

**Мукушев Базарбек Агзашулы**

*Доктор педагогических наук, профессор кафедры физики и информатики Семипалатинского государственного педагогического института, обладатель государственного гранта Республики Казахстан «Лучший преподаватель вуза – 2007».*



## Использование метода «от противного» при решении физических задач на доказательство

Известно множество методов науки, используемых в исследовании окружающего нас материального и социального мира. Большинство из них имеют узкое применение, то есть принадлежат той или иной науке. Однако некоторые методы науки являются универсальными, и ими пользуются исследователи различных научных направлений. К такой категории методов относится так называемый метод «от противного».

Из курса математики известно, что применение метода «от противного» сводится к следующему: мы исходим из некоторого предположения и, пользуясь верными законами, постулатами и принципами, делаем ряд логических умозаключений, в результате чего приходим к некоторому утверждению, неверность которого для нас несомненна (к противоречию). Далее делаем вывод: если это утверждение правильное, то мы могли прийти к нему в результате логически верных умозаключений только при одном условии: наше исходное предположение неверно. На сегодняшний день этот метод успешно применяется при решении алгебраических, геометрических и логических задач. Метод

«от противного» давно стал надёжным инструментом исследования историков, археологов, криминалистов и других.

Нами предлагается ряд примеров на применение метода «от противного» при решении некоторых физических задач на доказательство.

**Задача 1.** Докажите, что силовые линии электростатического поля не могут пересекаться в пространстве или касаться друг друга в тех точках, где отсутствуют заряженные тела.

**Решение.** Допустим, что в точке  $O$  силовые линии пересекаются (рис. 1 а) или касаются друг друга (рис. 1 б). Тогда по мере приближения к точке  $O$  силовые линии сбли-

жаются, т. е. их густота увеличивается, и, следовательно, напряжённость поля неограниченно растёт.

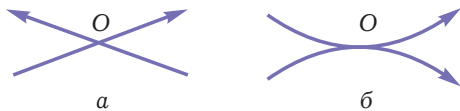


Рис. 1

Из закона Кулона следует, что если поле создано заряженным телом, то нигде вне этого тела напряжённость поля не может быть бесконечной. По принципу суперпозиции напряжённость суммарного поля есть сумма напряжённостей полей отдельных заряженных тел, а сумма конечного числа ограниченных величин имеет определённое значение. Это и доказывает утверждение, содержащееся в тексте задачи.

Невозможность пересечения силовых линий следует также из неоднозначности определения напряжённости поля в точке их пересечения.

**Задача 2.** Докажите, что силовые линии электростатического поля не бывают замкнутыми.

**Решение.** Предположим, что силовые линии электростатического поля замкнуты. Выберем одну такую замкнутую силовую линию и окружим её мысленно замкнутой тонкостенной трубочкой из диэлектрика так, чтобы эта линия оказалась внутри трубочки. Эта трубочка не даёт возможности заряженной частице сойти с силовой линии при криволинейном движении. Если бы на такой линии оказалась свободная заряженная частица с нулевой начальной скоростью, то она двигалась бы вдоль линии, ускоряясь под действием электростатического поля. Частица, приобретя скорость, не может сойти с силовой линии. Это привело бы к бесконечному росту кинетической энергии заряженной частицы, что противоречит закону

сохранения энергии. Значит, наше исходное предположение неверно.

**Задача 3.** Существует ли такое электростатическое поле, силовые линии которого параллельны, но их густота в направлении, перпендикулярном силовым линиям, изменяется (рис. 2)?

**Решение.** Допустим, что такое электростатическое поле существует. Переместим мысленно по замкнутому контуру  $ABDG$ , находящемуся в таком поле, точечный заряд  $q$  (рис. 3).

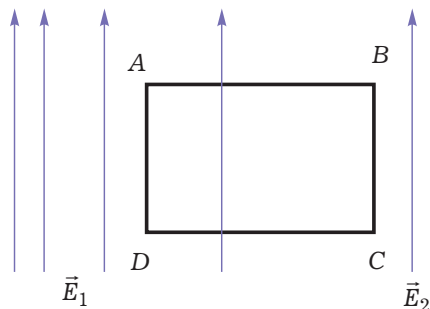


Рис. 2.

Где гуще располагаются силовые линии, там больше модуль напряжённости  $|\vec{E}_1| > |\vec{E}_2|$ . Работа сил поля по перемещению заряда на участках  $AB$  и  $CD$  равна нулю, ибо здесь силовые линии перпендикулярны направлению перемещения. Работа на участке  $BC$  равна  $-qE_2l$ , а на участке  $DA$  равна  $qE_1l$ . Общая работа при перемещении заряда по замкнутому контуру в электрическом поле равна  $A = q(E_1 - E_2)l$ . Она отлична от нуля. Это противоречит свойству потенциальности электростатического поля, поэтому такое электростатическое поле не существует.

**Задача 4.** Может ли существовать электростатическое поле, у которого силовые линии – параллельные прямые, а абсолютная величина напряжённости изменяется только в

направлении, перпендикулярном силовым линиям (рис. 4)?

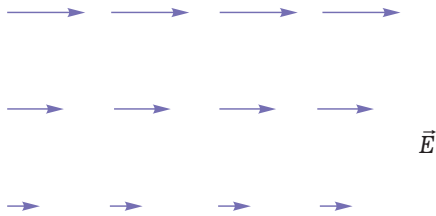


Рис. 3

**Решение.** В этой задаче другими словами сформулировано условие задачи 3. Поэтому приведём краткое решение. Если бы существовало такое электрическое поле, то работа по перемещению заряда по замкнутому контуру была бы отлична от нуля. Как и в предыдущей задаче, это противоречило бы свойству потенциальности электростатического поля. Поэтому такое электростатическое поле не существует.

**Задача 5.** Может ли видеть «человек-невидимка» из одноимённого романа английского писателя Уэллса?

**Решение.** Считаем, что «человек-невидимка» видит. Если чело-

век невидимый, тогда все части его тела – в том числе и глаза – должны быть прозрачными. При этом показатели их преломления равны показателю преломления воздуха. Следовательно, и показатель преломления хрусталика «человека-невидимки» тоже равен показателю преломления воздуха. В связи с этим при переходе из одной среды (воздух) в другую (хрусталик) лучи не преломляются и не могут собираться в одну точку. Следовательно, они не могут на сетчатке глаза образовать изображение. Значит, наше предположение оказалось ошибочным. «Человек – невидимка» не может ничего видеть.

**Задача 6.** Используя принцип относительности, покажите, что поперечные размеры тела не изменяются при переходе от одной системы отсчёта к другой.

**Решение.** Допустим, что при движении тела относительно системы отсчёта его поперечные размеры изменяются, например, сокращаются. Пусть размеры диска и отверстия в доске точно совпадают в некоторой точке отсчёта (рис. 4 а).

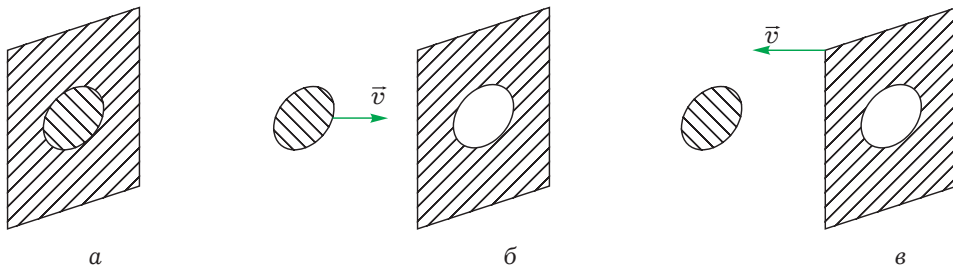


Рис. 4

Свяжем теперь систему отсчёта с доской, а диск пусть движется (рис. 4 б). Тогда согласно нашему предположению о сокращении поперечных размеров диск свободно пройдёт через отверстие. Если же мы свяжем систему отсчёта с дис-

ком, то согласно нашему предположению уменьшатся размеры отверстия (рис. 4 в), и диск сквозь него не пройдёт. Полученное противоречие доказывает несостоятельность предположения о сокращении поперечных размеров.

**Задача 7.** Докажите, что законы классической физики неприменимы в объяснении планетарной модели атома водорода, в которой электрон движется по круговой орбите вокруг ядра.

**Решение.** Предположим, что выполняются классические законы механики, электричества и оптики в процессах, происходящих в этой модели атома. Поскольку электрон движется по круговой орбите с центростремительным ускорением, он должен излучать электромагнитные волны. Излучение электромагнитных волн должно происходить непрерывно и было связано с потерей электроном энергии. Отсюда следует, что атом не может быть устойчив: электрон, непрерывно теряющий энергию на излучение, не может удержаться на круговой траектории. Он должен по спирали приближаться к ядру и упасть на него. Но этот вывод противоречит действительности. Во-первых, атому свойственна исключительная устойчивость. А во-вторых, излучение атома представляет собой линейчатый спектр, что доказывает дискретный характер испускания атомом электромагнитных волн.

Полное несоответствие выводов, основанных на классическом объяснении планетарной модели атома, и опытных фактов вызвало сомнения во всеильности законов классической физики и привело к созданию современной квантовой механики.

**Задача 8.** Может ли свободный покоящийся в вакууме электрон поглотить фотон?

**Решение.** Предположим, что свободный электрон может поглотить фотон. Напишем для этого случая законы сохранения энергии и импульса, считая взаимодействие нерелятивистским:

$$h\nu = mv^2/2, \quad h\nu/c = mv.$$

Отсюда  $v = 2c$ .

Получили, что после взаимодействия электрон должен обладать скоростью в два раза большей скорости света. Этот результат противоречит специальной теории относительности. Значит, свободный электрон не может поглотить фотон.

**Задача 9.** Доказать, что в вакууме фотон не может превратиться в электронно-позитронную пару.

**Решение.** Предположим, что фотон превратился в пару частиц – электрон и позитрон массой  $m$  каждый со скоростями  $v_1$  и  $v_2$ ;  $\alpha$  – угол между  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$ . Необходимая для этого энергия фотона  $\varepsilon_{\text{ф}} = 2mc^2$ , его импульс  $p_{\text{ф}} = \varepsilon_{\text{ф}}/c = 2mc$ . По закону сохранения импульса (рис. 5):

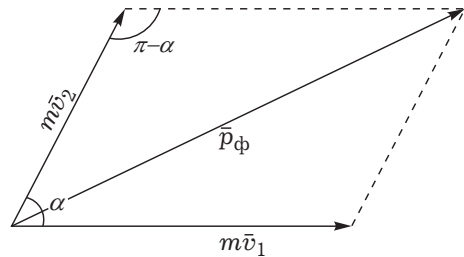


Рис. 5

$$m\bar{v}_1 + m\bar{v}_2 = \bar{p}_{\text{ф}}.$$

По теореме косинусов

$$\begin{aligned} (mv_1)^2 + (mv_2)^2 - \\ - 2mv_1mv_2 \cos(\pi - \alpha) &= p_{\text{ф}}^2, \\ m^2v_1^2 + m^2v_2^2 + 2m^2v_1v_2 \cos \alpha &= 4m^2c^2, \\ v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \cos \alpha &= 4c^2. \end{aligned}$$

Очевидно, при любых  $v_1 < c$  и  $v_2 < c$  левая часть последнего соотношения меньше правой, следовательно, наше предположение несправедливо, значит, в вакууме фотон не может превратиться в электронно-позитронную пару.