



**Бондаров Михаил Николаевич**

Учитель физики лицея №1501 г. Москвы.

Почётный работник общего образования Российской Федерации.

## Об одном способе решения комбинированных задач

Всем читателям журнала, несомненно, хорошо известны формулы кинетической энергии и импульса тела:

$$E = \frac{mv^2}{2}, \quad p = mv. \quad (*)$$

Эти формулы успешно используются как по отдельности, так и совместно, причём наиболее плодотворное их сотрудничество имеет место в так называемых комбинированных задачах. Традиционно для их решения используется совместное применение законов сохранения энергии и импульса. Мы же хотим показать, каким образом некоторые комбинированные задачи удастся решить быстрее, уменьшив количество математических выражений и преобразований.

Во многих случаях столкновение (взаимодействие тел) удобно анализировать не в переменных  $v$ ,  $E$ , а в переменных  $p$ ,  $E$ . Объединив записанные выше формулы, получим полезную формулу кинетической энергии

$$E = \frac{p^2}{2m}. \quad (**)$$

Начнём с решения двумя способами одной из типичных комбинированных задач.

**Задача 1.** Из орудия массой  $M = 990$  кг вылетает горизонтально снаряд массой  $m = 10$  кг. Какая часть  $q$  энергии, выделяющейся при взрыве пороховых газов, расходуется на откат орудия?

**Решение. Первый способ.** Отметим сразу, что мы вынуждены рассматривать упрощённую модель. Будем считать, что энергия  $E$ , выделяющаяся при взрыве пороховых газов, идёт только на сообщение кинетических энергий снаряду и орудия. На самом деле, конечно же, часть энергии будет израсходована на нагревание снаряда, орудия, пороховых газов. Кроме того, некоторую энергию заберут разогнавшиеся пороховые газы. Однако, поскольку все эти потери учесть не представляется

возможным, рассмотрим упрощённую модель.

Итак, искомая величина равна

$$q = \frac{E_1}{E}, \quad (1)$$

где энергия откатывающегося орудия

$$E_1 = \frac{Mv_1^2}{2}, \quad (2)$$

а вся выделившаяся при взрыве энергия

$$E = \frac{Mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}. \quad (3)$$

К системе уравнений (1) – (3) остаётся добавить закон сохранения импульса (ЗСИ):

$$0 = Mv_1 - mv_2. \quad (4)$$

Выразив из (4) скорость  $v_2$  снаряда

$$v_2 = \frac{Mv_1}{m} \quad (5)$$

и подставив его в (3), получим

$$E = \frac{Mv_1^2}{2} + \frac{m}{2} \left( \frac{Mv_1}{m} \right)^2 = \frac{Mv_1^2}{2} \left( 1 + \frac{M}{m} \right). \quad (6)$$

Подставив (2) и (6) в (1), приходим к окончательному ответу:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{M}{m}} = \frac{m}{M + m} = 0,01. \quad (7)$$

Обратите внимание на малость искомой величины: почти вся выделившаяся энергия достаётся снаряду. Мы ещё вернёмся к этому существенному факту, рассматривая задачи по ядерной физике в конце статьи.

**Ответ.**  $q = \frac{m}{M + m} = 0,01$ .

Рассмотренный выше способ оказался идейно прост (применялись энергетические соображения и ЗСИ), однако математические выкладки были немного утомительны. Попробуем поступить иначе, используя для расчёта кинетической энергии формулу (\*\*).

**Решение. Второй способ.** При выстреле снаряд и орудие получают одинаковые по модулю импульсы  $p$ , поэтому формулы (2) и (3) преобразуются к виду

$$E_1 = \frac{p^2}{2M} \quad (8)$$

и

$$E = \frac{p^2}{2M} + \frac{p^2}{2m}. \quad (9)$$

Подставив их в (1), после сокращения на  $p^2/2$  сразу находим

$$q = \frac{\frac{1}{M}}{\frac{1}{M} + \frac{1}{m}} = \frac{m}{M + m}.$$

Как видим, в этом способе мы формально обошлись без ЗСИ (точнее, он был использован, но неявно), а математические преобразования оказались значительно проще.

В каких же случаях удобно пользоваться формулой (\*\*)? В первую очередь в тех, где импульс  $p$  непосредственно задан в условии или его требуется найти. Примером служат следующие три задачи.

**Задача 2 (ЕГЭ).** Перед ударом два пластилиновых шарика движутся по одной прямой навстречу друг другу. При ударе они останавливаются, при этом выделяется количество теплоты  $Q = 7,5$  Дж. Массы шариков  $m_1 = 100$  г и  $m_2 = 200$  г. Чему равен модуль импульса  $p$  первого шарика перед ударом?

**Решение.** Из ЗСИ следует, что импульсы шариков перед ударом равны по модулю и противоположны по направлению. Следовательно, выделившееся при ударе тепло равно сумме кинетических энергий шариков:

$$Q = \frac{p^2}{2m_1} + \frac{p^2}{2m_2}. \quad (10)$$

Для упрощения дальнейших расчётов учтём, что  $m_2 = 2m_1$ . Тогда

$$Q = \frac{p^2}{2m_1} + \frac{p^2}{4m_1} = \frac{3p^2}{4m_1},$$

откуда

$$p = 2\sqrt{\frac{Qm_1}{3}} = 1 \text{ кг}\cdot\text{м}/\text{с}.$$

**Ответ.**  $p = 2\sqrt{\frac{Qm_1}{3}} = 1 \text{ кг}\cdot\text{м}/\text{с}.$

**Задача 3** (МФТИ). Две частицы с массами  $m$  и  $2m$ , имеющие импульсы  $p$  и  $p/2$ , движутся по взаимно перпендикулярным направлениям. После соударения частицы обмениваются импульсами (рис. 1). Определите потерю  $Q$  механической энергии при соударении.

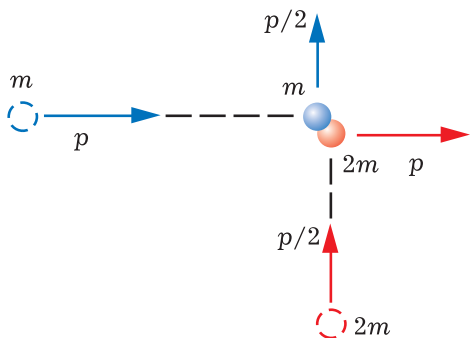


Рис. 1

**Решение.** До соударения система частиц обладала энергией

$$E_1 = \frac{p^2}{2m} + \frac{(p/2)^2}{2 \cdot 2m} = \frac{9p^2}{16m}, \quad (11)$$

после соударения её энергия стала равна

$$E_2 = \frac{(p/2)^2}{2m} + \frac{p^2}{2 \cdot 2m} = \frac{3p^2}{8m}. \quad (12)$$

Следовательно, механическая энергия системы уменьшилась на величину

$$Q = E_1 - E_2 = \frac{9p^2}{16m} - \frac{3p^2}{8m} = \frac{3p^2}{16m}.$$

**Ответ.**  $Q = \frac{3p^2}{16m}.$

**Задача 4** (МГТУ им. Н.Э. Баумана). В результате распада движущегося ядра образовались два осколка с массами  $m_1$  и  $m_2$ , импульсы которых по модулю равны  $p_1$  и  $p_2$  соответственно. Угол между скоростями осколков равен  $\theta$  (рис. 2). Определите энергию  $\Delta E$ , которая выделилась при распаде ядра.

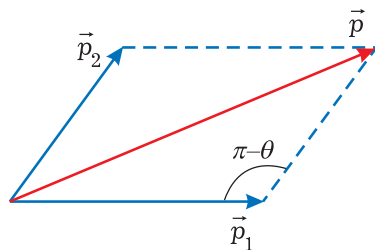


Рис. 2

**Решение.** Эта задача аналогична предыдущей, только математические преобразования в ней более громоздки. Запишем ЗСИ в векторной форме:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p},$$

где  $\vec{p}$  – импульс ядра до распада.

Изобразим это векторное равенство на рисунке 2 и по теореме косинусов получим

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2 \cos \theta. \quad (13)$$

Выделившаяся при распаде ядра энергия составляет

$$\Delta E = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} - \frac{p^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (14)$$

Подставив (13) в (14), после некоторых преобразований получим

$$\Delta E = \frac{p_1^2 m_2^2 + p_2^2 m_1^2 - 2p_1 m_2 p_2 m_1 \cos \theta}{2m_1 m_2 (m_1 + m_2)}.$$

**Ответ.**

$$\Delta E = \frac{p_1^2 m_2^2 + p_2^2 m_1^2 - 2p_1 m_2 p_2 m_1 \cos \theta}{2m_1 m_2 (m_1 + m_2)}.$$

Перейдём теперь к задачам, в которых импульс не задан. В первую

очередь формула (\*\*) очень удобна в том случае, когда движущееся тело останавливается и полностью передаёт свой импульс покоящемуся перед этим телу. Примером служит следующая задача.

**Задача 5** (ЕГЭ). Шарик массой  $m$ , движущийся по гладкой горизонтальной поверхности, налетает на лежащий на той же поверхности более тяжёлый шарик. В результате частично неупругого удара первый шарик остановился, причём 75% его первоначальной кинетической энергии перешло во внутреннюю энергию. Какова масса  $M$  второго шарика?

**Решение.** При ударе первый шарик передал весь свой импульс  $p$  второму. А вот с кинетической энергией  $E$  первый шарик «пожадничал»: второму передана при этом только её четверть, остальное, как видно из условия, перешло во внутреннюю энергию:

$$\frac{1}{4} \frac{p^2}{2m} = \frac{p^2}{2M}, \quad (15)$$

откуда сразу получаем  $M = 4m$ .

**Ответ.**  $M = 4m$ .

В следующих двух задачах также удобно использовать формулу (\*\*), т.к. два первоначально неподвижных тела после взаимодействия обязательно будут иметь равные и противоположно направленные импульсы величиной  $p$ .

**Задача 6.** Человек массой  $m_1 = 60$  кг стоит на льду рядом с санями массой  $m_2 = 40$  кг. Человек толкает сани, сообщая им скорость  $v = 3$  м/с, а сам откатывается в противоположную сторону. Какую работу  $A$  совершает при этом человек?

**Решение.** Совершённая человеком работа идёт на увеличение кинетических энергий как саней, так и самого человека:

$$A = \frac{p^2}{2m_1} + \frac{p^2}{2m_2}, \quad (16)$$

причём

$$p = m_2 v. \quad (17)$$

Подставив (17) в (16), получим

$$A = \frac{m_2 v^2}{2} \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) = 300 \text{ Дж.}$$

**Ответ.**  $A = \frac{m_2 v^2}{2} \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) = 300 \text{ Дж.}$

**Задача 7** (МГТУ им. Н.Э. Баумана). Два груза массами  $m_1$  и  $m_2$ , покоящиеся на гладком горизонтальном столе, связаны между собой невесомой и нерастяжимой нитью (рис. 3). Между грузами поместили невесомую пружину жёсткостью  $k$ , которую пришлось при этом сжать на некоторое расстояние  $x$ . Затем нить пережигают. Определите скорости  $v_1$  и  $v_2$  грузов после отделения от пружины.



Рис. 3

**Решение.** Как и в предыдущей задаче, после пережигания нити грузы будут иметь равные по модулю импульсы  $p$ . По закону сохранения энергии

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{p^2}{2m_1} + \frac{p^2}{2m_2}, \quad (18)$$

откуда

$$p = x \sqrt{\frac{k}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}}},$$

или

$$p = x \sqrt{\frac{km_1 m_2}{m_1 + m_2}}.$$

Теперь сразу находятся искомые скорости грузов

$$v_1 = \frac{p}{m_1} = x \sqrt{\frac{km_2}{m_1(m_1 + m_2)}}$$

и

$$v_2 = \frac{p}{m_2} = x \sqrt{\frac{km_1}{m_2(m_1 + m_2)}}.$$

**Ответ.**  $v_1 = x \sqrt{\frac{km_2}{m_1(m_1 + m_2)}};$

$$v_2 = x \sqrt{\frac{km_1}{m_2(m_1 + m_2)}}.$$

Наблюдательный читатель, безусловно, заметил симметрию в записи формул скоростей грузов. Знание о наличии этой симметрии позволяет заметить ошибку, если она случайно возникнет в решении. Очевидно, что причина симметрии формул заключается в симметричности условия задачи. При решении следующих задач мы не раз ещё столкнёмся с этим фактом.

Выгодно использовать формулу (\*\*\*) и в случае взаимодействия нескольких тел, если сначала они были неподвижны, а затем разлетелись так, что имела место симметрия их дальнейшего движения. Рассмотрим это на примере трёх тел.

**Задача 8.** При распаде неподвижного ядра образуются три осколка массами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  с общей кинетической энергией  $E_0$ . Найти скорости осколков, если направления скоростей составляют друг с другом углы в  $120^\circ$ .

**Решение.** Из ЗСИ следует, что суммарный импульс осколков должен быть равен нулю. Поскольку векторы импульсов расположены под углом  $120^\circ$  друг к другу, их модули должны быть одинаковы. Тогда

$$E_0 = \frac{p^2}{2m_1} + \frac{p^2}{2m_2} + \frac{p^2}{2m_3},$$

откуда

$$p = \sqrt{\frac{2E_0}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}}}. \quad (19)$$

Зная импульс  $p$  (19), находим скорость первого осколка:

$$v_1 = \frac{p}{m_1} = \frac{1}{m_1} \sqrt{\frac{2E_0}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}}}. \quad (20)$$

Скорости двух других осколков находятся столь же просто.

**Ответ.**  $v_1 = \frac{1}{m_1} \sqrt{\frac{2E_0}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}}};$

$$v_2 = \frac{1}{m_2} \sqrt{\frac{2E_0}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}}};$$

$$v_3 = \frac{1}{m_3} \sqrt{\frac{2E_0}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}}}.$$

В двух следующих задачах уместное использование формулы (\*\*\*) обусловлено тем, что в решении будет фигурировать только одно значение импульса, что значительно упростит математические выкладки.

**Задача 9.** Тело массой  $m_1$  ударяется абсолютно неупруго о тело массой  $m_2$ . Найти долю  $q$  потерянной при этом кинетической энергии, если тело массой  $m_2$  до удара было в покое.

**Решение.** При абсолютно неупругом ударе сохраняется импульс  $p$  системы. Кинетическая энергия первого тела до столкновения

$$E_1 = \frac{p^2}{2m_1}. \quad (21)$$

После удара кинетическая энергия системы

$$E_2 = \frac{p^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (22)$$

Искомая доля потерянной энергии

$$q = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = 1 - \frac{E_2}{E_1}. \quad (23)$$

Подставив (21) и (22) в (23), получим

$$q = 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

**Ответ.**  $q = \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$

**Задача 10 (МФТИ).** На гладкой горизонтальной поверхности стола покоятся незакреплённые горки массами  $3m$  и  $6m$ . На вершине горки массой  $3m$  на высоте  $h$  лежит монета массой  $m$  (рис. 4). От незначительного толчка монета съезжает с горки в направлении другой горки.

1) Найдите скорость  $v$  монеты на столе.

2) На какую максимальную высоту  $H$  сможет подняться монета на горке массой  $6m$ ?

Поверхности горок гладкие. Горки имеют плавный переход к поверхности стола. Монета не отрывается от поверхности горок, а поступательно движущиеся горки – от стола. Направления всех движений находятся в одной вертикальной плоскости.

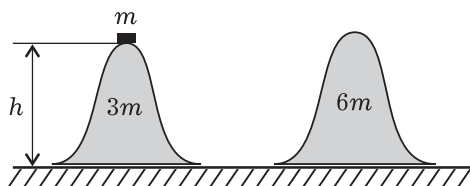


Рис. 4

**Решение.** При движении монеты и горок сохраняются механическая энергия и горизонтальная проекция импульса. После того как монета съехала с первой горки, её импульс  $p$  равен по модулю импульсу этой гор-

ки. Этот же импульс будет и у второй горки с монетой в тот момент, когда монета поднимется на неё на максимальную высоту  $H$ . Из закона сохранения энергии

$$mgh = \frac{p^2}{2m} + \frac{p^2}{2 \cdot 3m}$$

находим  $p$  и скорость  $v$  монеты на столе:

$$p^2 = \frac{3}{2}m^2gh, \quad v = \frac{p}{m} = \sqrt{\frac{3}{2}gh}.$$

Из закона сохранения энергии для заезда монеты на вторую горку

$$\frac{p^2}{2m} = mgH + \frac{p^2}{2 \cdot 7m}$$

найдем

$$mgH = \frac{3p^2}{7m} = \frac{9}{14}mgh, \quad H = \frac{9}{14}h.$$

**Ответ.**  $v = \sqrt{\frac{3}{2}gh}, \quad H = \frac{9}{14}h.$

Больших преимуществ применения формулы (\*\*\*) в следующей задаче нет, однако такое решение ничем не хуже традиционного.

**Задача 11 (Задачи Московских физических олимпиад).** Два тела массами  $m_1 = 1$  кг,  $m_2 = 2$  кг движутся навстречу друг другу во взаимно перпендикулярных направлениях со скоростями  $v_1 = 3$  м/с и  $v_2 = 2$  м/с. В результате соударения тела слипаются. Определите, какое количество теплоты  $Q$  выделится в результате соударения.

**Решение.** В задаче 3 мы уже находили количество теплоты при столкновении тел, двигавшихся перпендикулярно друг другу. Тогда нам были заданы импульсы каждого из тел до и после взаимодействия. В данной задаче путь решения окажется немного длиннее.

Найдём сначала импульсы тел до соударения

$$p_1 = m_1v_1 \quad (24)$$

и

$$p_2 = m_2 v_2. \quad (25)$$

ЗСИ в векторной форме имеет вид

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p},$$

где  $\vec{p}$  – импульс слипшихся тел.

Изобразив это векторное равенство на рисунке 5, получим прямоугольный треугольник, стороны которого связаны теоремой Пифагора

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2. \quad (26)$$

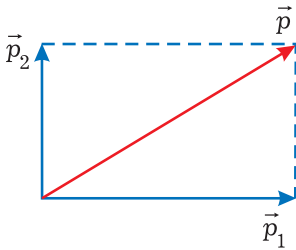


Рис. 5

Запишем теперь формулы для начальной

$$E_1 = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} \quad (27)$$

и конечной энергий системы

$$E_2 = \frac{p^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (28)$$

Учёт выражения (26) даёт

$$E_2 = \frac{p_1^2 + p_2^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (29)$$

Выделившееся тепло равно разности начальной и конечной энергий:

$$Q = E_1 - E_2. \quad (30)$$

В итоге после подстановки и преобразований получим

$$Q = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1^2 + v_2^2) \approx 4,3 \text{ Дж.}$$

**Ответ.**

$$Q = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1^2 + v_2^2) \approx 4,3 \text{ Дж.}$$

Как было отмечено в решении задачи 1, некоторые задачи из ядерной физики сходны по решению с рассмотренными выше.

**Задача 12.** Радон – это альфа-радиоактивный газ с атомной массой  $A = 222$ . Какую долю  $q$  полной энергии, освобождаемой при распаде радона, уносит  $\alpha$ -частица?

**Решение.** При радиоактивном распаде рождаются новые частицы, суммарный импульс которых равен нулю. Другими словами, они разлетаются в противоположные стороны, имея равные по модулю импульсы. С точки зрения применяемых законов совершенно не важна физическая природа сил, вызывающих разлёт тел. Это могут быть пороховые газы (задача 1), пружина (задача 7) или что-то внутриядерное в данной задаче. Важно лишь, что мы можем использовать ту же формулу кинетической энергии (\*\*). Почему? Дело в том, что дефект масс существенно меньше массы исходного ядра, поэтому выделяемая энергия мала по сравнению с энергией покоя ядер.

Тогда дальнейшее решение не вызывает затруднений. Энергия, освобождаемая при распаде (из-за дефекта масс), выделяется в виде кинетической энергии продуктов реакции:  $\alpha$ -частицы ( $A_\alpha = 4$ ) и остаточного ядра ( $A_\gamma = 218$ ). Поэтому по аналогии со вторым способом решения задачи 1 имеем:

$$q = \frac{\frac{1}{m}}{\frac{1}{M} + \frac{1}{m}} = \frac{M}{M + m},$$

где  $m/M = 4/218$ .

$$\text{Ответ. } q = \frac{M}{M + m} \approx 0,98.$$

**Задача 13** (ЕГЭ). При реакции синтеза  ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$  образуется ядро изотопа гелия и нейтрон и

выделяется энергия  $E = 3,27$  МэВ. Какую кинетическую энергию  $E_1$  уносит ядро изотопа гелия, если суммарный импульс исходных частиц равен нулю, а их кинетическая энергия пренебрежимо мала по сравнению с выделившейся?

**Решение.** И в этой задаче, несмотря на «ядерную начинку», применяются те же приёмы и формулы, что и в рассмотренных ранее задачах механики.

Выделившаяся энергия состоит из суммы кинетических энергий изотопа гелия и нейтрона:

$$E = \frac{p^2}{2m_1} + \frac{p^2}{2m_2}. \quad (31)$$

Поскольку кинетическая энергия изотопа гелия

$$E_1 = \frac{p^2}{2m_1}, \quad (32)$$

то, поделив (31) на (32), получим

$$\frac{E_1}{E} = \frac{\frac{1}{m_1}}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}} = \frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

откуда

$$E_1 = E \frac{m_2}{m_1 + m_2} \approx 0,82 \text{ МэВ.}$$

**Ответ.**  $E_1 = E \frac{m_2}{m_1 + m_2} \approx 0,82$  МэВ.

**Задача 14** (МФТИ). Реакцию синтеза дейтерия и трития  ${}^2_1\text{D} + {}^3_1\text{T} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$  изучают, направляя ускоренные до энергии  $E_0 = 2$  МэВ ионы дейтерия на тритиевую мишень. Детектор регистрирует нейтроны, вылетающие перпендикулярно к направлению пучка дейтронов. Определите энергию регистрируемых нейтронов, если в реакции выделяется энергия  $\Delta E = 17,6$  МэВ.

**Решение.** В отличие от предыдущих «ядерных» задач начальный импульс системы не равен нулю.

Запишем ЗСИ в векторной форме

$$\vec{p}_n + \vec{p}_\alpha = \vec{p}_D.$$

Так как импульс  $\vec{p}_n$  нейтрона перпендикулярен импульсу  $\vec{p}_D$  дейтерия (рис. 6), то по теореме Пифагора:

$$p_\alpha^2 = p_D^2 + p_n^2. \quad (33)$$

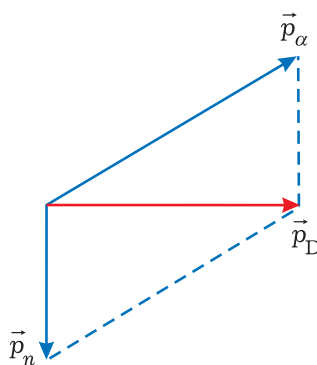


Рис. 6

По закону сохранения энергии

$$E_n + E_\alpha = E_D + \Delta E, \quad (34)$$

где

$$E_n = \frac{p_n^2}{2m_n} \quad (35)$$

есть энергия нейтрона.

Выразим из (35) квадрат импульса нейтрона:

$$p_n^2 = 2m_n E_n. \quad (36)$$

Аналогично запишем для дейтерия:

$$p_D^2 = 2m_D E_D \quad (37)$$

и  $\alpha$ -частицы:

$$p_\alpha^2 = 2m_\alpha E_\alpha. \quad (38)$$

Подставим (36), (37) и (38) в (33) и из полученного уравнения с помощью (34) определим искомую энергию нейтрона



$$E_n = \frac{m_\alpha}{m_n + m_\alpha} (m_\alpha \Delta E + (m_\alpha - m_D) E_D) \approx \\ \approx 14,9 \text{ МэВ.}$$

**Ответ.**

$$E_n = \frac{m_\alpha}{m_n + m_\alpha} (m_\alpha \Delta E + (m_\alpha - m_D) E_D) \approx \\ \approx 14,9 \text{ МэВ.}$$

И в заключение рассмотрим две задачи, для решения которых удобно использовать ещё одну формулу, которую можно получить, комбинируя исходные формулы (\*):

$$E = \frac{pv}{2}. \quad (***)$$

**Задача 15 (МФТИ).** Шарик, движущийся со скоростью  $v$  по гладкой горизонтальной поверхности, налетает на лежащий неподвижно на той же поверхности кубик. После неупругого удара шарик остановился, а кубик стал двигаться поступательно со скоростью  $v/3$ . Какая часть первоначальной кинетической энергии шарика перешла в теплоту?

**Решение.** Итак, теперь в нашем распоряжении имеется три возможные формулы для кинетической энергии:

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} = \frac{pv}{2}.$$

Проще всего задача решается, если использовать последнюю из них (\*\*). В этом случае закон сохранения энергии принимает вид

$$\frac{pv}{2} = \frac{p(v/3)}{2} + Q,$$

откуда сразу находим

$$Q = \frac{pv}{3} = \frac{2}{3} \frac{pv}{2} = \frac{2}{3} E_0.$$

**Ответ.**  $Q = \frac{2}{3} E_0.$

**Задача 16 (ЕГЭ).** Шарик, движущийся по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью  $v$ , налетает на лежащий на той же поверхности более тяжёлый шарик. В результате частично неупругого удара первый шарик остановился, причём 75% его первоначальной кинетической энергии перешло во внутреннюю энергию. Какова скорость  $u$  второго шарика после удара?

**Решение.** Воспользуемся снова формулой (\*\*). Первый шарик при ударе передал второму 25% своей энергии:

$$\frac{1}{4} \frac{pv}{2} = \frac{pu}{2},$$

откуда

$$u = \frac{v}{4}.$$

**Ответ.**  $u = \frac{v}{4}.$

Подведём итоги. Ещё раз отметим, что все разобранные задачи, конечно же, можно было решать традиционным способом, используя законы сохранения энергии и импульса в явном виде. Мы постарались показать, что использование формул (\*\*) и (\*\*\*) для кинетической энергии позволяет во многих случаях значительно упростить решение задач. Если суметь во время олимпиады или ЕГЭ использовать данный приём, можно сэкономить время и уменьшить вероятность ошибки. Именно этого мы и желаем всем читателям журнала!

**Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор**

В класс входит Вовочка. На лбу огромная шишка.

– Вовочка, что с тобой?

– Пчела

– Укусила?

– Не успела. Ее мама скалкой. . .