

Поскольку

$$U_{R2} = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 30 \text{ В},$$

$$U_{R4} = \frac{U \cdot R_4}{R_3 + R_4} = 12 \text{ В}, \text{ то}$$

$$U_{AB} = U_{R2} - U_{R4} = 18 \text{ В}.$$

Задача 6. Вычислите, какую силу тока покажет идеальный амперметр, включённый между точками А и В электрической цепи, изображённой на рисунке 10. Напряжение источника 60 В.



Решение. Заменяем идеальный амперметр идеальным проводником (рис. 11).

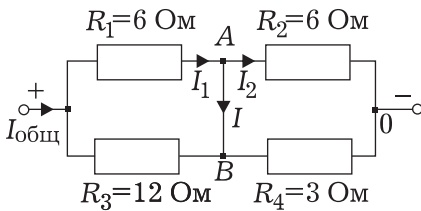


Рис. 11

Согласно первому правилу Кирхгофа, искомый ток I равен разности токов первого и второго резисторов:

$$I = I_1 - I_2.$$

Резисторы R_1 и R_3 соединены параллельно. Их общее сопротивление $R_{13} = 4 \text{ Ом}$. Общее сопротивление параллельно соединённых резисторов R_2 и R_4 есть $R_{24} = 2 \text{ Ом}$. Полное сопротивление всей цепи R равно сумме последовательно соединённых участков R_{13} и R_{24} :

$$R = R_{13} + R_{24} = 6 \text{ Ом}.$$

Сила тока во всей цепи $I_{\text{общ}} = \frac{U}{R} = 10 \text{ А}$ (здесь $U = 60 \text{ В}$). Напряжение на левом участке

$$U_{13} = I_{\text{общ}} \cdot R_{13} = 40 \text{ В},$$

на правом участке

$$U_{24} = I_{\text{общ}} \cdot R_{24} = 20 \text{ В}.$$

Сила тока в первом резисторе

$$I_1 = \frac{U_{13}}{R_1} = \frac{20}{3} \text{ А},$$

сила тока во втором резисторе

$$I_2 = \frac{U_{24}}{R_2} = \frac{10}{3} \text{ А}.$$

Сила тока, протекающего по амперметру, включённому между точками А и В,

$$I = I_1 - I_2 = \frac{10}{3} \text{ А}.$$

Задача 7. Вычислите показания измерительных приборов в электрической цепи, схема которой изображена на рисунке 12. На схему подано напряжение $V = 200 \text{ В}$.

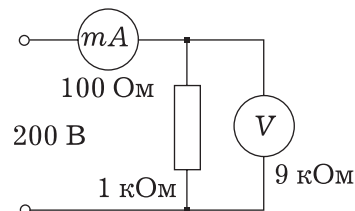


Рис. 12

Решение. В задаче необходимо вычислить силу тока, протекающего по миллиамперметру, и напряжение на вольтметре. Так как измерительные приборы неидеальные (обладают сопротивлением), то при вычислении их можно рассматривать как резисторы.

Общее сопротивление параллельно соединённых резистора и вольтметра

$$R_{RV} = \frac{R \cdot R_V}{R + R_V} = 0,9 \text{ кОм} = 900 \text{ Ом}.$$

Полное сопротивление всей цепи $R_{\text{общ}} = R_A + R_{RV} = 1000 \text{ Ом}$. Полный

ток $I = \frac{U}{R_{\text{общ}}} = 0,2 \text{ А}$. Именно его и покажет миллиамперметр. Напряжение на вольтметре и на резисторе

$U_V = U_R = I \cdot R_{RV} = 0,2 \text{ А} \cdot 900 \text{ Ом} = 180 \text{ В}$. Сила тока в резисторе $I_R = 0,18 \text{ А}$.

Если бы измерительных приборов не было, то напряжение на резисторе было бы 200 В , а сила тока – $0,2 \text{ А}$. Разница большая, так как измерительные приборы в этой задаче были уж очень плохие. Сопротивление вольтметра лишь в 10 раз больше сопротивления резистора, а миллиамперметра – во столько же раз меньше.

Задача 8. Какое напряжение в электрической цепи, изображённой на рисунке 13, покажет идеальный вольтметр ($R_V \rightarrow \infty$) и неидеальный вольтметр ($R_V = 20 \text{ кОм}$):

- при разомкнутом ключе,
- при замкнутом ключе?

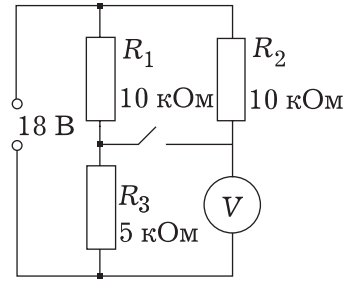


Рис. 13

Решение. а) При разомкнутом ключе вольтметр включён последовательно с резистором R_2 к источнику тока. Поэтому напряжение на нём равно разности напряжений на источнике и на резисторе R_2 :

$$U_V = U - U_{R2}$$

Если вольтметр идеальный, то сила тока в нём и в резисторе R_2 равна нулю. Следовательно, равно нулю и напряжение на резисторе R_2 , а напряжение на вольтметре

$$U_V = U - 0 = U = 18 \text{ В}.$$

Если вольтметр неидеальный ($R_V = 20 \text{ кОм}$), то сила тока в нём

$$I_V = \frac{U}{R_2 + R_V} = 0,6 \text{ mA},$$

а напряжение

$$U_V = I_V \cdot R_V = 12 \text{ В}.$$

б) При замкнутом ключе напряжение на идеальном вольтметре равно напряжению на параллельно включённом с ним резисторе R_3 . Резисторы R_1 и R_2 соединены параллельно, и общее сопротивление $R_{12} = 5 \text{ кОм}$. Оно равно

сопротивлению последовательно с ними включённого резистора R_3 . Поэтому напряжение на резисторе R_3 и на вольтметре равны половине напряжения источника:

$$U_{R_3} = U_V = 0,5U = 9 \text{ В.}$$

Общее сопротивление резистора R_3 и неидеального вольтметра $R_{3V} = 4 \text{ кОм}$, полное сопротивление всей цепи 9 кОм , полный ток $I = 2 \text{ мА}$. Напряжение на вольтметре и на резисторе R_3

$$U_V = U_{R_3} = I \cdot R_{3V} = 2 \text{ мА} \cdot 4 \text{ кОм} = 8 \text{ В.}$$

Задача 9. В схеме, изображённой на рисунке 14, все вольтметры, кроме 6-го, одинаковые. Напряжение на третьем вольтметре 3 В, на четвёртом 15 В. Вычислите напряжение на остальных вольтметрах.

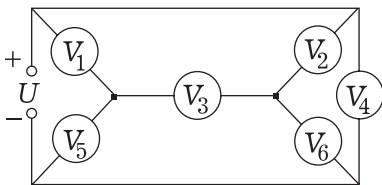


Рис. 14

Решение. Пусть по вольтметру V_3 ток идёт слева направо. Покажем направления токов на эквивалентной схеме (рис. 15) на остальных вольтметрах.

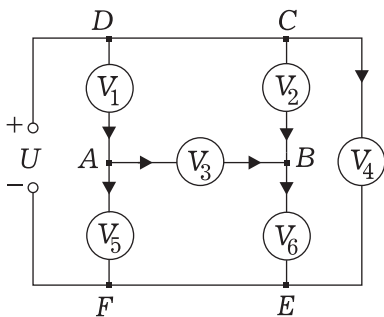


Рис. 15

Напряжение на четвёртом вольтметре равно сумме напряжений на первом и пятом вольтметрах:

$$U_4 = U_1 + U_5 = 15 \text{ В.}$$

Алгебраическая сумма токов в узле A равна нулю: $I_1 - I_3 - I_5 = 0$. По условию вольтметры 1, 3 и 5 одинаковые, значит, они имеют одинаковое сопротивление R_V . Имеем

$$\frac{U_1}{R_V} - \frac{U_3}{R_V} - \frac{U_5}{R_V} = 0.$$

Отсюда $U_1 - U_3 - U_5 = 0$.

Решая систему уравнений

$$\begin{cases} U_1 + U_5 = 15, \\ U_1 - 3 - U_5 = 0, \end{cases}$$

находим, что $U_1 = 9 \text{ В}$, $U_5 = 6 \text{ В}$.

В контуре $ABCD$ нет источника тока. Тогда из второго правила Кирхгофа следует, что алгебраическая сумма напряжений по этому контуру равна нулю:

$$U_1 + U_3 - U_2 = 0.$$

Отсюда $U_2 = U_1 + U_3 = 12 \text{ В}$. Напряжение на шестом вольтметре

$$U_6 = U_4 - U_2 = 3 \text{ В.}$$

Применим к узлу B первое правило Кирхгофа $I_2 + I_3 = I_6$. Имеем

$$\frac{U_2}{R_V} + \frac{U_3}{R_V} = \frac{U_6}{R_{V6}}; \quad \frac{12}{R_V} + \frac{3}{R_V} = \frac{3}{R_{V6}};$$

$$\frac{15}{R_V} = \frac{3}{R_{V6}}; \quad R_{V6} = \frac{R_V}{5}.$$

Получили, что сопротивление шестого вольтметра в 5 раз меньше, чем у остальных.

Если по третьему вольтметру ток идёт в противоположную сторону, то поменяются местами напряжения и на первом, и на пятом вольтметрах, и на втором, и на шестом вольтметрах. По шестому вольтметру ток не пойдёт, т.е. он должен быть идеальным.

Задача 10. Электрическая цепь, изображённая на рисунке 16, состоит из одинаковых миллиамперметров сопротивлением $r = 2$ Ом и одинаковых милливольтметров сопротивлением $R = 40$ Ом. Напряжение источника тока $U = 1$ В. Вычислите показания сотого миллиамперметра и сотого милливольтметра. Найдите сумму показаний всех миллиамперметров и сумму показаний всех милливольтметров.

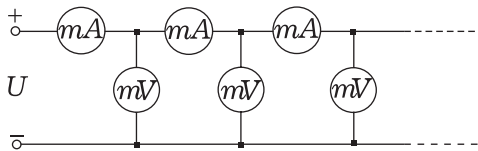


Рис. 16

Решение. Пусть сопротивление всей цепи X . Так как цепь бесконечная, то после отделения от неё первых миллиамперметра и милливольтметра она не изменится и её сопротивление будет X .

Нарисуем эквивалентную схему, заменив приборы резисторами (рис. 17).

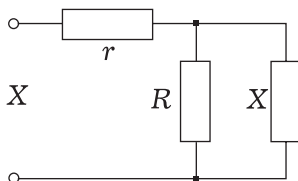


Рис. 17

Общее сопротивление цепи

$$X = r + \frac{R \cdot X}{R + X}.$$

Решив уравнение, получим, что

$$X = 10 \text{ Ом}.$$

Сила тока в первом миллиамперметре $I_1 = \frac{U}{X} = 100 \text{ мА}$, напряжение на первом милливольтметре

$$U_1 = I_1 \cdot \frac{R \cdot X}{R + X} = 800 \text{ мВ}.$$

На всю оставшуюся цепь, кроме первых двух приборов, подаётся напряжение $0,8$ В. Это напряжение составляет $0,8$ от напряжения источника, поэтому

$$I_2 = 0,8 \cdot I_1, \quad U_2 = 0,8 \cdot U_1.$$

Аналогично

$$I_3 = 0,8 \cdot I_2 = 0,8^2 \cdot I_1, \quad U_3 = 0,8 \cdot U_2 = 0,8^2 \cdot U_1, \quad I_n = 0,8^{n-1} \cdot I_1, \quad U_n = 0,8^{n-1} \cdot U_1,$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$ Для сотых приборов

$$I_{100} = 0,8^{99} \cdot I_1 = 0,8^{99} \cdot 200 \text{ мА} \approx 5 \cdot 10^{-8} \text{ мА},$$

$$U_{100} = 0,8^{99} \cdot U_1 = 0,8^{99} \cdot 800 \text{ мВ} \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ мВ}.$$

И токи, и напряжения составляют бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем

$$q = 0,8. \text{ Сумма её членов } S = \frac{a}{1-q}.$$

Поэтому

$$\sum I = \frac{I_1}{1-q} = \frac{100 \text{ мА}}{1-0,8} = 500 \text{ мА},$$

$$\sum U = \frac{U_1}{1-q} = \frac{800 \text{ мВ}}{1-0,8} = 4 \text{ В}.$$

Эти результаты можно получить иначе, учитывая, что сумма напряжений на всех миллиамперметрах равна напряжению источника, а сумма токов, протекающих по всем милливольтметрам, равна току в первом миллиамперметре:

$$\sum I = \sum \frac{U_A}{r} = \frac{\sum U_A}{r} = \frac{U}{r} = \frac{1 \text{ В}}{2 \text{ Ом}} = 500 \text{ мА},$$

$$\sum U = \sum I_V \cdot R = R \cdot \sum I_V =$$

$$= R \cdot I_1 = 40 \text{ Ом} \cdot 0,1 \text{ А} = 4 \text{ В}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1-22. Вычислите показания идеальных вольтметров и идеальных амперметров в электрических цепях, схемы которых изображены на

рисунках 1–22. Напряжение источника $U = 6 \text{ В}$, сопротивление резисторов $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 4 \text{ Ом}$.

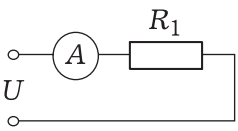


Рис. 1

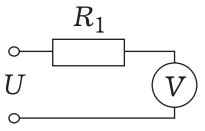


Рис. 2

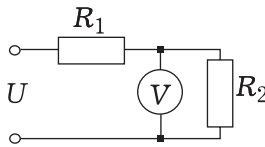


Рис. 3

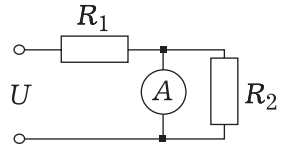


Рис. 4

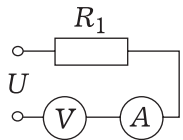


Рис. 5

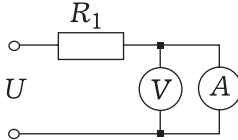


Рис. 6

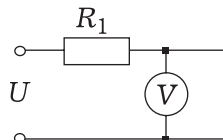


Рис. 7

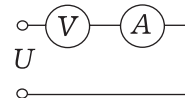


Рис. 8

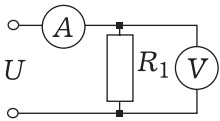


Рис. 9

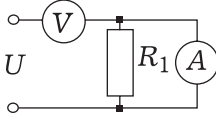


Рис. 10

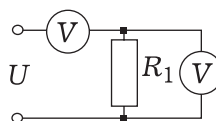


Рис. 11

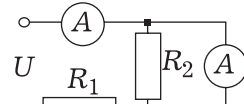


Рис. 12

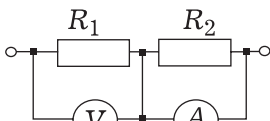


Рис. 13

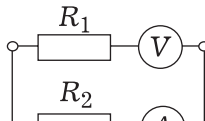


Рис. 14

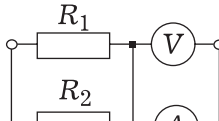


Рис. 15

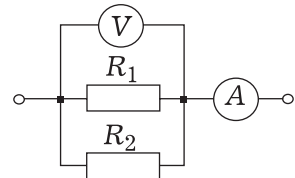


Рис. 16

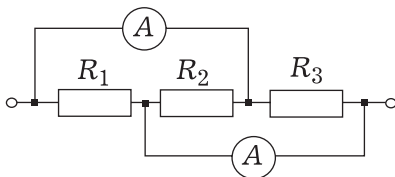


Рис. 17

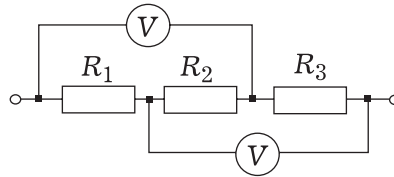


Рис. 18

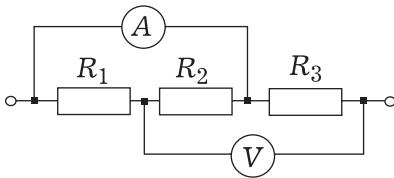


Рис. 19

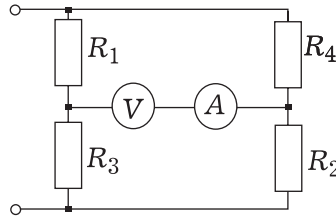


Рис. 20

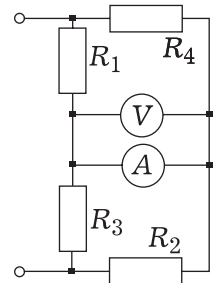


Рис. 21

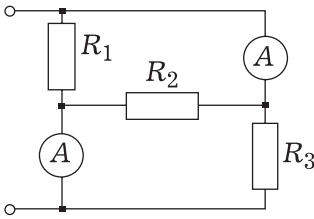


Рис. 22

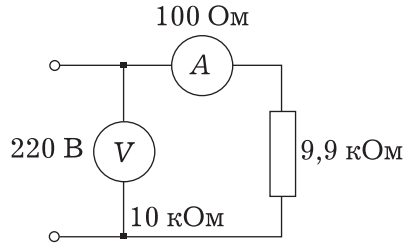


Рис. 23

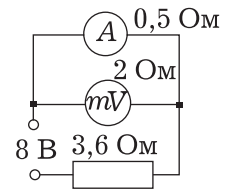


Рис. 24

23, 24. Вычислите показания неидеальных измерительных приборов в схемах, изображённых на рисунках 23 и 24.

25. В схеме, изображенной на рисунке 25, все амперметры, кроме A_6 , одинаковые. Первый показывает ток 5 А, четвертый – 1 А. Вычислите показания остальных амперметров. Вычислите сопротивление амперметра A_6 , если сопротивление амперметра A_5 равно R .

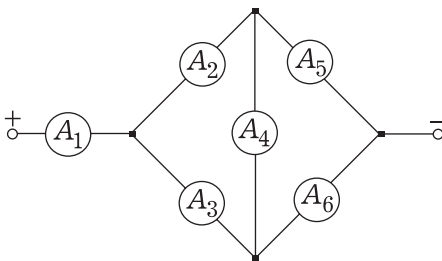


Рис. 25

26. Бесконечная электрическая цепь, изображённая на рисунке 26, состоит из одинаковых миллиамперметров, сопротивление которых $r = 1$ Ом, и одинаковых вольтметров с сопротивлением $R = 9,9$ кОм. Вычислите показания первых и две тысячи седьмых миллиамперметров и вольтметров. Вычислите сумму показаний всех миллиамперметров и сумму показаний всех вольтметров.

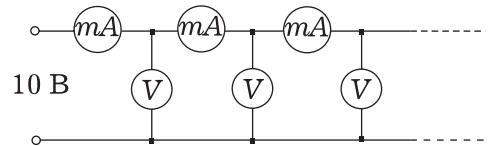


Рис. 26



Ответы

- | | |
|---------------|--------------------|
| 1. 6 А. | 13. 6 А, 6 В. |
| 2. 6 В. | 14. 6 В, 3 А. |
| 3. 4 В. | 15. 9 А, 0 В. |
| 4. 6 А. | 16. 9 А, 6 В. |
| 5. 6 В, 0 А. | 17. 5 А, 9 А. |
| 6. 6 В, 0 В. | 18. 3 В, 5 В. |
| 7. 0 В. | 19. 2 А, 6 В. |
| 8. 0 А, 6 В. | 20. 2,5 В, 0 А. |
| 9. 6 А, 6 В. | 21. 0 В, 1,2 А. |
| 10. 6 В, 0 А. | 22. 5 А, 9 А. |
| 11. 6 В, 0 В. | 23. 220 В, 22 мА. |
| 12. 6 А, 6 А. | 24. 800 мВ, 1,6 А. |

25. Если по амперметру A_4 ток направлен вверх, то $I_2 = 3$ А, $I_3 = 2$ А, $I_5 = 4$ А, $I_6 = 1$ А, $R_6 = 5R$.

Если по амперметру A_4 ток направлен вниз, то $I_2 = 2$ А, $I_3 = 3$ А, $I_5 = 1$ А, $I_6 = 4$ А, $R_6 = 0$, т.е. амперметр A_6 – идеальный.

26. $I_1 = 100$ мА, $I_{2007} = 1,7 \cdot 10^{-7}$ мА, $U_1 = 9,9$ В, $U_{2007} = 1,7 \cdot 10^{-8}$ В. Сумма токов 10 А, сумма напряжений 990 В.

Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор

- ◆ Диалог на экзамене.
 - Что такое лошадиная сила? - Спрашивает студента преподаватель.
 - Это сила, какую развивает лошадь ростом в один метр и весом в один килограмм.
 - Да где же вы такую лошадь видели?!
 - А её так просто не увидишь. Она хранится в Париже, в Палате мер и весов.
- ◆ Если вы это помните, то про это можно забыть.
- ◆ Возьмём произвольное число n ... Нет, мало – m !