

Сырцов Сергей Рудольфович

*Доцент, кандидат физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник Института
технической акустики НАН Беларуси (г. Витебск).*



О силе взаимодействия двух точечных зарядов

Взаимодействие двух точечных зарядов – что может быть проще? Но это если заряды находятся в пустоте. А когда они погружены в среду, всё немного сложнее. В большинстве случаев учесть влияние среды на величину сил, действующих на заряды, непросто. В статье рассмотрены несколько примеров, когда это удаётся сделать.

Название статьи может вызвать удивление – что же ещё неясного может быть в вопросе о взаимодействии двух точечных зарядов? Ведь в любом школьном учебнике [1] изучение электростатики начинается с описания того, как в далеком 1785 году великий французский учёный Шарль Кулон установил, что два небольших бузиновых позолоченных шарика взаимодействуют в воздухе с силой, равной по величине (в современных обозначениях)

$$F_0 = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{r^2}, \quad (1)$$

где q_1, q_2 – заряды шариков, r – расстояние между ними,

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ нм}^2/\text{кл}^2.$$

Немного позже был экспериментально открыт и другой важнейший закон электростатики (*принцип суперпозиции*), утверждающий, что «сила взаимодействия двух точечных зарядов не изменяется в присутствии других зарядов». По своей роли в учении об электриче-

стве он столь же важен, как и закон Кулона.

За много лет, прошедших после открытия закона Кулона, формулировка его практически не изменилась – считается, что он строго выполняется в пустоте (вакууме) для точечных зарядов (это те же шарики, но очень-очень маленькие). Достигнуто и понимание того, каким образом один заряд «дотягивается» до другого и действует на него. Считается, что заряд создаёт вокруг себя электрическое поле, которое характеризуется в каждой точке пространства вектором напряжённости \vec{E} . При помещении в эту точку пространства другого заряда величиной q_2 поле действует на него с силой

$$\vec{F} = q_2 \cdot \vec{E}. \quad (2)$$

Так как модуль напряжённости точечного заряда q_1 меняется с расстоянием по закону

$$E = \frac{k \cdot q_1}{r^2},$$

то из (2) и следует закон Кулона.

Однако в «реальной жизни» заряды редко располагаются в пустоте – чаще всего они находятся в какой-либо среде. А любую среду (вещество) можно рассматривать как вакуум, испорченный вкрапленными в него зарядами ядер и электронов. Как эти «вкрапления» влияют на силу взаимодействия двух точечных зарядов в вакууме? Ответ на этот вопрос даёт принцип суперпозиции. И этот ответ следующий: никак не влияют! Не важно, где и как расположены наши точечные заряды – достаточно знать расстояние между ними и помнить формулу (1). «А как же в таком случае быть с законом взаимодействия двух точечных зарядов в среде с диэлектрической проницаемостью ε

$$F = \frac{k \cdot q_1 q_2}{\varepsilon \cdot r^2}, \quad (3)$$

приведённом в любом учебнике по электростатике?» – может спросить пытливый ученик, собирающийся по этой формуле решать задачи на ЕГЭ. Причина возникшей нестыковки следующая. В школьных учебниках (и не только в них) под силами взаимодействия между зарядами понимают (но не всегда говорят об этом) полную силу, действующую на заряды в среде. То есть к «чисто кулоновской» силе F_0 между частицами (она всегда остаётся неизменной и определяется по формуле (1)) добавляются силы со стороны частиц среды, неизбежно возникающие при размещении зарядов в ней. Помещённые в среду заряды не могут не ощутить её влияния. Ведь частицы среды под влиянием внешних воздействий (тех же внесённых в неё зарядов) смещаются на небольшие (в диэлектриках) или большие (в металлах) расстояния и создают свое поле. Поэтому даже если первоначально напряжённость \vec{E} в той

точке среды, куда мы собрались поместить заряд, была равна нулю, она может существенно измениться после его помещения туда. Более того, даже если нам удастся всё аккуратно рассчитать и определить \vec{E} в месте будущего расположения заряда q , совсем не факт, что нам удастся затем определить по формуле (2) силу, действующую на него. Дело в том, что каким бы маленьким ни был точечный заряд, это – физический объект, и он имеет поверхность, которая контактирует с частицами среды. Эти поверхностные силы тоже надо учитывать при определении суммарной силы. В большинстве случаев полностью учесть влияние среды на взаимодействие между зарядами очень непросто. Даже для точечных зарядов редко удаётся получить соотношения, аналогичные закону Кулона для пустоты. Тем более интересны случаи, когда сделать это удаётся. Несколько таких примеров рассмотрены в данной статье.

Пример 1. Два точечных заряда в однородной жидкой среде. Ситуация здесь следующая. Наличие среды (однородной, неоднородной – неважно) никак не влияет на величину силы электростатического взаимодействия точечных зарядов – она продолжает определяться согласно закону Кулона по формуле (1). Но поле заряда (например, $q_1 > 0$), оказывает ориентирующее действие на окружающие его молекулы жидкого (газообразного) диэлектрика – поляризует его. В результате на поверхности диэлектрика, примыкающего к заряду, появляются отрицательные поляризационные (связанные) заряды, и среда сама становится источником электрического поля. Величина поляризационного заряда

$$q_{\text{пол}} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \cdot q_1,$$

где диэлектрическая проницаемость ε – физическая величина, характеризующая способность среды поляризоваться. Поле в любой точке диэлектрика создаётся теперь двумя противоположно заряженными сферами (рис. 1), и можно считать, что оно создаётся одним «эффективным» зарядом

$$q_1^* = q_1 - q_{\text{пол}} = \frac{q_1}{\varepsilon}.$$

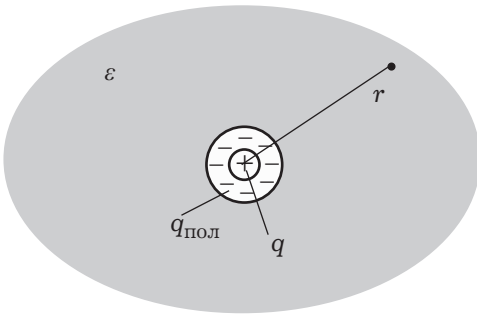


Рис. 1

Мы получили важный результат – оказывается, решения всех задач электростатики в пустоте могут быть переписаны в диэлектрической жидкой среде формальной заменой $q \rightarrow \frac{q}{\varepsilon}$. В частности, напряжённость точечного заряда q_1 меняется по закону

$$E_1 = \frac{k \cdot q_1}{\varepsilon \cdot r^2}. \quad (4)$$

Можем ли мы теперь сразу определить силу, действующую на заряд q_2 , следуя соотношению

$$F_2 = E_1 \cdot q_2 = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{\varepsilon \cdot r^2} ?$$

Как бы не так! Ведь как только мы вносим в диэлектрик второй заряд q_2 , вокруг него возникают свои поляризационные заряды. Кроме того, и жидкость не остаётся безучастной к происходящему и за счёт сил гидростатического давления стремится наши частицы раздвинуть.

Всё это вместе не так просто подсчитать. Многие выдающиеся физики (включая Максвелла) на протяжении многих лет, споря и поправляя друг друга, подсчитывали. И установили, что силы, действующие на оба заряда, действительно могут всё же быть определены по формуле (3). Её и выдают в школьных учебниках за закон взаимодействия двух точечных зарядов в диэлектрической среде. Это, конечно же, неправильно. По этой формуле определяется результирующая электрических и механических сил, действующих на заряды со стороны друг друга и частиц жидкости. Решить задачу по ней на ЕГЭ, конечно, можно, но и об особенностях её вывода забывать не следует.

Пример 2. Два точечных заряда в однородной твёрдой среде. В отличие от жидкости и газа, в твёрдом диэлектрике никто места зарядам просто так уступать не собирается – надо специально для них «вырубить» полости, в которые их можно было бы поместить. Но появившиеся на поверхности полостей поляризационные заряды $q_{\text{пол}}$ создадут в них своё поле, изменив существенным образом напряжённость поля, ранее существовавшую в этом месте. Кроме того, величина заряда $q_{\text{пол}}$ и его поле существенным образом зависят от того, какой формы полость для размещения q мы вырубам. В случае же плотного прилегания заряженного тела к диэлектрику всё ещё больше запутывается из-за необходимости учёта упругих напряжений, возникающих в диэлектрике вследствие его деформации. Ограничимся приведением результатов расчёта поля в полостях наиболее простой конфигурации.

Пусть в какой-то области пространства создано однородное поле с напряжённостью E_0 . После заполнения её диэлектриком с проницаемостью ε происходит уменьшение напряжённости до значения

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}.$$

Напряжённости поля в полостях

различной конфигурации представлены на рис. 2. Из приведённых соотношений следует:

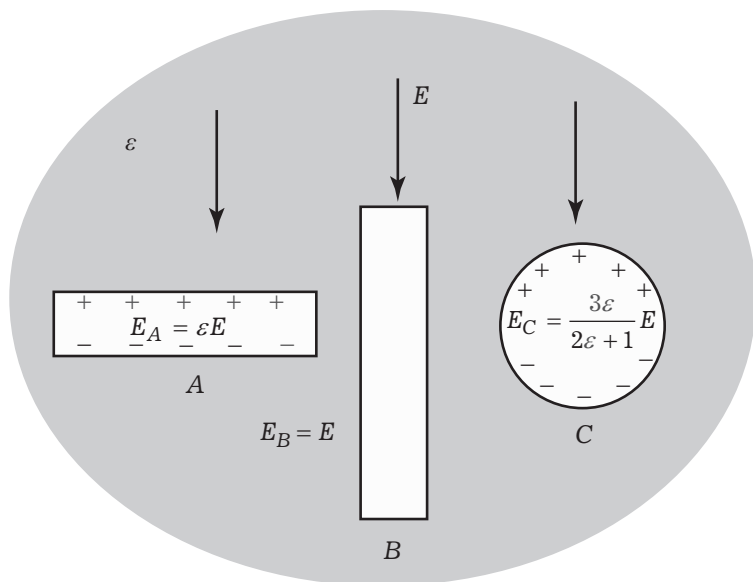


Рис. 2

1) напряжённость в полости A (узкая щель, перпендикулярная напряжённости E) возрастает в ε раз по сравнению с той, что была в диэлектрике на её месте;

2) вырезание полости B (узкая щель параллельно E) не меняет напряжённость поля;

3) поляризационные заряды на поверхности сферической полости C вызывают возрастание напряжённости в $\frac{3\varepsilon}{2\varepsilon + 1}$ раз.

Теперь мы можем решить следующую задачу. Два точечных заряда q_1 и q_2 находятся на расстоянии r друг от друга в твёрдом диэлектрике (с проницаемостью ε) в центрах малых сферических полостей (рис. 3). Найти силы, действующие на заряды.

Поле, создаваемое зарядом q_1 в среде, определяется по закону (3). Из-за малости полости, в которой

расположен заряд q_2 , поле в ней можно считать однородным. Так как полость сферическая (соответствует случаю C на рис. 2), напряжённость в ней равна

$$E_1 = \frac{3\varepsilon E_0}{2\varepsilon + 1}.$$

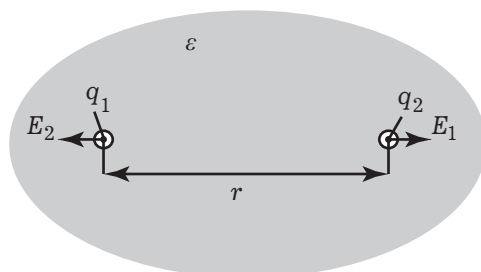


Рис. 3

Следовательно, сила, действующая на заряд q_2 , равна

$$F_2 = q_2 \cdot E_1 = \frac{3}{2\varepsilon + 1} \cdot F_0. \quad (5)$$

Она меньше силы F_0 в пустоте, но в

$\frac{3\varepsilon}{2\varepsilon + 1}$ раз превышает силу, действующую на заряд в жидкости с такой же диэлектрической проницаемостью. Нетрудно показать, что равная по величине сила действует и на заряд q_1 . Уменьшение сил, действующих на заряды, по сравнению с вакуумом, обусловлено наличием в диэлектрике поляризационных зарядов, поле которых зависит от свойств среды и геометрии полости. Формула (5) выражает «закон взаимодействия в диэлектрической среде» для наших зарядов. Были бы другие полости – был бы другой «закон Кулона»!

Пример 3. Два точечных заряда вблизи границы раздела двух однородных жидких сред. В этом случае происходит следующее. При поляризации обоих диэлектриков граничную поверхность пересекает разное число зарядов со стороны каждого из диэлектриков. В результате вблизи границы (на обеих её сторонах) сосредотачивается связанный заряд с суммарной поверхностной плотностью $\sigma_{св} = \sigma_{св1} + \sigma_{св2}$ (рис. 4).

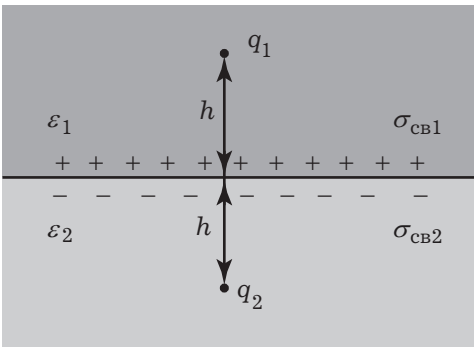


Рис. 4

Разработан простой и наглядный способ расчёта характеристик поля, создаваемого этими зарядами, – метод «электростатических изображений». Подробнее об этом методе

можно узнать, например, в [1, 2]; мы же просто воспользуемся его результатами и решим следующую задачу. Два точечных заряда q_1 и q_2 находятся на равных расстояниях h от границы раздела двух однородных жидких диэлектриков с проницаемостями ε_1 и ε_2 . Найти силы F_1 и F_2 , действующие на каждый из зарядов.

Оказывается, поле поляризационных поверхностных зарядов $\sigma_{св1}$ от q_1 в первой среде такое же, как от заряда-изображения

$$q_1' = q_1 \cdot \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2},$$

расположенного во второй среде на расстоянии h от границы (расстояние между зарядами $r = 2h$), причём расчёт ведётся так, как будто проницаемость среды ε_1 . Поле, создаваемое $\sigma_{св1}$ во второй среде, определяется как поле от дополнительного заряда

$$q_1'' = q_1 \cdot \frac{2 \cdot \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2},$$

расположенного в той же точке, где находится заряд q_1 (расчёт ведётся для среды с ε_2). Аналогичным способом можно рассчитать и поле, создаваемое в обеих средах связанным зарядом $\sigma_{св2}$, возникающим от действия q_2 . После введения указанных зарядов нетрудно найти искомые силы:

$$F_1 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \cdot \varepsilon_1} \cdot \frac{k \cdot q_1^2}{r^2} + \frac{2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \cdot F_0, \quad (6)$$

$$F_2 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \cdot \varepsilon_2} \cdot \frac{k \cdot q_2^2}{r^2} + \frac{2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} F_0. \quad (7)$$

Характерной особенностью сил, действующих на заряды, является их неравенство: $F_1 \neq F_2$. Это, впрочем, и неудивительно – заряды q_1 и q_2 сами по себе не образуют зам-

кнутую механическую систему (имеются ещё связанные заряды на границе раздела сред), поэтому 3-й закон Ньютона для них выполняться и не должен. Сила F_0 взаимодействия непосредственно между q_1 и q_2 определяется «истинным» законом Кулона (1), а остальные заряды в среде добавляют всё остальное в выражениях (6) – (7). То, что эти добавки значимы, свидетельствует тот факт, что даже при отсутствии q_2 на заряд q_1 продолжает действовать сила

$$F_1^* = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \cdot \varepsilon_1} \cdot \frac{k \cdot q_1^2}{r^2}! \quad (8)$$

При $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ поляризационный заряд на поверхности $\sigma_{\text{пов}} < 0$, и q_1 притягивается к границе; при $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ имеем $\sigma_{\text{пов}} > 0$, и q_1 от границы отталкивается. Таким образом, для возникновения силы, действующей на заряд, помещённый в неоднородную среду (в которой $\varepsilon \neq \text{const}$), нет никакой необходимости в присутствии других свободных зарядов. Заряд сам найдёт, с кем из окружающих ему провзаимодействовать. При желании формулу (8) можно даже трактовать как «закон Кулона для взаимодействия заряда q_1 с самим собой», но лучше этого не делать.

Заключение. Таким образом, желательно помнить, что электро-

статическая сила взаимодействия между зарядами q_1 и q_2 всегда определяется **истинным (единственным и неповторимым) законом Кулона в пустоте** (1). Только с практической точки зрения эта «чисто кулоновская» сила малоинтересна. А вот чтобы найти полную силу, действующую на заряд, помещённый в среду, надо ещё как постараться! В рассмотренных нами примерах заряды располагались симметричным образом в средах с «хорошими» характеристиками – неизменная ε , плоская граница раздела, сферические полости. Поэтому и её влияние на заряды удалось оценить с помощью простых соотношений, похожих на закон Кулона. В общем случае рассчитать влияние среды непросто – часто только численными методами.

Понятно, что авторам школьных учебников сложность учёта влияния среды обитания зарядов на «силу их взаимодействия» хорошо известна. Но стремление не «отпугнуть» учащегося заставляет их представлять сложные вещи попроще – вот и появляется простой и красивый закон «взаимодействия зарядов в среде». Возможно, такой упрощающий подход в чём-то и верен. Но для ученика, стремящегося в дальнейшем связать свою жизнь с техническими науками, лучше уже сейчас представлять и понимать, как всё происходит «на самом деле».

Литература

1. *Мякишев Г.Я.* Физика: Электродинамика. 10 – 11 кл. – М.: Дрофа, 2002. – 480с.
2. *Черноуцан А.И.* Метод электростатических изображений. // Квант. – 1996. – №1. – с.42 – 46.