



Лукьянов Андрей Александрович

*Кандидат физико-математических наук, доцент,
ведущий инженер Лаборатории
по работе с одаренными детьми МФТИ.*

Легкие задачи кинематики движения по окружности

Рассмотрено несколько несложных задач по кинематике равномерного движения по окружности. Обращено внимание на понимание формул, а не на формальную «игру в буквы».

Основные формулы данного раздела:

- определение угловой скорости движения $\omega = \Delta\varphi / \Delta t$, (1)
причем угол измерен в радианах (НЕ в угловых градусах); при равномерном вращении (1) сводится к известной формуле

$$\omega = 2\pi / T, \quad (1')$$

где T – период обращения (рис. 1);

- формула, связывающая линейную и угловую скорости,

$$V = \omega R; \quad (2)$$

- две формулы для центростремительного ускорения

$$a = V^2 / R = \omega^2 R. \quad (3-3')$$

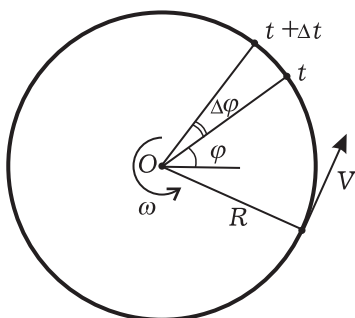


Рис.1

1. Определить линейную скорость вращения точек земной поверхности на широте Санкт-Петербурга (60°) и на экваторе. Радиус Земли – 6370 км. Выразить скорость в км/ч. [Ответы: ≈ 232 м/с ≈ 834 км/ч; ≈ 464 м/с ≈ 1670 км/ч]

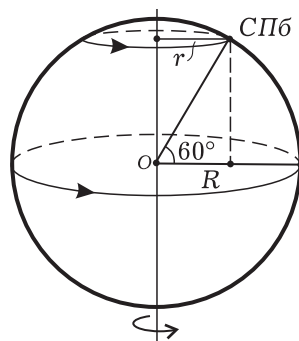


Рис.2

Решение. Скорость на широте Санкт-Петербурга вычисляем по формуле $v = \omega r = (2\pi / T)R \times \cos 60^\circ$ (рис. 2), а на экваторе $V = (2\pi / T)R$. Здесь у многих еще возникает оговорка: что подставлять в качестве T ? – Забывают, что речь идет не вообще о вращении, но о вращении

Земли вокруг собственной оси. Значит, т.е. $T \approx 24$ часа = 24×3600 сек. Точно так же, когда речь заходит о вращении Земли вокруг Солнца, часто не могут сообразить, что $T \approx 365$ дней (а с учетом того, что каждый 4-ый год високосный, $T \approx 365,25$ суток.) – Можно не помнить длительность лунного месяца или время обращения Солнца вокруг центра Галактики. Но помнить *такие числа* должен все-таки каждый. – Далее все просто, – и мы получаем ответ: на широте Санкт-Петербурга скорость вращения точек земной поверхности равна $232 \text{ м/с} \approx 834 \text{ км/ч}$, а на экваторе – $464 \text{ м/с} \approx 1670 \text{ км/ч}$.

Скорость 834 км/ч – это скорость самолета, а скорость 464 м/с – это уже больше скорости звука в воздухе ($\approx 330 \text{ м/с}$, т.е. примерно $1/3 \text{ км/с}$)! – Почему же мы не ощущаем этой скорости? – Спросим себя, однако: а разве в самолете мы ощущаем его 834 км/ч ? – Мы, вообще, не ощущаем скорость, о чем писал еще Галилей (хотя писал, конечно, не о самолетах). – Другое дело, что мы могли бы ощущать *ускорение*. В самолете во

время его разгона и во время посадки мы его замечательно чувствуем. Даже на вращающейся карусели (движущейся отнюдь не со скоростью самолета!) мы еще как чувствуем ускорение. – Почему же мы не чувствуем ускорения, связанного с вращением Земли вокруг своей оси? – Что ж, разберемся с ускорением точнее земной поверхности.

2. Определить центростремительное ускорение точек земной поверхности на широте Санкт-Петербурга (60°) и сравнить его с ускорением свободного падения. Радиус Земли – 6370 км . [**Ответы:** $\approx 0,0168 \text{ м/с}^2$; $\approx$ в 583 раза меньше]

Решение. Теперь действуем по формуле $a_{\text{ц.с.}} = \omega^2 r = (2\pi/T)^2 R \times \cos 60^\circ$, откуда подстановкой чисел получаем ответ задачи. Ускорение, как видим, оказалось чрезвычайно маленьким по сравнению с ускорением свободного падения (которое мы, разумеется, чувствуем). Поэтому мы и не ощущаем вращения Земли. При вращении карусели ускорение больше; еще больше оно в центрифугах, на которых тренируют космонавтов.

Самостоятельно решите следующие задачи:

3. Найти линейную скорость вращения Луны вокруг Земли. Период вращения – $27,3$ суток; среднее расстояние от Земли до Луны – $3,84 \times 10^5 \text{ км}$. [**Ответы:** $\approx 1 \text{ км/с}$ – скорость современного самолета, движущегося в 3 раза быстрее скорости звука в воздухе]

4. Найти линейную скорость вращения Земли вокруг Солнца. Среднее расстояние от Земли до Солнца – 149 млн. км . [**Ответ:** $\approx 30 \text{ км/с}$]

5. Центрифуга, используемая для тренировки космонавтов, совершает $0,5$ об/с при радиусе траектории 4 м . Определить линейную скорость и центростремительное ускорение космонавта. Сравнить последнее с ускорением свободного падения. [**Ответы:** $\approx 12,6 \text{ м/с} \approx 45,2 \text{ км/ч}$; $\approx 39,4 \text{ м/с}^2$; $\approx 4 g$]

6. Реактивный самолет, движущийся со скоростью 1800 км/ч , выполняет маневр и летит по дуге радиусом 3 км . Чему равно ускорение самолета, выраженное в g ? Через какое время самолет развернется (полетит назад)? [**Ответы:** $\approx 8,5g$, $\approx 18,8 \text{ с}$]

7. Автомобиль едет по дороге со скоростью V без проскальзывания колес. (Т.е. это – не резкое торможение, когда машина едет юзом, и не лихой старт с дымом из-под колес.) Радиус колеса автомобиля – R . Определить угловую скорость вращения колеса. [Ответ: $\omega = V / R$]

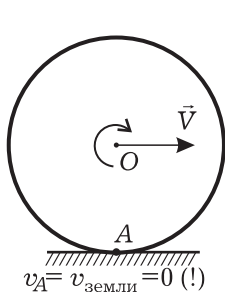


Рис.3а

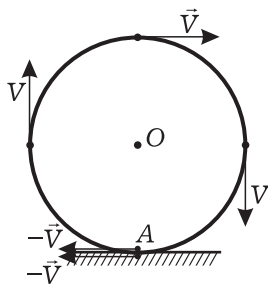


Рис.3б

Решение. Эта задача не так проста, как кажется. Ответ задачи вводит в заблуждение своей простотой. Формула $\omega = V / R$ была выведена для случая *неподвижной* оси, вокруг которой вращалась материальная точка. В нашем случае сама ось вращения движется – со скоростью автомобиля V . Таким образом, чтобы еще воспользоваться известным результатом $\omega = V / R$, нужно как-то «сделать» ось вращения *неподвижной*. – Физики это делают просто – мысленным переходом в нужную им систему отсчета (СО), – в нашем случае, понятное дело, – в систему отсчета, в которой автомобиль покоится. В новой СО, правда, «начинает» двигаться земля. Пусть автомобиль двигался вправо (рис. 3а). Тогда в СО, связанной с автомобилем (неподвижной относительно автомобиля), земля будет двигаться влево со скоростью V (рис. 3б). – И что же дальше? – Ведь мы еще никак не воспользовались условием, что *нет проскальзывания между колесами и дорогой*. – Но что это значит на

языке скоростей? – Только то, что *самые нижние точки колес автомобиля имеют точно такую же скорость, что и дорога!* (Наличие проскальзывания и означает разницу в скоростях!) Но это значит, что самая нижняя точка любого колеса в системе отсчета, связанной с автомобилем имеет *мгновенную скорость* равную V – скорости автомобиля как целого, но движется вместе с дорогой «влево» (в тот самый момент, когда именно она находится в контакте с дорогой!). А теперь уже можно воспользоваться формулой $\omega = V / R$ – в СО, связанной с автомобилем, мы имеем обычное вращение колеса относительно неподвижной оси, причем, нам известно, что крайняя точка колеса, находящаяся на расстоянии R от оси, движется со скоростью V , а значит, и все внешние точки колеса движутся с такой же *по модулю* скоростью.

А какую скорость имеет самая нижняя точка колеса в системе отсчета, связанной с дорогой? – Ответить на этот вопрос не трудно. Если скорость автомобиля относительно дороги равна $\vec{V}$ и направлена «вправо», то в СО, связанной с автомобилем, нижняя точка имеет скорость $-\vec{V}$ (она направлена «влево»). Чтобы получить скорость этой точки относительно дороги, нужно найти сумму $\vec{V} + (-\vec{V})$, и эта сумма оказывается равной нулю! – Ничего удивительного нет: если дорога покоится относительно нас (т.е. имеет равную нулю скорость), то и эта точка тоже (если уж между ней и дорогой нет проскальзывания!) тоже имеет равную нулю скорость.

Многих учащихся в задачах без проскальзывания смущает, что самые нижние точки колеса имеют точно такую же скорость, что и точки дороги. В системе отсчета, связанной с автомо-

билем, это еще не так удивительно. Но как представить себе проносащийся мимо вас болид «Формулы-1» (движущийся со скоростью 300 км/ч!), в котором имеются точки, которые покоятся относительно вас!? – Дело в том, что покоятся они лишь мгновение: речь идет о равной нулю *мгновенной скорости* самых нижних точек колеса!

Но на колесе, оказывается, имеются точки, которые движутся со скоростью вдвое большей, чем скорость поступательного движения автомобиля. В самом деле, в системе отсчета, связанной с автомобилем, верхняя точка колеса движется «вправо» со скоростью V . Но двигаясь еще и вместе с автомобилем «вправо»

со скоростью V относительно дороги, эта точка имеет скорость $2V$ относительно дороги! – И всё это совсем не шутки! – А главное, это имеет прямое отношение к нашей безопасности на дороге. Когда я еду по шоссе на велосипеде и вижу валяющиеся на дороге болты и гайки, я точно знаю, что это они *сейчас лежат* на дороге, т.е. имеют скорость равную нулю относительно нее. Но когда-то они двигались вместе с какой-нибудь машиной, которая, возможно, неслась со скоростью 100 км/ч или больше. И я задаю себе вопрос: а с какого места колеса сорвалась эта гайка? Какую она при этом имела скорость? – Не хотел бы я на себе ощутить удар такой гайки!

Самостоятельно решите задачу:

8. Сколько оборотов в секунду делает колесо автомобиля диаметром 60 см, когда автомобиль едет со скоростью: а) 60 км/ч; б) 120 км/ч? [Ответы: $\approx 8,8$; ≈ 18]

9. (*) В кассетном магнитофоне (рис. 4) скорость движения ленты мимо магнитной головки (мг) постоянна и равна $v \approx 4,76$ см/с. При прослушивании кассеты, рассчитанной на $\tau = 45$ мин, от начала и до конца показания счетчика оборотов приемной «катушки» составили $N = 1145$. Зная радиус «катушек» без пленки ($r = 1,1$ см) определите толщину пленки δ . [Ответ: ≈ 12 мкм]

Решение. Пусть R – радиус катушечки вместе со всей пленкой, d – ширина пленки (поперек рисунок)

$$R - r = N \cdot \delta. \quad (1)$$

Объем пленки:

$$\pi(R^2 - r^2) \cdot d = d \cdot \delta \cdot v\tau \quad (2),$$

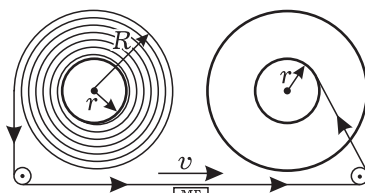


Рис. 4

где $v\tau$ – длина пленки. Деля 2-е уравнение на 1-ое, получаем:

$$\pi(R + r) = \frac{v\tau}{N} \text{ и}$$

$$R = \frac{v\tau}{\pi N} - r \approx 2,47 \text{ см} \approx 2,5 \text{ см}. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (1), находим:

$$\delta = \frac{R - r}{N} = \frac{1}{N} \left(\frac{v\tau}{\pi N} - 2r \right) \approx 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ см} = 12 \text{ мкм}.$$

Самостоятельно решите задачу:

10. В типографию завезли бумагу в рулоне. Во время работы рулон разматывают и используют бумагу для печати газет. Через 40 дней работы оказалось, что радиус оставшейся части составляет $2/3$ от начального. На сколько дней работы хватит его оставшейся части? Считайте, что типография работает с одинаковой интенсивностью. Бумага намотана до самой оси рулона. [Ответ: 32 дня]