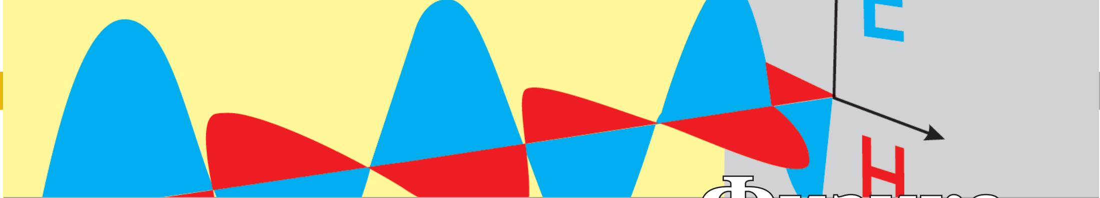

Подлесный Дмитрий Владимирович
Заместитель директора по развитию, научный руководитель ГБОУ РМ «Республиканский лицей», кандидат педагогических наук, доцент, заслуженный работник высшей школы Российской Федерации, народный учитель Республики Мордовия.

Определение кинематических величин из графиков

Задачи на определение различных физических величин с использованием графиков часто встречаются в вариантах ЕГЭ и олимпиадных заданиях. В настоящей статье речь пойдёт о кинематических характеристиках механического движения. Наряду с классическими примерами нахождения пути, скорости и ускорения из графиков, рассмотрены и новые задачи на обработку графиков зависимостей средней скорости от времени и от пройденного пути. Говоря о средней скорости, мы имеем в виду среднюю путевую скорость, равную отношению пройденного пути ко времени, за которое этот путь был пройден. В завершении статьи приводится классический пример на нахождение времени движения через график зависимости величины обратной скорости от пройденного пути.

Пример 1. На рисунке 1 представлен график зависимости скорости V тела от времени t. Найдите путь, пройденный телом за первые 150 секунд с начала движения, и среднюю скорость на этот момент времени.

Решение. Путь, пройденный телом, пропорционален площади под графиком (площади закрашенной области на рис. 2). Обращаем внимание, что именно пропорционален, а не равен! Причём коэффициент этой пропорциональности – размерная физическая величина, позволяющая вычисленную буквально (геометрически) площадь под графиком перевести в необходимые единицы – единицы измерения пути, т.е. в метры.

На основании этого вычислим путь по формуле: $S \approx \left(N_1 + \frac{1}{2}N_2\right) \cdot S_1$, где: $N_1 = 141$ – число целых, а $N_2 = 20$ – число нецелых клеточек в

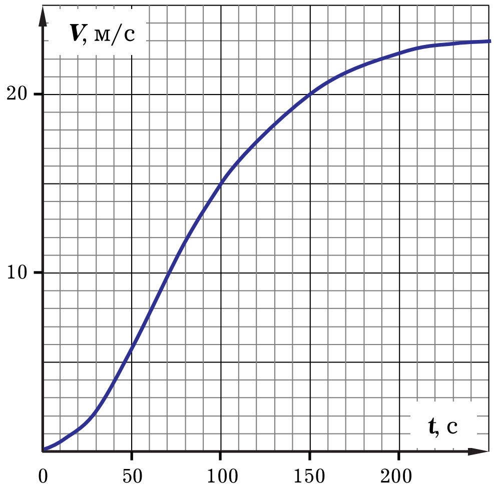

Рис. 1

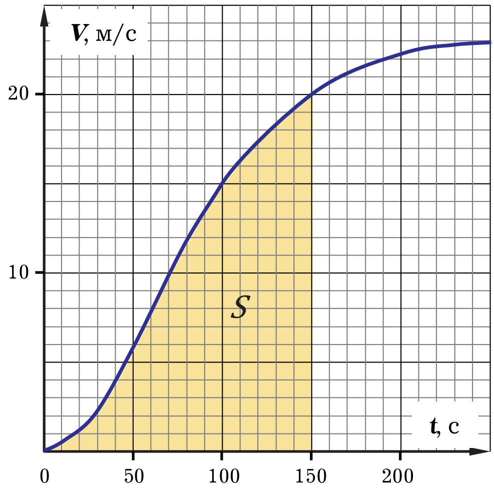

Рис. 2

закрашенной области; $S_1 = 10$ м – путь, соответствующий площади одной целой клеточки. Таким образом, вычисляем путь и находим среднюю скорость:

$$S \approx 1510\,\text{м};\ V_{\text{ср}} = \frac{S}{t} = \frac{1510\,\text{м}}{150\,\text{с}} \approx 10\ \text{м/с}.$$

Пример 2. На рисунке 3 представлен график зависимости пути S тела от времени t. Найдите мгновенную и среднюю скорости движения в момент времени $t = 15$ с.

Решение. Мгновенная скорость V в любой момент времени t равна отношению пути ΔS, пройденному телом за малый промежуток времени Δt (то есть от момента времени t до момента времени $t + \Delta t$), к величине этого промежутка Δt и, следовательно, равна угловому коэффициенту касательной, проведённой к

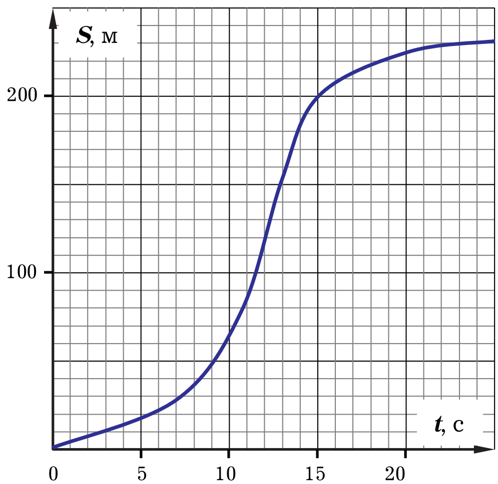

Рис. 3

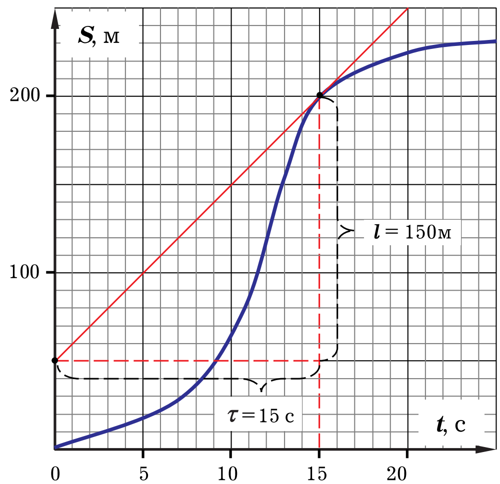

Рис. 4

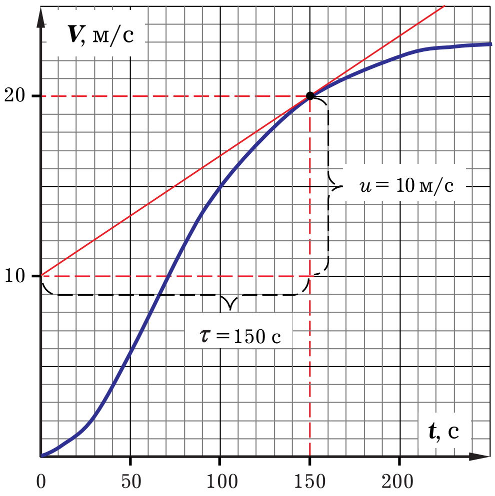

Рис. 5

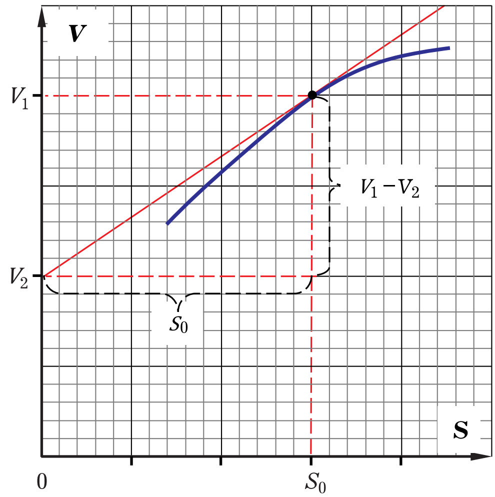

Рис. 6

графику $S(t)$ в этот момент времени. Таким образом, проводим касательную к графику в точке, соответствующей моменту времени $t = 15$ с, определяем необходимые величины, обозначенные буквами l и τ (рис. 4) и находим искомую мгновенную скорость:

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{l}{\tau} = \frac{150 \text{ м}}{15 \text{ с}} = 10 \text{ м/с}.$$

Для средней скорости имеем:

$$V_{\text{ср}} = \frac{S(t)}{t} = \frac{200 \text{ м}}{15 \text{ с}} \approx 13{,}3 \text{ м/с}.$$

Пример 3. Тело движется прямолинейно. На рисунке 1 представлен график зависимости скорости V тела от времени t. Найдите ускорение тела в момент времени $t = 150$ с.

Решение. Ускорение a в любой момент времени t равно отношению изменения скорости ΔV, произошедшего за малый промежуток времени Δt, то есть от момента времени t до момента времени $t + \Delta t$, к величине этого промежутка Δt и, следовательно, равно угловому коэффициенту касательной, проведённой к графику $V(t)$ в этот момент времени.

Таким образом, проводим касательную к графику в точке, соответствующей моменту времени $t = 150$ с, определяем необходимые величины, обозначенные буквами u и τ (рис. 5) и находим искомое ускорение:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{u}{\tau} = \frac{10 \text{ м/с}}{150 \text{ с}} \approx 6{,}7 \text{ см/с}^2.$$

Пример 4. Автомобиль движется по ровной прямой дороге. На рисунке 6 представлен фрагмент графика зависимости скорости движения автомобиля V от пройденного им пути S. В некоторый момент времени, когда пройденный путь равняется S_0, значение скорости составляет V_1, а касательная, проведённая к графику, пересекает ось V в точке, соответствующей значению скорости V_2. Найдите ускорение движения автомобиля в указанный момент времени. Величины V_1, V_2 и S_0 считать известными.

Решение. В результате простых тождественных преобразований выражение для ускорения принимает вид:

$$a=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{\Delta V}{\Delta S}\cdot\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{\Delta V}{\Delta S}\cdot V.$$

Входящее в это выражение отношение $\frac{\Delta V}{\Delta S}$ равно угловому коэффициенту касательной, проведённой к графику $V(S)$ в заданной точке, и находится из геометрии рисунка 6: $\frac{\Delta V}{\Delta S}=\frac{V_1-V_2}{S_0}$.

С учётом этого окончательно имеем: $a=\frac{\Delta V}{\Delta S}\cdot V=\frac{(V_1-V_2)V_1}{S_0}$.

Пример 5. На рисунке 7 представлен фрагмент графика зависимости средней скорости движения автомобиля $V_{\text{ср}}$ от времени t. В некоторый момент времени t_0 значение средней скорости составляет $V_1=20$ м/с, а касательная, проведённая к графику в указанный момент, пересекает ось $V_{\text{ср}}$ в точке, соответствующей значению скорости $V_2=10$ м/с. Найдите мгновенную скорость движения автомобиля в момент времени t_0.

Решение. Как уже отмечалось, мгновенная скорость V в любой момент времени t равна отношению пути ΔS, пройденному телом за малый промежуток времени Δt (то есть от момента времени t до момента времени $t+\Delta t$), к величине этого промежутка Δt: $V=\frac{\Delta S}{\Delta t}$.

Заметим, что из соотношения $S=V_{\text{ср}}\cdot t$, нетрудно получить выражение пути ΔS, пройденного за время Δt. Пусть $\Delta V_{\text{ср}}$ – изменение средней скорости, произошедшее в течение малого промежутка времени Δt.

$$\Delta S=\left(V_{\text{ср}}+\Delta V_{\text{ср}}\right)\cdot(t+\Delta t)-V_{\text{ср}}t=$$
$$=V_{\text{ср}}\Delta t+\Delta V_{\text{ср}}t+\Delta V_{\text{ср}}\Delta t.$$

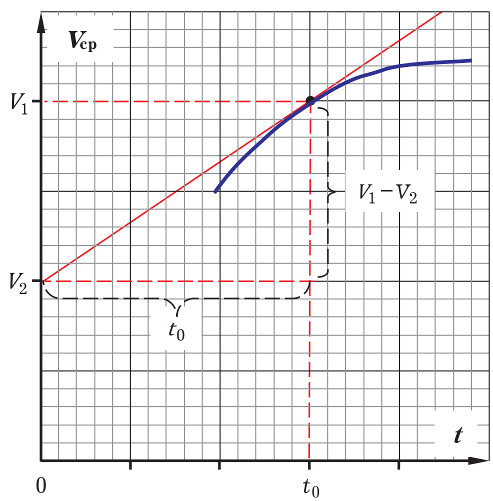

Рис. 7

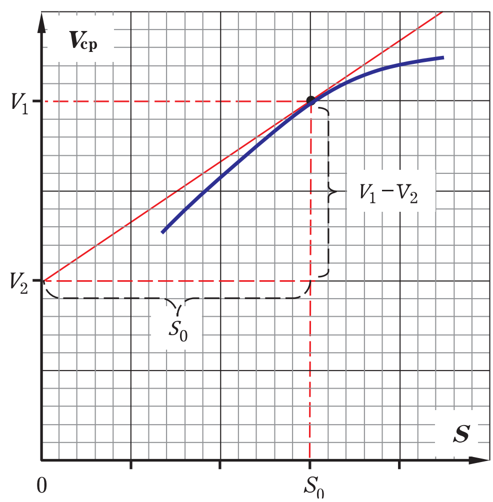

Рис. 8

Так как произведение $\Delta V_{\text{ср}}\Delta t$ значительно меньше остальных слагаемых, то

$$\Delta S = \Delta V_{\text{ср}} \cdot t + V_{\text{ср}} \cdot \Delta t.$$

Таким образом, с учётом рис. 7 окончательно имеем:

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\Delta V_{\text{ср}}}{\Delta t} \cdot t + V_{\text{ср}} =$$

$$= \frac{V_1 - V_2}{t_0} \cdot t_0 + V_1 = 2V_1 - V_2 = 30 \text{ м/с}.$$

Пример 6. На рисунке 8 представлен фрагмент графика зависимости средней скорости движения автомобиля $V_{\text{ср}}$ от пройденного им пути S. В некоторый момент времени, когда пройденный путь равняется S_0, значение средней скорости составляет $V_1 = 20$ м/с, а касательная, проведённая к графику, пересекает ось $V_{\text{ср}}$ в точке, соответствующей значению скорости $V_2 = 10$ м/с. Найдите мгновенную скорость движения автомобиля в указанный момент времени.

Решение. Тождественно преобразуем выражение для мгновенной скорости V, полученное в предыдущем примере:

$$V = \frac{\Delta V_{\text{ср}}}{\Delta t} \cdot t + V_{\text{ср}} = \frac{\Delta V_{\text{ср}}}{\Delta S} \cdot \frac{\Delta S}{\Delta t} \cdot t + V_{\text{ср}} =$$

$$= \frac{\Delta V_{\text{ср}}}{\Delta S} \cdot V \cdot \frac{S}{V_{\text{ср}}} + V_{\text{ср}}.$$

Выражая отсюда искомую скорость и находя отношение $\frac{\Delta V_{\text{ср}}}{\Delta S}$ из графика, окончательно имеем:

$$V = \frac{V_{\text{ср}}}{1 - \frac{\Delta V_{\text{ср}}}{\Delta S} \cdot \frac{S}{V_{\text{ср}}}} =$$

$$= \frac{V_1}{1 - \frac{V_1 - V_2}{S_0} \cdot \frac{S_0}{V_1}} = \frac{V_1^2}{V_2} = 40 \text{ м/с}.$$

В заключение рассмотрим ещё один пример, составленный автором по мотивам известной задачи.

Пример 7. Муравей стартует с постоянной скоростью $V_0 = 2$ см/с и движется по некоторой траектории. За какое время t муравей пройдёт первый метр своего пути ($S = 1$ м), если в процессе движения его скорость V зависит от пройденного пути x по закону:

$$V = \frac{V_0}{1 + kx}, \text{ где } k = 1 \text{ м}^{-1}?$$

Решение. Конечно же, продвинутый старшеклассник, на основании определения скорости $\left(V = \frac{dx}{dt}\right)$ и условия задачи, составит уравнение: $\frac{dx}{dt} = \frac{V_0}{1+kx}$; разделит в нём переменные: $(1+kx)dx = V_0 dt$; проинтегрирует и найдёт искомое время t:

$$\int_0^S (1+kx)dx = \int_0^t V_0 dt \to S + \frac{kS^2}{2} = V_0 t;$$

$$t = \frac{S}{V_0}\left(1 + \frac{kS}{2}\right) = 75 \text{ с}.$$

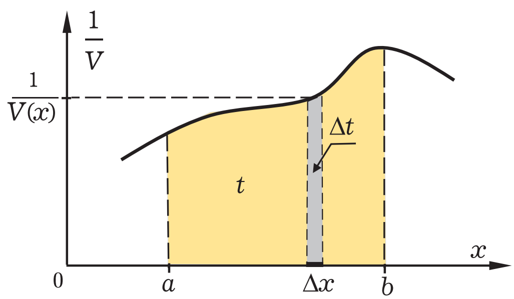

Рис. 9

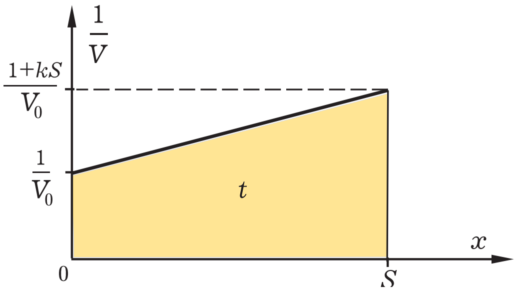

Рис. 10

Но как же решить поставленную задачу учащимся 7-8 классов, если они не знакомы с дифференцированием и интегрированием? И тут на помощь приходит график зависимости величины обратной скорости $\left(\frac{1}{V}\right)$ от пройденного пути x! Дело в том, что площадь под этим графиком пропорциональна (!) времени t, затраченному на прохождение соответствующего участка траектории (рис. 9). Предлагаем читателю разобраться с этим самостоятельно.

В условиях нашего конкретного примера о движении муравья этот график представлен на рис. 10.

Искомое время движения муравья будет пропорционально площади трапеции, закрашенной на рис. 10, и равно:

$$t = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{V_0}+\frac{1+kS}{V_0}\right)\cdot S = \frac{S}{V_0}\left(1+\frac{kS}{2}\right) = 75 \text{ с}.$$

Калейдоскоп Калейдоскоп Калейдоскоп

Может ли вода быть двумя типами жидкости?

Холодная вода ведет себя странно. Во-первых, он расширяется, а не сжимается при охлаждении (именно поэтому лед плавает), его легче сжимать при более низких температурах, и его молекулы могут расположиться несколькими способами при замораживании. Одно из предложенных – и противоречивых – объяснений этого заключается в том, что очень холодная вода может существовать в двух разных жидких формах, одна из которых менее плотная и более структурированная, чем другая. Теперь исследователи в США и Италии говорят, что у них есть веские доказательства того, что это так, и «второй критической точки», в которой это происходит.

«Вы можете себе представить радость, когда мы начали видеть, что критические колебания ведут себя именно так, как они должны были вести себя», – *говорит Скортино, который был соавтором статьи, предложившей эту идею. «Теперь я могу спать спокойно, потому что спустя 25 лет моя первоначальная идея подтвердилась».*

Источник: New-Science.ru
https://new-science.ru/mozhet-li-voda-byt-dvumya-tipami-zhidkosti/