



Прохоров Вадим Константинович

Учитель физики ГБОУ «Школа № 1526 на Покровской»,
г. Москва.

Электрические цепи с диодами

Диод – электронный прибор, обладающий односторонней проводимостью. Принцип устройства полупроводникового диода основан на зависимости сопротивления p - n перехода от приложенного напряжения. Мы не будем углубляться в физические основы прохождения электрического тока через p - n переход. Подробнее об этом можно прочитать, например, в [1, с. 69] или [2, с. 315–320]. В статье рассматриваются подходы к решению задач, в которых диод является частью электрической цепи.

Зависимость силы тока от напряжения (вольт-амперная характеристика) для типичного диода имеет вид, показанный на рис. 1. Из графика видно, что при положительных

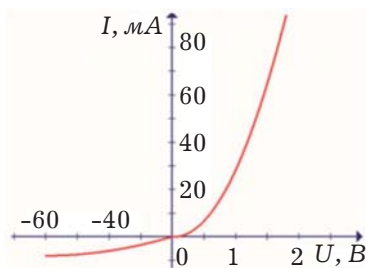


Рис. 1. Вольт-амперная характеристика (ВАХ) полупроводникового диода. Для удобства восприятия положительная и отрицательная области напряжения изображены в разных масштабах

значения напряжения (прямое включение) ток принимает значения, в сотни раз большие, чем при отрицательных значениях напряжения (обратное включение).

На электрических схемах диод обозначается так, как показано на рис. 2 а, б.

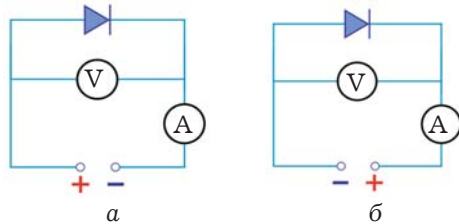


Рис. 2. а) Схема прямого подключения диода ($U > 0$, сопротивление диода мало). б) Схема обратного подключения диода ($U < 0$, сопротивление диода велико)

В «школьных» задачах речь, как правило, идёт о моделях диодов.

В этих моделях реальная ВАХ заменяется упрощённой.

Идеальный диод

Справочная информация

Это упрощённая модель диода, которая имеет ВАХ, показанную на рис. 3 а. Сопротивление такого диода при прямом подключении равно нулю (следовательно, и напряжение на диоде в этом случае равно нулю, см. рис. 3 б), а при обратном подключении – бесконечно большое. Следовательно, обратный ток в таком диоде равен нулю, см. рис. 3 в. То есть идеальный диод при прямом подключении представляет собой проводник с нулевым сопротивлением, а при обратном – разрыв цепи.

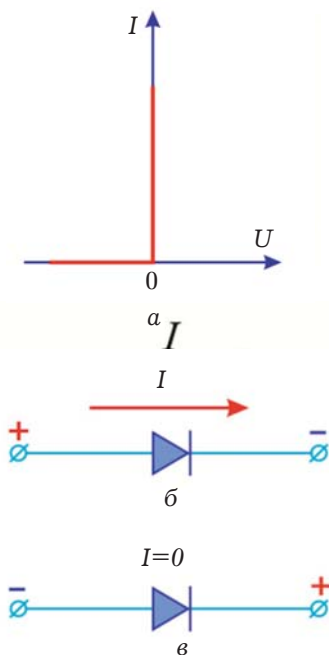


Рис. 3. а) ВАХ идеального диода. Прямое (б) и обратное (в) включение идеального диода

Если такой диод включить в схему, показанную на рис. 4, где к клеммам подключён источник синусоидального напряжения (на рис. 5 – пунктирная линия), то напряжение на резисторе будет меняться в соответствии с графиком на рис. 5 (сплошная линия). Такая схема называется *однополупериодным выпрямителем*. В этом случае диод пропускает ток в течение половины периода и не пропускает в следующие полупериода. Получается, что каждую половину периода ток через резистор не течёт.

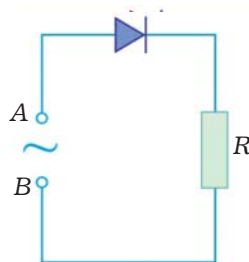


Рис. 4

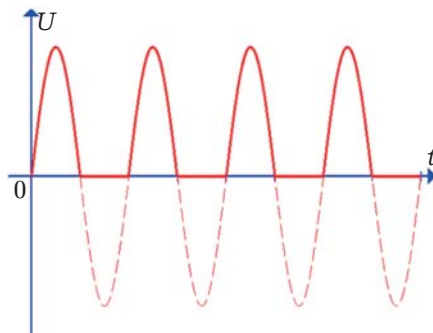


Рис. 5

Если четыре идеальных диода соединить по схеме, изображённой на рис. 6, то получится так называемый *двухполупериодный выпрямитель*, преобразующий синусоидальный сигнал в сигнал, представленный на

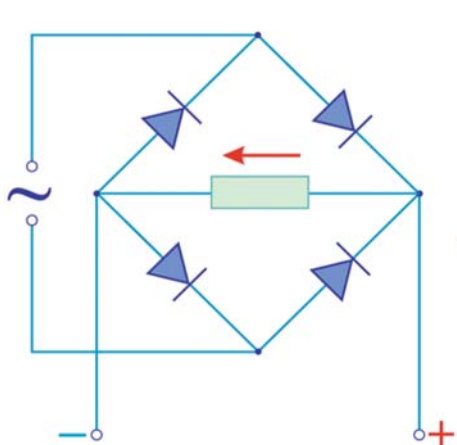


Рис. 6

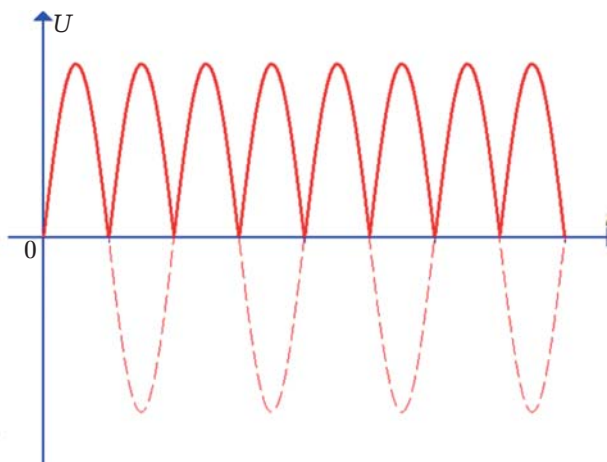


Рис. 7

Примеры решения задач

Задача 1. Во сколько раз изменится мощность, выделяющаяся в электрической цепи (рис. 8), при изменении полярности на клеммах источника? Модуль напряжения на клеммах источника считать постоянным, диоды идеальные, сопротивления резисторов одинаковы.

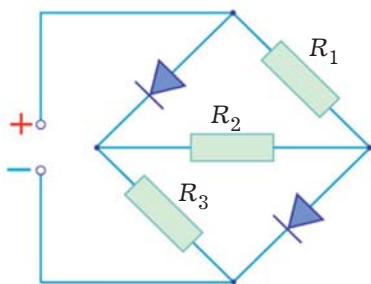


Рис. 8

Решение. Если полярность на клеммах такая, как на рисунке 8, то оба диода открыты и данная схема эквивалентна параллельному соединению всех трёх резисторов. Мощность в этом случае равна

$$P_1 = \frac{U^2}{R_{\text{экв}1}} = \frac{3U^2}{R}.$$

Если полярность изменить на противоположную, то диоды закрыты и все три резистора соединены последовательно. Тогда мощность равна

$$P_2 = \frac{U^2}{R_{\text{экв}2}} = \frac{U^2}{3R}.$$

Таким образом,

$$\frac{P_1}{P_2} = 9.$$

Ответ. 9.

Задача 2. Напряжение между клеммами B и C в схеме, показанной на рис. 9, изменяется с периодом T от значения $-U_0$, когда потенциал точки B меньше потенциала точки C ($\varphi_B < \varphi_C$), до значения U_0 , когда $\varphi_B > \varphi_C$, по закону, соответствующему графику на рис. 10. Определите эффективное значение силы тока через амперметр. Сопротивления всех резисторов одинаковы и равны R . Источник и диоды идеальные, сопротивление амперметра мало.

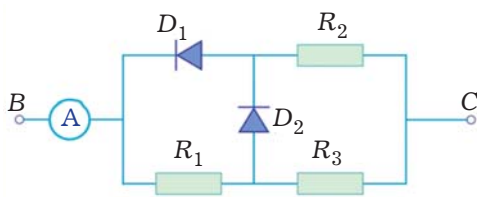


Рис. 9

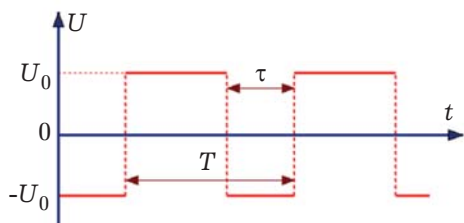


Рис. 10

Решение. Эффективное (действующее) значение силы переменного тока равно силе такого постоянного тока, при котором за интервал времени, равный периоду переменного тока, выделяется такое же количество тепла, что и при переменном токе за тот же интервал времени.

Когда напряжение отрицательно, ток идёт от клеммы C к клемме B . Оба диода открыты. Эквивалентная схема представлена на рис. 11. Ток в

течение этого интервала времени равен

$$I_1 = \frac{U_0(R_2 + R_3)}{R_1 R_2} = \frac{2U_0}{R}.$$

За время τ в амперметре с сопротивлением r_A выделится тепло

$$Q_1 = I_1^2 r_A \tau = \frac{4U_0^2}{R^2} r_A \tau.$$

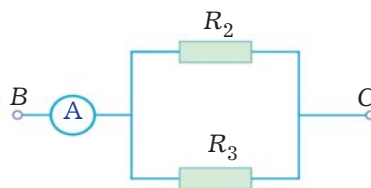


Рис. 11

В следующий интервал времени, равный $T - \tau$, полярность противоположна, диод D_1 закрыт, эквивалентная схема изображена на рис. 12.

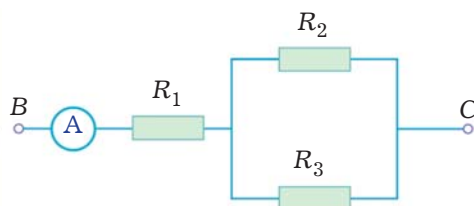


Рис. 12

Ток равен

$$I_2 = \frac{U_0}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{2U_0}{3R}.$$

Тепло в этом случае равно

$$Q_2 = I_2^2 r_A (T - \tau) = \frac{4U_0^2}{9R^2} r_A (T - \tau).$$

Эффективное значение тока найдём из соотношения

$$I_{\text{эфф}}^2 r_A T = \frac{4U_0^2}{R^2} r_A \tau + \frac{4U_0^2}{9R^2} r_A (T - \tau).$$

Окончательно получаем:

$$I_{\text{эфф}} = \frac{2U_0}{3R} \sqrt{\frac{8\tau}{T} + 1}.$$

Задача 3. (МФТИ, 2005.) В схеме, изображённой на рис. 13, определите напряжение на идеальном диоде и ток через диод. Параметры схемы указаны на рисунке, внутренними сопротивлениями батарей пренебречь.

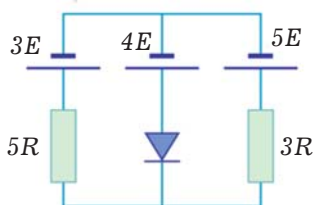


Рис. 13

Решение. Воспользуемся правилами Кирхгофа¹ и определим ток I через диод. Очевидно, что этот ток либо течёт от узла a к узлу b (см. рис. 14), либо не течёт вообще. Если в результате решения уравнений Кирхгофа значение I получится положительным, то ток через диод течёт и напряжение на нём равно нулю. В противном случае ток через диод не течёт и напряжение на нём равно разности потенциалов между узлом b и положительной клеммой батареи $4E$.

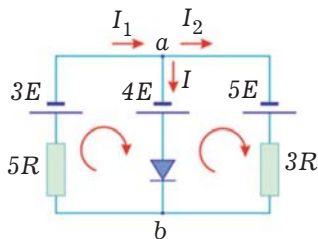


Рис. 14

Направления токов и направления обхода контуров выбираем как показано на рисунке 14. Итак, первое правило Кирхгофа для узла a :

$$I_1 = I + I_2. \quad (1)$$

Второе правило Кирхгофа для контура « b –резистор $5R$ – a –диод– b » (направление обхода по часовой стрелке):

$$5I_1R = -3E + 4E. \quad (2)$$

Для контура « a –резистор $3R$ –диод– a »:

$$3I_2R = -4E + 5E. \quad (3)$$

Решая систему (1)–(3), получаем

$$I = -\frac{2E}{15R}.$$

Значение тока получилось отрицательным, а это означает, что при сложившемся в данной схеме распределении потенциалов ток через батарею $4E$ может течь только в направлении от b к a , но в этом направлении ток не пропускает диод, являясь разрывом в цепи.

Таким образом, данная цепь эквивалентна цепи, изображённой на рис. 15. Примем потенциал узла a равным нулю. Тогда потенциал положительной клеммы батареи $4E$ равен $4E$, а потенциал положительной клеммы батареи $5E$ равен $5E$. Напряжение на диоде равно разности потенциалов между точкой b и положительной клеммой батареи $4E$.

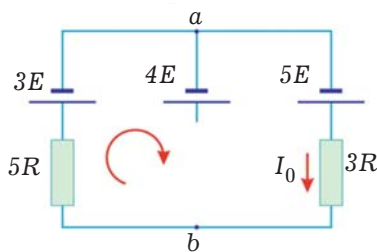


Рис. 15

¹ Подробнее о правилах Кирхгофа см. [1, § 8], [2, с. 236].

Определим потенциал точки b , записав уравнение закона Ома для участка цепи, содержащего резистор $3R$:

$$3I_0R = 5E - \varphi_b. \quad (4)$$

Рассматривая весь контур, можно записать:

$$I_0 = \frac{-3E + 5E}{8R} = \frac{E}{4R}. \quad (5)$$

Из уравнений (4) и (5) получаем

$$\varphi_b = \frac{17}{4}E.$$

Тогда искомое напряжение на диоде равно

$$U = \varphi_b - 4E = \frac{E}{4}.$$

Ответ. $U = \frac{E}{4}, I = 0.$

Задача 4. (МГУ, 2012.) Найдите ток через резистор $R = 10$ Ом в цепи, схема которой изображена на рис. 16. Диоды являются идеальными, внутренние сопротивления источников одинаковы и равны $r = 2R$, ЭДС батареи в левой ветви $E = 12$ В, остальные параметры элементов схемы показаны на рисунке.

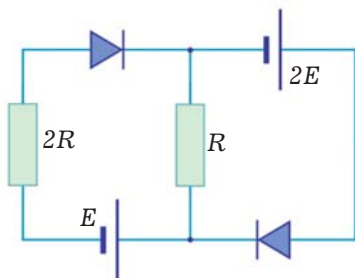


Рис. 16

Решение. Расставляем направления токов. Токи I_1 и I_2 могут течь только так, как показано на рис. 17. Направление тока I_0 через резистор R выбираем произвольно.

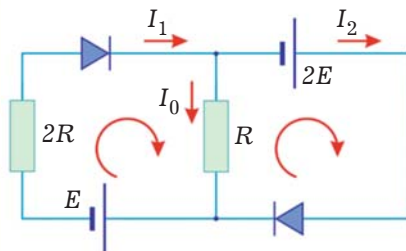


Рис. 17

Запишем первое правило Кирхгофа:

$$I_1 = I_2 + I_0. \quad (1)$$

Второе правило Кирхгофа для двух контуров (направление обхода указано на рисунке):

$$2I_1R + I_0R + I_1r = -E, \quad (2)$$

$$-I_0R + I_2r = 2E. \quad (3)$$

Решая уравнения (1)–(3) относительно токов, получаем для I_1 отрицательное значение:

$$I_1 = -\frac{E}{14R}.$$

Это означает, что мы неверно выбрали направление этого тока. Но это направление не может быть иным из-за диода. Следовательно, ток через резистор $2R$ отсутствует, а ток через резистор R равен

$$I_1 = \frac{2E}{R+r} = \frac{2E}{3R} = 0,8 \text{ A}.$$

Ответ. 0,8 А.

Задача 5. (МФТИ, 2001.) В электрической цепи, представленной на рис. 18, диоды D_1 и D_2 идеальные. Считая параметры элементов цепи известными, определить:

1) ток I_0 через батарею сразу после замыкания ключа K ;

2) количество теплоты Q , выделившейся в схеме после замыкания ключа K .

Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

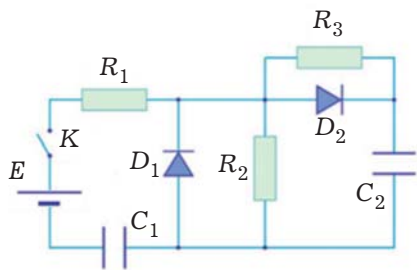


Рис. 18

Решение. Эта, казалось бы, сложная схема, в моменты времени сразу после замыкания ключа и после установления равновесия становится заметно проще.

1. Сразу после замыкания ключа напряжения на конденсаторах равны нулю, и они в этот момент эквивалентны проводникам с пренебрежимо малым сопротивлением². Дiode D_1 закрыт, диод D_2 открыт, и напряжение на нём равно нулю (поэтому токи через резисторы R_2 и R_3 не текут). Таким образом, наша схема эквивалентна схеме на рис. 19. И ток, текущий в цепи, равен

$$I_0 = \frac{E}{R_1}. \quad (1)$$

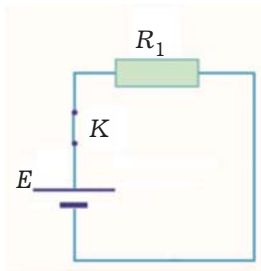


Рис. 19

2. Процесс установления равновесия в цепи заканчивается тем, что

конденсаторы заряжаются, а токи прекращаются. Эквивалентная схема имеет вид, показанный на рис. 20.

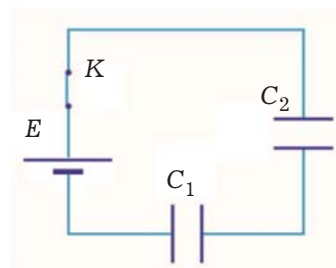


Рис. 20

Конденсаторы C_1 и C_2 соединены последовательно, суммарное напряжение на них равно ЭДС источника. Суммарный заряд, который приобрели конденсаторы, равен

$$q = C_{\text{эКВ}} E = \frac{C_1 C_2 E}{C_1 + C_2}, \quad (2)$$

а их суммарная энергия

$$W = \frac{C_{\text{эКВ}} E^2}{2} = \frac{C_1 C_2 E^2}{2(C_1 + C_2)}. \quad (3)$$

Эту энергию конденсаторы приобрели вследствие работы, совершенной источником тока и равной

$$A_{\text{ист}} = qE = \frac{C_1 C_2 E^2}{C_1 + C_2}. \quad (4)$$

По закону сохранения энергии работа источника идёт на увеличение электрической энергии конденсаторов и выделение тепла на резисторах в процессе установления равновесия:

$$A_{\text{ист}} = \Delta W + Q.$$

Отсюда с учётом (3) и (4) получаем

$$\begin{aligned} Q = A_{\text{ист}} - \Delta W &= \frac{C_1 C_2 E^2}{C_1 + C_2} - \frac{C_1 C_2 E^2}{2(C_1 + C_2)} = \\ &= \frac{C_1 C_2 E^2}{2(C_1 + C_2)}. \end{aligned}$$

² Подробнее см. [1, § 16], [3].

Ответ. $I_0 = \frac{E}{R_1}$, $Q = \frac{C_1 C_2 E^2}{2(C_1 + C_2)}$.

Задача 6. В схеме, представленной на рис. 21, все источники имеют ЭДС E и внутренние сопротивления r . Диод идеальный. Сопротивление резистора R . Чему равен ток через резистор?

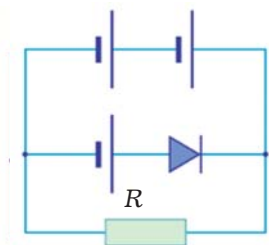


Рис. 21

Решение. Возможны два варианта. Ток через диод или течёт в направлении, указанном на рис. 22 (диод открыт), или не течёт вообще (диод закрыт). Для решения этой задачи нужно разобрать оба варианта.

Сначала рассмотрим вариант, когда диод открыт.

Расставляем токи в схеме и записываем уравнения правил Кирхгофа. Направления обхода контуров указаны на рисунке.

$$I_1 r + I_1 r - I_2 r = 2E - E, \quad (1)$$

$$I_2 r + I_3 R = E, \quad (2)$$

$$I_1 + I_2 = I_3. \quad (3)$$

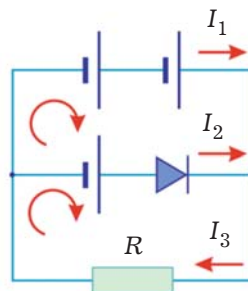


Рис. 22

При этом должно выполняться условие

$$I_2 \geq 0. \quad (4)$$

Решая систему (1)–(4), для тока I_2 через диод получим выражение

$$I_2 = \frac{E(2r - R)}{r(2r + 3R)}. \quad (5)$$

Этот ток будет положительным при выполнении соотношения

$$r > \frac{R}{2}.$$

Ток через резистор при этом равен

$$I_3 = \frac{4E}{2r + 3R}.$$

Если $r \leq \frac{R}{2}$, то ток через диод и через нижний источник не идёт, а ток через резистор равен

$$I_3 = \frac{2E}{2r + R}.$$

Ответ. $I_3 = \begin{cases} \frac{4E}{2r + 3R} & \text{при } r > \frac{R}{2}, \\ \frac{2E}{2r + R} & \text{при } r \leq \frac{R}{2}. \end{cases}$

Идеализированный диод

Справочная информация

Ещё одна модель диода, встречающаяся в конкурсных и олимпиадных задачах, – это *идеализированный диод*, ВАХ которого более приближена к реальному, она изображена на рис. 23. Такой диод закрыт, если напряжение на нём меньше некоторого порогового значения U_0 . А если он открыт, то при любом токе напряжение на диоде не превышает этого же значения U_0 .

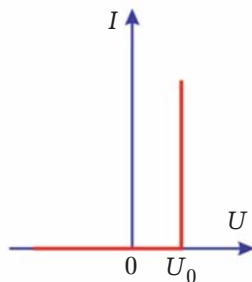


Рис. 23

Примеры решения задач

Задача 7. В схеме, изображённой на рис. 24, ЭДС источника равна E , его внутреннее сопротивление r . Вольт-амперная характеристика диода представлена на рис. 23. Сопротивление резистора равно R . Определите силу тока в цепи.

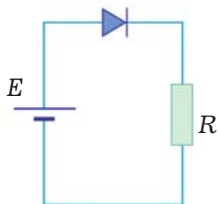


Рис. 24

Решение. Если по цепи течёт ток, то напряжение на диоде равно U_0 . Величина U_0 является характеристикой диода и не зависит от величины тока в цепи. Из закона Ома найдём значение силы тока

$$I = \frac{E - U_0}{R + r},$$

при условии, что $E > U_0$. При условии $E \leq U_0$ ток равен нулю.

Ответ.
$$I = \begin{cases} 0, & \text{если } E \leq U_0, \\ I = \frac{E - U_0}{r + R}, & \text{если } E > U_0. \end{cases}$$

Задача 8. В схеме, изображённой на рис. 25, источник с ЭДС E идеальный. ВАХ диода представлена на рис. 23. Ёмкость конденсатора C , сопротивление резистора R . В некоторый момент времени ключ K замыкают.

Определить:

- 1) ток I_0 в цепи сразу после замыкания ключа K ;
- 2) напряжение U_C на конденсаторе C через достаточно длительное время после замыкания ключа;
- 3) количество тепла Q , выделившегося на резисторе R .

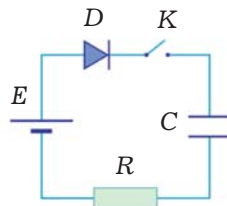


Рис. 25

Решение. Если $E > U_0$, то после замыкания ключа K по цепи течёт ток и конденсатор заряжается. В произвольный момент времени t закон Ома имеет вид

$$I(t) = \frac{E - U_0 - U_C(t)}{R}.$$

Сразу после замыкания ключа конденсатор ещё не заряжен ($U_C = 0$), поэтому

$$I_0 = \frac{E - U_0}{R}.$$

С течением времени ток в цепи уменьшается и в равновесном состоянии становится равным нулю. Напряжение на конденсаторе при этом максимально и равно

$$U_C = E - U_0. \quad (1)$$

При этом заряд конденсатора равен

$$q_C = CU_0 = C(E - U_0). \quad (2)$$

При перемещении этого заряда источник тока совершил работу

$$A_{\text{ист}} = q_C E = CE(E - U_0). \quad (3)$$

По закону сохранения энергии часть этой работы пошла на преодоление разности потенциалов на диоде, увеличение энергии электрического поля конденсатора. Оставшаяся часть выделяется в виде тепла:

$$A_{\text{ист}} = qU_0 + \frac{q^2}{2C} + Q. \quad (4)$$

Из уравнений (2)–(4) получим количество тепла, выделившегося на резисторе R_1 :

$$Q = \frac{C(E - U_0)^2}{2}.$$

Если $E > U_0$, то диод будет закрыт, ток вообще не пойдёт и, следовательно, $Q = 0$.

Ответ.

- 1) Если $E > U_0$, то $I_0 = \frac{E - U_0}{R}$;
если $E < U_0$, то $I_0 = 0$;
- 2) если $E > U_0$, то $U_C = E - U_0$; если $E < U_0$, то $U_C = 0$;
- 3) если $E > U_0$, то $Q = \frac{C(E - U_0)^2}{2}$;
если $E < U_0$, то $Q = 0$.

А вот задача, где ВАХ диода близка к реальной.

Задача 9. (Олимпиада «Физтех».) Вольт-амперная характеристика (ВАХ) диода в прямом направлении изображена на рис. 26. Два таких диода D_1 и D_2 включены в схему, изображённую на рис. 27. ЭДС батареи $E = 1,5$ В, сопротивление резистора $R = 500$ Ом.

1) Чему равно напряжение на диоде D_1 ?

2) Что покажет амперметр?

Внутренними сопротивлениями батареи и амперметра пренебречь.

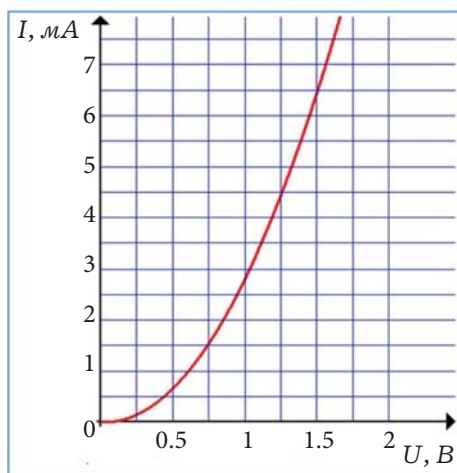


Рис. 26

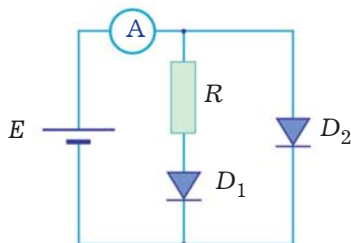


Рис. 27

Решение. Оба диода открыты. Напряжение на диоде D_2 равно ЭДС источника (внутреннее сопротивление источника по условию задачи пренебрежимо мало). По графику ВАХ диода определяем ток через D_2 . Он равен 6,5 мА:

$$I_2 = 6,5 \text{ мА.}$$

Определим ток через D_1 . Очевидно, он равен току через резистор R . Запишем закон Ома для участка, содержащего резистор R :

$$I_1 = \frac{E - U_1}{R},$$

где U_1 – напряжение на диоде D_1 . График этой зависимости изображён на рис. 28 (зелёная прямая). Он пересекает ВАХ диода при значении напряжения $U_1 = 0,75 \text{ В}$. Ток, соответствующий этому напряжению, равен $I_1 = 1,5 \text{ мА}$.

Показание амперметра будет равно сумме токов I_1 и I_2 :

$$I = I_1 + I_2 = 8 \text{ мА.}$$

Ответ. 1) 0,75 В; 2) 8 мА.

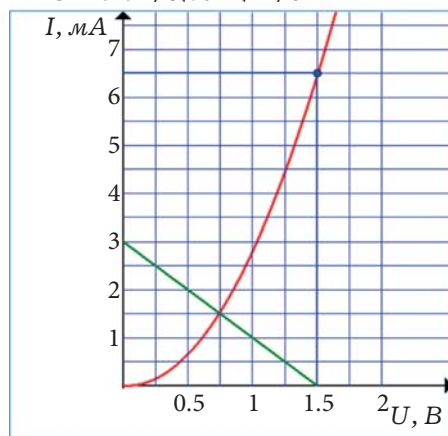


Рис. 28

Задачи для самостоятельного решения

1. В электрической цепи (рис. 29) известны сопротивления резисторов $R_0 = 15 \text{ Ом}$, $r = 16 \text{ Ом}$. Параллельно резистору r подсоединён идеальный диод. Вычислите сопротивление резистора R_1 , если суммарная мощность, выделяемая на резисторах R_1 и r , не зависит от полярности приложенного напряжения.

Ответ. 9 Ом.

2. В электрической цепи, схема которой изображена на рис. 30, батарея и вольтметр идеальные. ВАХ

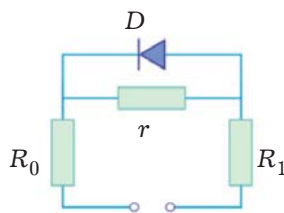


Рис. 29

диода изображена на рис. 23. Определить показания вольтметра. Определите показания вольтметра, если изменить полярность включения диода.

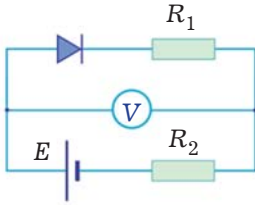


Рис. 30

$$\text{Ответ. } U = \begin{cases} E, & \text{если } E < U_0, \\ \frac{ER_1 + U_0}{R_1 + R_2}, & \text{если } E > U_0; \end{cases}$$

при изменении полярности $U = E$.

Список литературы

1. Грачёв А. В., Погожев В. А., Салецкий А. М., Боков П. Ю. Физика. 11 класс, базовый и углубленный уровни, М.: ИЦ «Вентана-Граф», 2017.
2. Мякишев Г. Я., Синяков А. З., Слободсков Б. А. Физика. Электродинамика, 10–11 классы. Профильный уровень. М.: Дрофа, 2010.
3. Прохоров В. К. Конденсаторы в цепях постоянного тока // Потенциал. МФИ, № 12, 2017; № 2, 2018.

Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор

Вот так номер!

Студенты, выполняя лабораторную работу, пользовались калориметром. Результат, полученный ими, был явно ошибочным. При повторении всех измерений и вычислений он вновь оказался таким же. Преподаватель, ругая их за неумение работать, сделал всё сам и ... увидел то же значение искомой величины. Провели поиск всех возможных ошибочных действий – безрезультатно!

Вдруг кто-то заинтересовался числом на стенке калориметра, которое должно было обозначать его массу. Оно было написано на белом фоне краски. Почему? «Следствие установило», что число – вовсе не масса калориметра, а... инвентарный номер (!), поставленный при последней инвентаризации лабораторного оборудования.

Ответ мыслителя

Учитель предложил ученику решить такую задачу: «Если 20 человек скосили за 10 часов целое поле, то за сколько часов это же поле скосят 50 человек?»

– Не спеши, – сказал он. – Хорошо подумай.

Ученик подумал и ответил:

– Если 20 человек уже скосили поле, то скосить его во второй раз не смогут и 50.