих случаях, имеющих практическое значение (формирование светового пучка, образование изображений), можно успешно использовать положения *геометрической оптики*. Геометрическая оптика оперирует понятием отдельных световых лучей.

Световой луч – это геометрическая линия, направление которой определяет собой направление распространения световой энергии. Если, например, есть реальный, близкий к параллельному, пучок света, то можно рассматривать его как совокупность бесконечного числа параллельных световых лучей, заполняющих данный пучок. А в случае точечного источника света получаем радиальные лучи. С точки зрения волнового представления, в первом случае мы имеем дело с так называемой плоской волной: её волновой фронт (поверхность постоянной фазы) лежит в плоскости, перпендикулярной направлению распространения лучей. А во втором случае это сферическая волна с волновым фронтом в виде сферической поверхности.

В основе всех построений лучевой оптики лежат четыре основных оптических закона. Перечислим их.

1. Закон прямолинейного распространения света.

2. Закон независимости световых пучков.

3. Закон отражения света от зеркальной поверхности.

4. Закон преломления света на границе двух прозрачных сред.

1. Закон прямолинейного распространения света. В однородной изотропной среде свет распространяется по прямым линиям. Если показатель преломления данной среды равен n и его зависимостью от длины световой волны λ можно пренебречь, то скорость распространения фазы волны в данной среде (фазовая скорость) совпадает со скоростью распространения световой энергии. В этом случае можно просто говорить о скорости света в данной среде, эта скорость

$$v = \frac{c}{n},$$

где c – скорость света в вакууме.

2. Закон независимости световых пучков. Световой поток от светящегося объекта можно разбить на отдельные световые пучки, которые ведут себя независимым образом. Они распространяются, отражаются и преломляются вне зависимости от присутствия или отсутствия других пучков света. Всё это относится и к лучам, которые мы используем для построения изображений, поскольку каждый луч мы мысленно отождествляем с пучком.

3. Закон отражения света. На протяжённой (много больше длины волны света) плоской границе раздела двух сред падающий луч, нормаль к отражающей поверхности и отражённый луч лежат в одной плоскости, причём углы между лучами и нормалью равны между собой: угол падения равен углу отражения. Полированные металлические поверхности (зеркала) являются частным случаем, когда происходит практически полное отражение света.

4. Закон преломления света. Пусть узкий пучок света падает на границу раздела двух однородных прозрачных сред с показателями преломления n_1 и n_2 из среды 1 в среду 2 под углом падения α к нормали (перпендикуляру) к поверхности раздела. Необходимо пояснить, что означает фраза «узкий пучок». В этом случае поперечный размер пучка настолько мал, что мы можем считать его параллельным пучком (с плоским фронтом волны). Это с одной стороны, а с другой стороны – его поперечный размер должен быть много меньше радиуса кривизны границы раздела двух сред. И есть ещё третья сторона – все указанные выше линейные размеры должны быть много больше длины волны светового пучка. Первое ограничение приводит к тому, что мы имеем дело с параллельным пучком света, второе ограничение позволяет считать, что пучок света падает на плоскую границу раздела сред. Третье – позволяет пренебречь дифракционным эффектом. И вот теперь мы можем сформулировать закон преломления: преломлённый луч лежит в плоскости, проходящей через падающий луч и нормаль к поверхности раздела; углы падения α и преломления β связаны законом преломления Снелля (Снеллиуса):

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta.$$

Ниже разберём задачи, при решении которых используются основные положения геометрической оптики.

Примеры решения задач

Задача 1. Узкий пучок лазерного света падает на плоскопараллельную пластинку толщиной H из стекла с показателем преломления $n > 1$ под некоторым углом падения α (рис. 1).

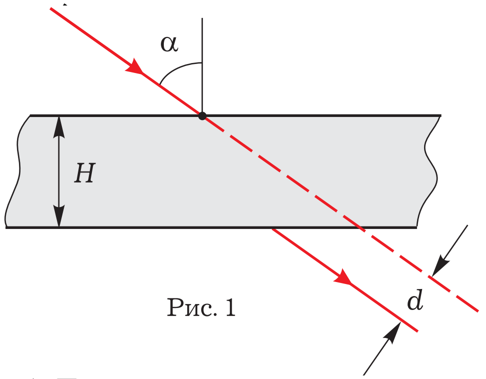


Рис. 1

1) Показать, что пучок света после прохождения пластинки будет параллелен падающему пучку. 2) Определить расстояние d между этими пучками при $\alpha = 60°$, $H = 1$ см и $n = 1{,}73$.

Решение. 1) Проходящий через пластинку пучок света сначала преломляется на верхней поверхности пластинки (воздух-стекло), а затем на нижней (стекло-воздух) (рис. 2).

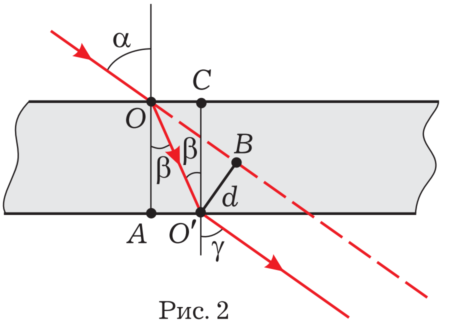


Рис. 2

Отражённый свет мы не рассматриваем. На верхней границе угол падения равен α, а угол преломления β ($\angle AOO' = \beta$) найдём по закону преломления Снелля:

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}. \qquad (1)$$

На нижней границе угол падения ($\angle OO'C$) равен β, поскольку $AO \parallel O'C$. Тогда угол преломления γ можно найти по тому же закону преломления:

$$\sin\gamma = n\cdot\sin\beta. \qquad (2)$$

Подставляя (1) в (2), получим

$$\sin\gamma = \sin\alpha.$$

Следовательно, $\gamma = \alpha$ и выходящий пучок параллелен падающему. Можно показать, что результат не изменится, если показатель преломления стекла внутри пластинки будет произвольным образом изменяться с высотой. В этом случае, если пучок света выйдет из пластинки, то он будет параллелен падающему пучку. Предоставим это читателю в качестве упражнения.

2) Из $\Delta OAO'$ найдём длину гипотенузы OO':

$$OO' = H/\cos\beta. \qquad (3)$$

Расстояние d найдём из прямоугольного $\Delta O'OB$:

$$d = OO'\cdot\sin(\alpha-\beta). \qquad (4)$$

После подстановки (3) в (4) найдём

$$d = \frac{H\sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta} = (\sin\alpha - \cos\alpha\cdot\mathrm{tg}\beta)H.$$

После использования (1) окончательно получим

$$d = \sin\alpha\left(1 - \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}\right)H = 0{,}58\ \text{см}.$$

Задача 2. Световой луч, падающий на плоскую границу между воздухом и стеклом (со стороны стекла), при угле падения $\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ начинает испытывать полное внутреннее отражение (рис. 3). Под каким углом падения α_2 должен падать световой луч на эту границу со стороны воздуха, чтобы отражённый и преломлённый лучи образовали между собой прямой угол?

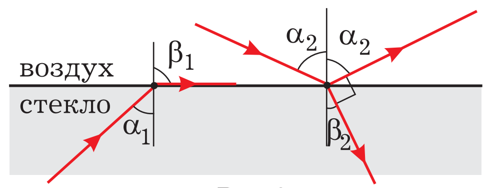
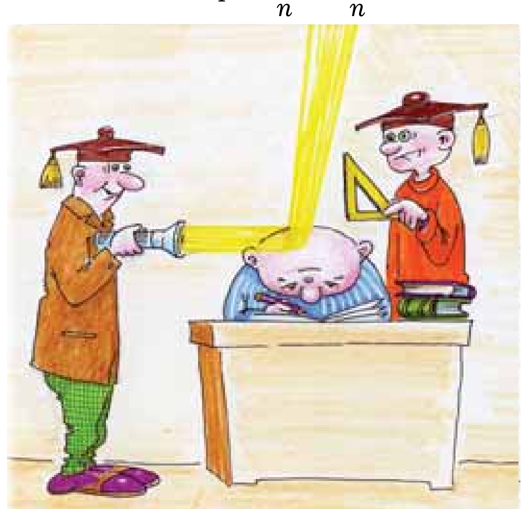


Рис. 3

Решение. Если при угле падения α_1 наступает полное внутреннее отражение, то это означает, что угол преломления β_1 становится равным $\pi/2$. Закон преломления позволяет записать:

$$\sin\alpha_1 = \frac{\sin\beta_1}{n} = \frac{1}{n}.$$



С учётом того, что $\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, находим показатель преломления стекла:

$$n=\sqrt{3}.$$

В том случае, когда отражённый и преломлённый световые лучи взаимно перпендикулярны, сумма углов падения и преломления:

$$\alpha_2+\beta_2=\pi/2.$$

С учётом закона преломления

$$\sin\alpha_2=n\sin\beta=n\cos\alpha_2.$$

Отсюда $\mathrm{tg}\,\alpha_2=n=\sqrt{3};\ \alpha_2=\pi/3.$

Задача 3. Плоская стеклянная пластинка толщиной $h=3$ мм рассматривается в микроскоп. Сначала микроскоп наводят на верхнюю поверхность пластинки, а затем смещают тубус микроскопа вниз до тех пор, пока не будет отчётливо видна нижняя поверхность пластинки. Смещение тубуса оказалось равным $\Delta=2$ мм. Определить показатель преломления стекла, из которого изготовлена пластина.

Решение. Пусть точки A и B (рис. 4), лежащие на прямой, перпендикулярной пластике, принадлежат соответственно верхней и нижней поверхностям пластинки. Проведём из точки B произвольный луч, который падает на верхнюю границу пластинки под малым углом α к её нормали. Из пластинки луч выходит под малым углом β. По закону преломления на границе раздела двух сред можно записать

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=n. \qquad (1)$$

На пересечении прямой AB и продолжения выходящего луча CD (пунктирная линия) расположена точка B', которая будет являться мнимым изображением точки B.

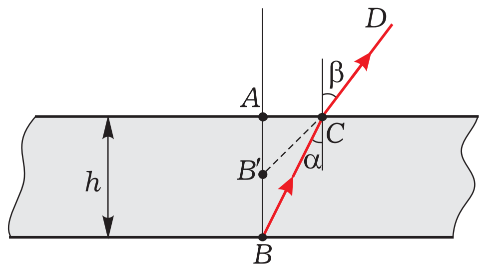


Рис. 4

Наведение микроскопа на нижнюю поверхность пластинки (точка B) означает, что он настроен на точку B'. Следует пояснить, что если точка B принадлежит пластинке, то точка B' является её мнимым изображением и она не принадлежит пластинке. Очевидно, что перемещение тубуса микроскопа равно расстоянию AB', т.е.

$$AB'=\Delta. \qquad (2)$$

Из треугольника ABC

$$AC=h\cdot\mathrm{tg}\,\alpha. \qquad (3)$$

Из треугольника $AB'C$

$$AB'=AC\cdot\mathrm{ctg}\,\beta. \qquad (4)$$

Подставляя (3) в (4), получим

$$AB'=h\cdot\mathrm{tg}\,\alpha\cdot\mathrm{ctg}\,\beta=h\frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\mathrm{tg}\,\beta}. \qquad (5)$$

Для малых углов α и β

$$\sin\beta\approx\mathrm{tg}\,\beta\approx\beta,\quad \sin\alpha\approx\mathrm{tg}\,\alpha\approx\alpha.$$

С учётом этого приближения из (1) и (5) находим

$$AB'=\frac{\alpha}{\beta}h=h/n. \qquad (6)$$

Из (2) и (6) найдём показатель преломления стекла:

$$n=\frac{h}{\Delta}=1{,}5.$$

Задача 4. Цилиндрический стакан с прозрачной жидкостью стоит на монете. При каких значениях показателя преломления жидкости монета не будет видна при наблюдении через боковую стенку стакана?

Решение. Сразу подчеркнём важный момент в данной задаче: монета находится под дном стакана, а не на дне. Это совершенно разные ситуации: в нашем случае монета находится в воздухе, и её отделяет от жидкости плоский слой стекла. Мы не увидим монету через боковую поверхность стакана, если любой световой луч, идущий от произвольной точки монеты, пройдя дно стакана и попав на его боковую поверхность, будет полностью отражён и не сможет выйти за пределы боковой поверхности.

При решении данной задачи мы воспользуемся известным фактом: световой луч при прохождении через плоский слой диэлектрика продолжает распространяться в том же направлении и имеет параллельное смещение, которое пропорционально толщине слоя. Поэтому понятно, что влияние дна и стенок стакана на ход лучей можно не рассматривать. Все лучи, которые исходят из точки, принадлежащей монете, падают на границу раздела воздух-жидкость под углами падения α в пределах от нуля до $\pi/2$. Преломлённые лучи в жидкости будут расположены в диапазоне от нуля до некоторого максимального угла преломления $\beta_{\max}$ (рис. 5). Угол $\beta_{\max}$ соответствует лучу, угол падения которого $\alpha=\pi/2$. По закону преломления на границе двух сред

$$\frac{\sin\beta_{\max}}{\sin(\pi/2)}=\frac{1}{n}, \qquad (1)$$

где n – показатель преломления жидкости.

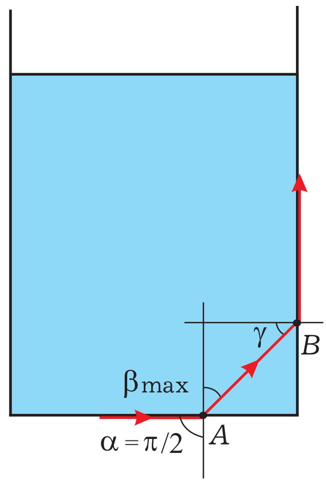


Рис. 5

Этот луч AB падает на боковую поверхность стакана под углом падения γ. Все другие лучи будут падать под углами, большими, чем угол γ. Поэтому, если мы потребуем, чтобы луч AB испытал полное отражение, то все остальные лучи тем более будут отражаться и ни один из лучей не выйдет за боковую поверхность стакана. Условие полного отражения луча AB:

$$\frac{\sin\gamma}{\sin(\pi/2)}=\frac{1}{n}. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) следует, что

$$\sin^2\beta_{\max}+\sin^2\gamma=\frac{2}{n^2}. \qquad (3)$$

Поскольку

$$\beta_{\max}+\gamma=\pi/2,$$

то из (3) получаем

$$n=\sqrt{2}.$$

Следовательно, при значениях показателя преломления жидкости $n \geq \sqrt{2}$ мы не увидим монету.

Задача 5. Маленькая рыбка плывёт в воде с показателем преломления $n=1{,}33$ вдоль диаметра AC сферического аквариума со скоростью $v=2$ см/с (рис. 6). Определить скорость изображения рыбки, когда она находится в центре аквариума, если наблюдение ведётся вдоль диаметра AC.

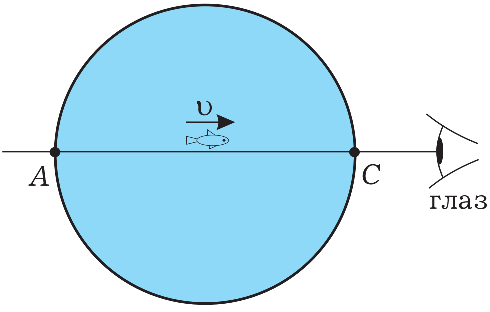


Рис. 6

Решение. Когда рыбка находится в центре аквариума, её изображение совпадает с самой рыбкой: любой световой луч (на рис. 7 это луч OB) от нашего объекта выходит из аквариума без отклонения от направления распространения внутри аквариума. Угол падения на границе раздела вода-воздух равен $\pi/2$. На первый взгляд может показаться, что скорости рыбки и её изображения будут равны, но это не так. Рассмотрим бесконечно малый промежуток времени Δt, за который рыбка переместится из центра аквариума (точка O) в точку O'. Очевидно, что расстояние

$$OO'=v\Delta t. \quad (1)$$

За это время изображение рыбки окажется в точке O'' (рис. 7), а расстояние

$$OO''=v'\Delta t, \quad (2)$$

где v' – скорость изображения. Согласно рисунку 7 введём обозначения: произвольный малый угол $BOC=\varphi$, угол падения $OBO'=\alpha$. Поскольку углы φ и α малы, то угол преломления $\angle OBO''\approx \alpha n$.

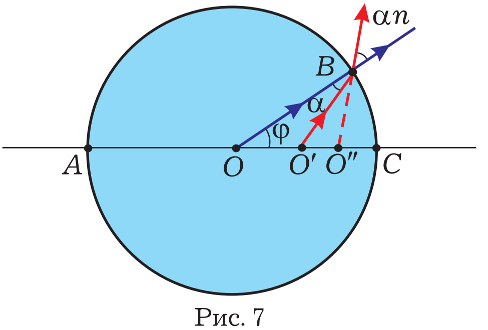


Рис. 7

Из треугольника OBO' по теореме синусов найдём, что

$$OO' = OB\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\varphi)} \approx OB\frac{\alpha}{\alpha+\varphi}. \qquad (3)$$

Аналогично для треугольника OBO''

$$OO'' = OB\frac{\sin(\alpha n)}{\sin(\alpha n+\varphi)} \approx OB\frac{\alpha n}{\alpha n+\varphi}. \qquad (4)$$

Из (3) и (4) следует

$$OO'' = \frac{n(\alpha+\varphi)}{\alpha n+\varphi}OO'. \qquad (5)$$

Для фиксированного φ при стремлении $\Delta t \to 0$ угол $\alpha \to 0$, а соотношение (5) переходит в равенство

$$OO'' = n \cdot OO'. \qquad (6)$$

После подстановки (1) и (2) в (6) получим, что скорость изображения

$$v' = nv = 2{,}66 \text{ см/с}.$$

Задача 6. В результате искривления светового луча в атмосфере нашей планеты положение звезды, видимое с Земли, немного отличается от истинного. Определите ошибку при фиксировании углового положения звезды, видимой с Земли под углом $\alpha = 30°$ к вертикали. Показатель преломления воздуха у поверхности Земли $n = 1{,}0003$.

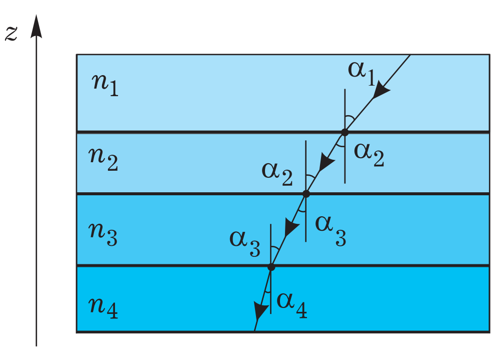


Рис. 8

Решение. Рассмотрим среду, показатель преломления которой непрерывно изменяется с координатой z (рис. 8). Разобьём эту среду на тонкие слои, перпендикулярные оси z. Каждый слой имеет свой показатель преломления, который равен усреднённому значению показателя преломления по толщине слоя, т.е. мы заменим непрерывное распределение $n(z)$ на скачкообразное. Запишем закон преломления светового луча для трёх последовательно расположенных границ раздела:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_3} = \frac{n_3}{n_2},$$

$$\frac{\sin\alpha_3}{\sin\alpha_4} = \frac{n_4}{n_3}.$$

Перемножая между собой левые части этих трёх равенств и приравнивая это произведение аналогичному произведению правых частей, получаем

$$n_1 \cdot \sin\alpha_1 = n_4 \sin\alpha_4.$$

Очевидно, что если мы рассмотрим произвольное количество N таких слоёв, то

$$n_1 \cdot \sin\alpha_1 = n_N \sin\alpha_N.$$

Разбивая теперь на всё более тонкие слои, в пределе (при стремлении к бесконечно тонким слоям) получим, что вдоль светового луча

$$n\sin\alpha = const, \qquad (1)$$

где n – значение показателя преломления в окрестности точки, через которую проходит световой луч, а α – угол между лучом и нормалью к плоскости, в которой $n = const$ (угол падения).

Применим полученный результат к решению нашей задачи. На рис. 9 красной линией показан ход светового луча от звезды (точка O) до земного наблюдателя (точка A). Звезда в результате световой рефракции наблюдается в направлении пунктирной линии под углом α к вертикали. Истинное направление на звезду совпадает с прямой OA' (угол падения α'), которая является касательной к кривой OA вне пределов земной

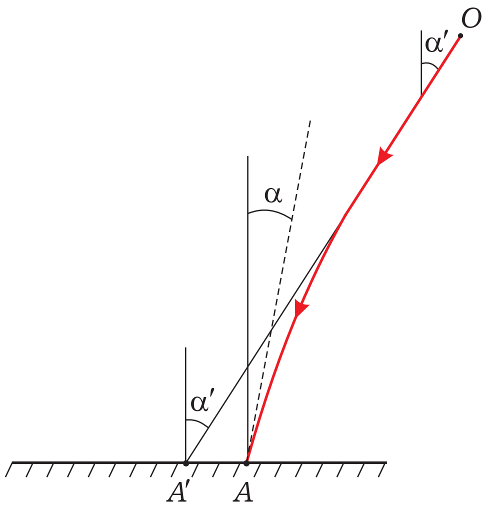


Рис. 9

атмосферы. Запишем соотношение (1) для двух точек на кривой OA, одна из которых вне атмосферы Земли, где показатель преломления равен единице, а угол падения α', другая у поверхности Земли, где $n = 1{,}0003$, а угол $\alpha = 30°$:

$$1 \cdot \sin\alpha' = n \cdot \sin\alpha. \qquad (2)$$

Обозначим ошибку в определении углового положения звезды через $\Delta\alpha$. Тогда

$$\alpha' - \alpha = \Delta\alpha. \qquad (3)$$

Подставив α' из (3) в (2), получим

$$\sin(\alpha + \Delta\alpha) = n \cdot \sin\alpha.$$

Применим формулу для синуса суммы углов:

$$\sin\alpha \cdot \cos\Delta\alpha + \cos\alpha \cdot \sin\Delta\alpha = n \cdot \sin\alpha. \quad (4)$$

При малой величине угла $\Delta\alpha$

$$\cos\Delta\alpha \approx 1, \quad \sin\Delta\alpha \approx \Delta\alpha.$$

С учётом малости угла $\Delta\alpha$ из (4) найдём, что угловая ошибка

$$\Delta\alpha = (n-1)\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = (n-1)\mathrm{tg}\,\alpha =$$

$$= 1{,}73 \cdot 10^{-4}\,\text{рад} = 36''.$$

Задача 7. Тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 20$ см выпуклой стороной с радиусом кривизны $R = 15$ см притоплена в воду (рис. 10). Показатель преломления воды $n = 1{,}33$. На каком расстоянии от линзы и где будет расположено изображение Солнца, находящегося в зените?

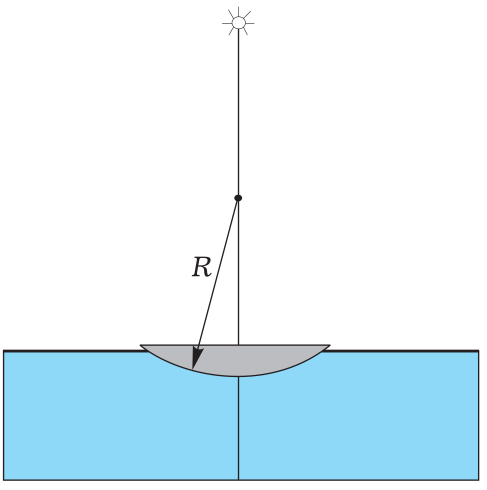


Рис. 10

Решение. Решить задачу можно несколькими способами. Приведём один из них. Поместим мысленно между линзой и водой тонкую прослойку воздуха. Это не повлияет на положение окончательного изображения в системе.

Падающие на линзу лучи от Солнца можно рассматривать как параллельный пучок света, направленный вдоль главной оптической оси линзы. Рассмотрим один из этих лучей BA (рис. 11). На рис. 11 нет линзы, а показана граница раздела воздух-вода, точка O является центром сферы радиусом R ($AO = R$). В качестве произвольного параметра используем угол AOD, который обозначим через φ. После прохождения линзы, окружённой полностью воздухом, луч BA распространялся бы в направлении AM, а расстояние MD было бы равно F, но на границе воздух-вода он испытает дополнительное преломление и пойдёт по пути AN. Расстояние DN

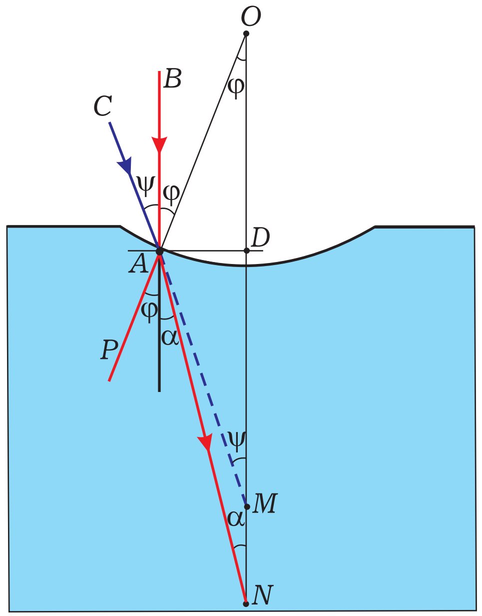


Рис. 11

и будет равно расстоянию от линзы до изображения Солнца. Найдём это расстояние. Сразу оговоримся, что мы рассматриваем световые лучи, которые распространяются под малыми углами к оптической оси ON. Из ΔAOD

$$AD = AO \cdot \sin\varphi \approx R \cdot \varphi. \qquad (1)$$

Угол ψ найдём из ΔAMD

$$\operatorname{tg}\psi \approx \psi \approx AD / MD = AD / F. \qquad (2)$$

После подстановки (1) в (2) получим

$$\psi \approx \frac{R\varphi}{F}. \qquad (3)$$

Из ΔAND

$$\operatorname{tg}\alpha \approx \alpha \approx AD / ND = R\varphi / ND. \qquad (4)$$

Теперь используем закон преломления светового луча в точке A на границе воздух-вода. Угол падения этого луча (после выхода из линзы, помещённой в воздух)

$$\angle CAO = \varphi + \psi,$$

а угол преломления

$$\angle PAN = \varphi + \alpha.$$

По формуле Снеллиуса

$$\frac{\sin(\varphi+\psi)}{\sin(\varphi+\alpha)} \approx \frac{\varphi+\psi}{\varphi+\alpha} = n. \qquad (5)$$

После подстановки (3) и (4) в (5) получим

$$\frac{1+\dfrac{R}{F}}{1+\dfrac{R}{ND}} = n.$$

Отсюда

$$ND = \frac{nR}{\dfrac{R}{F}+1-n} = 47{,}5 \text{ см}.$$

Итак, изображение Солнца будет в воде на расстоянии 47,5 см от линзы.

Задача 8. При взаимодействии света большой интенсивности с веществом показатель преломления среды начинает заметно зависеть от интенсивности света. Подтверждением этого эффекта является явление самофокусировки. Мощный пучок лазерного излучения радиусом $r_0 = 5$ мм проходит сквозь слой сероуглерода толщиной $L = 5$ см. Найти, на каком расстоянии от кюветы с сероуглеродом сфокусируется лазерный пучок.

Пучок света осесимметричный, т.е. интенсивность света в нём зависит только от расстояния r от центра пучка, а сама зависимость такова (параболическая), что показатель преломления сероуглерода в пучке зависит от r по закону:

$$n = n_c + n_1\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) \text{ при } r \le r_0 \text{ и } n = n_c$$

при $r \ge r_0$, где n_c – показатель преломления сероуглерода при малых интенсивностях света, а $n_1 = 8 \cdot 10^{-5}$.

Решение. На рис. 12 показано сечение пучка и кюветы, проходящее через ось z пучка. Лазерное излучение в виде параллельного пучка радиусом r_0 слева падает на кювету с сероуглеродом. Волновым фронтом (поверхностью постоянной фазы) световой волны на входе в кювету является плоскость, перпендикулярная направлению распространения пучка. На рис. 12 пересечение этого волнового фронта с плоскостью рисунка изображается прямой OO'. По мере проникновения световой волны в сероуглерод форма волновой поверхности начинает видоизменяться. Это изменение происходит за счёт того, что разные участки волны, отстоящие на разных расстояниях r от оси пучка, распространяются вдоль оси z с разными скоростями, поскольку скорость распространения фазы волны $v = c/n$, где c – скорость света в вакууме.

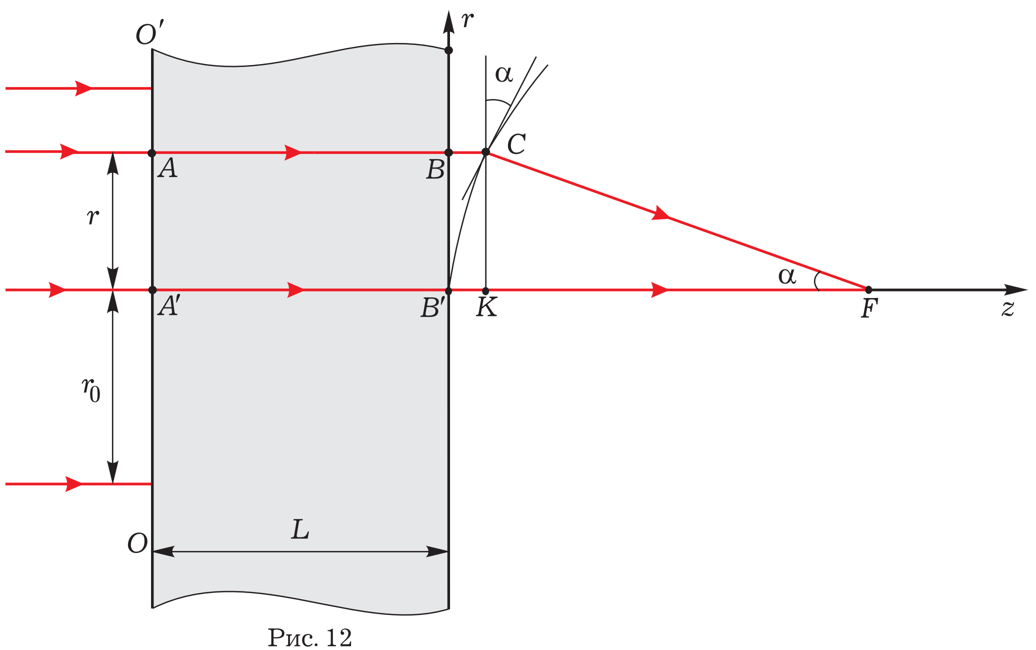


Рис. 12

Найдём уравнение волновой поверхности световой волны на выходе из кюветы, т.е. зависимость z от r, где z – расстояние от правой стенки кюветы. Рассмотрим два луча: луч $A'B'$, проходящий вдоль оси пучка, и луч AB, проходящий на произвольном расстоянии r от оси z. Пусть две точки B' и C принадлежат волновой поверхности светового пучка на выходе из кюветы. Это означает, что оптические пути $A'B'$ и ABC, пройденные волной, равны:

$$(n_c + n_1)L = \left[n_c + n_1\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)\right]L + z.$$

Здесь $BC = z$. Получаем зависимость z от r:

$$z = n_1 L \frac{r^2}{r_0^2}. \qquad (1)$$

Это уравнение является уравнением параболы, и волновой поверхностью светового пучка на выходе из кюветы будет параболоид вращения относительно оси z. Найдём ход луча AB после выхода из кюветы. Для этого проведём перпендикуляр к волновой поверхности в точке C (прямая CF перпендикулярна касательной в точке C). Производная

$$\frac{dz}{dr} = \operatorname{tg}\alpha. \qquad (2)$$

После подстановки (1) в (2) получим

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2n_1 L r}{r_0^2}.$$

Из ΔCFK находим, что фокусировка будет на расстоянии

$$B'F \approx KF \approx \frac{r}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{r_0^2}{2n_1 L} = 3{,}1\text{ м}.$$

Если подходить строго, то расстояние от поверхности кюветы до точки F (место фокусировки) отличается от расстояния KF на небольшую величину, равную z. Максимальная величина z имеет место при

$$r = r_0: \quad z(r_0) = \frac{n_1 L}{r_0} = 8 \cdot 10^{-6}\text{ м}.$$

Как видно из полученного значения, эта погрешность пренебрежимо мала.