

Лукьянов Андрей Александрович

Кандидат физико-математических наук, закончил физический факультет МГУ, преподаватель кафедры общей физики Московского физико-технического института (МФТИ), сотрудник РНЦ «Курчатовский институт», доцент Российского государственного социального университета.



Электрический ток в числах – больших и малых

В статье, адресованной старшеклассникам, рассмотрено несколько поучительных примеров «на числа» из раздела «Электрический ток». В параграфе 1 рассказывается о типичных токах, встречающихся в природе и в быту, о величинах зарядов, протекающих в этих случаях, о типичных скоростях упорядоченного движения электронов в проводниках при протекании по ним тока. В параграфе 2 читатель узнает об опасных и безопасных для человека значениях силы тока. В параграфе 3 рассказывается о типичных значениях сопротивлений бытовых электроприборов и домашней электропроводки, а также о токах, протекающих по ним. Из параграфа 4 читатель узнает о том, в какой мере сопротивления проводников зависят от их температуры.

1. Прохождение электрического тока

Пример 1. При ударе молнии средней величины в Землю за малый промежуток времени Δt порядка $1 \text{ мс} = 0,001 \text{ с}$ приходит заряд $q \approx \approx 20 \text{ Кл}$ (в редких случаях заряд молнии бывает порядка $200 - 300 \text{ Кл}$). Оценить силу электрического тока в молнии.

Решение. Средняя сила тока

$$I = q/\Delta t = 20 \text{ Кл}/(10^{-3} \text{ с}) = 20 \cdot 10^3 \text{ А.}$$

Сила тока в 20 тысяч ампер получилась, конечно, большой. Но все-таки это молния! Поэтому пока ничто в оценке не удивляет. Но вот – другой пример.

Пример 2. Через нить накаливания в лампочке карманного фонаря проходит ток силой 0,3 ампера. Какой заряд пройдёт по нити за 1 минуту?

Решение. Заряд вычислить легко:

$$q = I \cdot \Delta t = 0,3 \text{ А} \cdot 60 \text{ с} = 18 \text{ Кл.}$$

Правда, не может не удивить результат: согласно примеру 1 почти такой же заряд приходит на Землю, когда в неё ударяет молния средней величины! И это через малюсенькую нить накала лампочки карманного фонаря! Не ошибаемся ли мы? Нет, не ошибаемся. Несколько следующих примеров помогут нам лучше разобраться, с величинами какого

порядка мы имеем дело в проводниках.

Пример 3. Подсчитаем, сколько электронов проходит через поперечное сечение нити накала за 1 с при силе тока в лампочке карманного фонаря, равной 0,3 А.

Решение. Число электронов равно перенесённому заряду q , делённому на модуль заряда электрона e :

$$N = q/e = (0,3 \text{ А} \cdot 1 \text{ с}) / (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}) \approx 2 \cdot 10^{18}.$$

Несомненно, в металлах ток создаётся движением чудовищно большого числа электронов (звёзд в нашей Галактике значительно меньше – порядка 10^{11}).

Пример 4. Оценим полное число электронов проводимости и их суммарный заряд, например, в одном кубическом сантиметре медного проводника и в одном килограмме его.

Решение. Считаем, что каждый атом меди «поставляет» металлу один электрон проводимости (электрон внешней электронной оболочки атома). Поэтому число электронов проводимости будет равно числу атомов. Число атомов меди в единице объёма вычислим по формуле

$$n_{\text{ат}} = \rho / m_{\text{атома}} = (8,96 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3) / m_{\text{атома}}.$$

Массу атома легко найти, зная молярную массу меди $\mu = 63,55 \times 10^{-3} \text{ кг/моль}$ и число Авогадро $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}$:

$$m_{\text{атома}} \approx \mu / N_A = 1,06 \cdot 10^{-25} \text{ кг}.$$

Тогда для концентрации атомов меди получаем оценку $n_{\text{ат}} = 8,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$. Такой же будет концентрация электронов n_e , участвующих в переносе заряда. Суммарный заряд (по

модулю) всех электронов проводимости меди в 1 см^3 будет равен

$$n_e \cdot e \cdot 1 \text{ см}^3 = (8,5 \cdot 10^{28} \text{ см}^{-3}) \times (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}) \cdot 1 \text{ см}^3 = 1,36 \cdot 10^4 \text{ Кл}.$$

Это почти в 700 раз больше заряда средней молнии (20 Кл) и лишь примерно в 40 раз меньше заряда всей Земли. (Заряд Земли без атмосферы отрицательный, заряд атмосферы такой же по модулю, но положительный. Заряд Земли составляет примерно -500000 Кл .)

Суммарный заряд электронов проводимости в одном килограмме меди получится делением заряда в одном метре кубическом ($1,36 \times 10^{10} \text{ Кл/м}^3$) на плотность меди; в результате получаем примерно 1,5 миллиона кулон в каждом килограмме. А это уже в 3 раза больше заряда Земли! (Разумеется, все эти 1,5 млн кулон заряда электронов проводимости в 1 кг меди полностью компенсируются положительным зарядом атомных остовов – атомов, «потерявших» электрон внешней электронной оболочки.)

Ясно, что если придать всей этой уйме электронов в проводнике даже небольшую скорость упорядоченного движения, появится ток большой силы.

Пример 5. Оценить, какой бывает реально скорость упорядоченного движения электронов (скорость дрейфа) в металлах при прохождении по ним электрического тока.

Решение. Пусть в медном проводе сечением $S = 1 \text{ мм}^2 = 10^{-6} \text{ м}^2$ сила тока $I = 1 \text{ А}$. Это соответствует достаточно большой плотности тока $j = I/S = 10^6 \text{ А/м}^2$ (при плотностях тока в 10^8 А/м^2 металлы обычно

уже плаваются). Тогда из формулы для плотности тока

$$j = I/S = en_e v_d$$

находим искомую скорость дрейфа электронов:

$$v_d = \frac{I/S}{en_e} = \frac{10^6 \text{ А/м}^2}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 8,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}} \approx \approx 7,4 \cdot 10^{-5} \text{ м/с} \approx 0,07 \text{ мм/с} < 0,1 \text{ мм/с}.$$

Эта скорость кажется неправдоподобно маленькой: электрону, чтобы преодолеть расстояние, например, в 1 м, понадобится без малого 4 ч! Весьма трудно согласовать столь малую скорость движения электронов с тем фактом, что настольная лампа включается практически сразу после того, как мы щёлкнем выключателем.



Удивление, однако, рассеется, если понять, что нет никакой необходимости, чтобы электроны в проводах за малую долю секунды прошли от розетки к лампе, затем прошли по нити накаливания лампы, а далее снова ушли к розетке. Требуется лишь достаточно *быстро и одно-*

временно привести в движение все электроны проводимости в проводах. Это и будет означать, что пошёл ток.

Ситуация здесь похожа на ту, что мы имеем с водой в водопроводных трубах. Если вы знаете, что вода к вам поступает, скажем, из водоочистки X, то вы, открывая кран, разумеется, не подумаете, что вода, которая вот-вот потекла из крана, лишь мгновением раньше покинула водоочистку X и успела преодолеть весь путь (несколько километров) от неё до вашей квартиры. Из крана в данное мгновение потекла вода, которая покинула водоочистку X много раньше. И она уже давно была в трубе, готовая вытечь из крана. Она уже и в квартире непосредственно перед краном находилась, возможно, несколько часов. Нужно было лишь «открыть ей ход» и «подтолкнуть».

Что же «подталкивает» электроны в проводах? Электрическое поле. В проводниках для того, чтобы в них установилось «толкающее» электроны электрическое поле, требуется весьма незначительное время – порядка длины провода L , делённой на скорость света: $L/(3 \times 10^8 \text{ м/с})$. Даже при длине провода в 3 тысячи километров время составляет всего 1/100 секунды. Для бытовых проводов это время много меньше, поэтому свет в комнате загорается практически сразу после щелчка выключателя.

Пример 6. Какие значения напряжённости электрического поля бывают в проводниках, когда по ним течёт ток?

Решение. Оценку снова проведём для медного провода сечением $S = 1 \text{ мм}^2 = 10^{-6} \text{ м}^2$, однако «поднимем» в нём ток до $I = 10 \text{ А}$ (что соответствует плотности тока $j = I/S =$

$= 10^7 \text{ А/м}^2$ – максимально допустимой для медных проводов такого диаметра). Электрическое поле, «толкающее» (или «тянущее») электроны, оценим, используя формулу $E = U/L$, где L – длина провода, U – напряжение, формулу закона Ома $U = RI$ и формулу для сопротивления провода $R = \rho \frac{L}{S}$, где S – поперечное сечение провода. В итоге получаем:

$$E = \frac{IR}{L} = \frac{I}{L} \rho \frac{L}{S} = \rho I/S = 1,7 \cdot 10^{-8} (\text{Ом} \cdot \text{м}) \times 10^7 (\text{А/м}^2) = 0,17 \text{ В/м} < 0,2 \text{ В/м}.$$

Столь малые (и, как правило, ещё меньшие) значения напряжённости электрического поля типичны для всех металлов (хороших проводников). А вот, например, в полупроводниках «тянущие» электрические поля могут порой достигать значений порядка 10^7 В/м . То, что такие поля допустимы в полупроводниках, связано с малой концентрацией носителей заряда в них (на несколько порядков меньше, чем в металлах) и, как следствие, со сравнительно небольшим джоулевым нагревом полупроводников при тех же «тянущих» полях, что и в металлах. Большими в таких полях оказываются и скорости упорядоченного движения носителей заряда – до $10^5 \text{ м/с} = 100 \text{ км/с}$ [1].

Пример 7. Во сколько раз скорость упорядоченного движения электронов в германии с концентрацией электронов $n_{Ge} = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ отличается от дрейфовой скорости электронов в меди при пропускании через них тока одинаковой плотности $j = 10^4 \text{ А/м}^2$? Концентрация свобод-

ных электронов в меди равна $n_{Cu} = 8,5 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$.

Решение. Используя формулу $j = en_e v_d$, имеем $n_{Ge} v_{Ge} = n_{Cu} v_{Cu}$. Отсюда находим искомое отношение:

$$v_{Ge}/v_{Cu} = n_{Cu}/n_{Ge} = 8,5 \cdot 10^6.$$

Пример 8. Приведём характерные значения удельных сопротивлений ρ при $T = 300 \text{ К}$ (и концентраций n электронов проводимости при той же температуре) некоторых важных с бытовой точки зрения металлов, чистых полупроводников, диэлектриков [1–3].

Металлы:

серебро $\rho = 1,6 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$

$$(n \approx 5,9 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}),$$

медь $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$

$$(n \approx 8,55 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}),$$

алюминий $\rho = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$,

олово $\rho = 12 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$,

вольфрам $\rho = 5,5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$,

нихром (сплав) $\rho = 110 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Чистые полупроводники:

германий $\rho \approx 0,5 \text{ Ом} \cdot \text{м}$

$$(n \approx 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}),$$

кремний $\rho \approx 3 \cdot 10^3 \text{ Ом} \cdot \text{м}$

$$(n \approx 10^{10} \text{ см}^{-3})$$

антимонид индия (InSb)

$$\rho \approx 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$$(n \approx 1,7 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}),$$

арсенид галлия (GaAs)

$$\rho = 6,4 \cdot 10^5 \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$$(n \approx 1,1 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}).$$

Диэлектрики:

древесина сухая $\rho = 10^9 - 10^{10} \text{ Ом} \cdot \text{м}$,

стекло $\rho = 10^9 - 10^{13}$ Ом·м,

резина $\rho = 10^{11} - 10^{12}$ Ом·м,

вода дистиллированная
 $\rho = 10^3 - 10^4$ Ом·м,

вода речная $\rho = 10 - 100$ Ом·м,

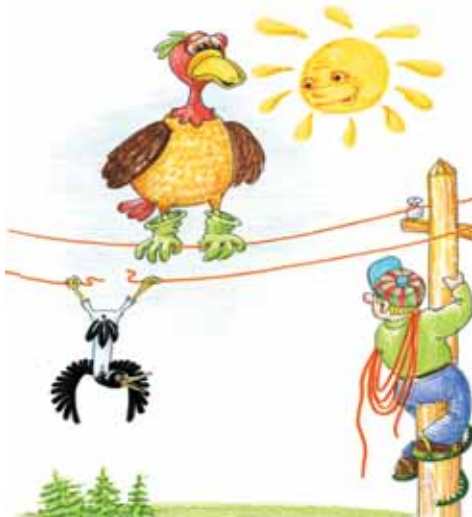
вода морская $\rho = 0,3$ Ом·м,

воздух $\rho = 10^{15} - 10^{18}$ Ом·м.

2. Электрический ток и человек

Пример 9. Все знают, как опасно для человека прикосновение к электрическим проводам, когда они под напряжением. Между тем, все мы неоднократно наблюдали, что птицы спокойно сидят на оголённых проводах с током без всякого для себя ущерба. Почему?

Решение. Объясняется же это весьма просто. Нужно лишь вспомнить некоторые свойства параллельно соединённых проводников. Тело сидящей на проводе птицы представляет собой ответвление цепи, сопротивление которого огромно по сравнению с другой ветвью – короткого участка провода между лапками птицы. Поэтому сила тока в этом ответвлении цепи (в теле птицы) ничтожна и безвредна.



Числовую оценку проведём не для птицы, а для человека, хорошо изолированного от Земли и коснув-

шегося обеими руками провода. (Оценку для человека проводить легче, т. к. данные о сопротивлении его тела известны лучше.) Пусть провод имеет диаметр $d = 5$ мм, а значит, площадь его сечения $S \approx 20 \text{ мм}^2 = 2 \times 10^{-5} \text{ м}^2$. Пусть расстояние вдоль провода между ладонями человека $l = 1$ м. Тогда сопротивление участка провода между ладонями можно оценить по формуле

$$R_{\text{пр}} = \rho l / S \approx 2 \cdot 10^{-8} \cdot 1 / (2 \cdot 10^{-5}) \text{ Ом} = 10^{-3} \text{ Ом}.$$

Сопротивление человека от конца одной руки до конца другой при сухой коже $R_{\text{чел}} \approx 15 \text{ кОм} = 1,5 \times 10^4 \text{ Ом}$. (Для влажной кожи оно может быть много меньше – до 1 кОм.) Поэтому отношение сил токов, идущих по человеку и по проводу,

$$I_{\text{чел}} / I_{\text{пр}} = R_{\text{пр}} / R_{\text{чел}}$$

будет менее 10^{-7} . Так что даже при силе тока в проводе 10 А по человеку пойдёт ток порядка 1 мкА = 10^{-6} А, что вполне безопасно, как мы увидим ниже.

Пример 10. Какая сила тока опасна для человека?

Решение. Действие на человека оказывает именно электрический ток, а не напряжение. Электрический ток, протекающий через тело человека, оказывает следующее воздействие [2, 4]:

– ток порядка 1 мА (и меньше) считается безопасным;

– ток менее 10 мА ощущается очень слабо;

– ток в 20 мА вызывает болезненные ощущения; иногда рука как бы притягивается к проводу;

– ток в 30 мА нарушает дыхание;

– ток в 70 мА сильно затрудняет дыхание;

– при токе в 100 мА = 0,1 А возникают серьёзные нарушения в работе сердца, что нередко приводит к смерти;

– ток более 200 мА вызывает сильный ожог и останавливает дыхание.

Самостоятельно сделайте оценки в двух следующих задачах.

Задача 1. Человек с сухими ру-

ками замкнул на себя батарейку карманного фонаря с ЭДС 1,5 В.

Сопротивление человека от конца одной руки до конца другой при сухой коже рук 15 кОм. Найти силу тока через тело человека. Сравните с силой тока из примеров 9 и 10.

Ответ: 0,1 мА.

Задача 2. Какой силы ток пойдёт по телу человека, когда он замкнёт на себя розетку с напряжением 220 В? Оценку провести для а) сухой и б) влажной кожи рук. Сопротивление человека от конца одной руки до конца другой при сухой коже рук 15 кОм, при влажной коже – 1 кОм. Сравните полученные результаты с данными примера 10.

Ответ: а) 15 мА; б) 220 мА.

3. Электрический ток в быту

Пример 11. Домашний пробочный предохранитель рассчитан на максимальную силу тока $I_{\max} = 10$ А. Каким может быть минимальное сопротивление всех одновременно включённых приборов в квартире, чтобы ещё не «выбило пробку»? Напряжение в сети $U = 220$ вольт.

Решение. По закону Ома имеем:

$$R_{\min} = U/I_{\max} = 220 \text{ В} / 10 \text{ А} = 22 \text{ Ом}.$$

Заметим, что все электроприборы в доме включаются параллельно друг другу. Поэтому подключение всякого нового электроприбора уменьшает общее сопротивление квартиры, а при фиксированном напряжении увеличивает суммарный ток, который как раз и контролируется предохранителем.

А теперь – несколько задач про батарейки и лампочки карманного фонаря для самостоятельного решения.

Задача 3. При питании лампочки от

элемента с ЭДС $\mathcal{E} = 1,5$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом сила тока в цепи $I = 0,2$ А. Чему равно сопротивление лампочки?

Ответ: 7 Ом.

Задача 4. При питании лампочки от элемента с ЭДС $\mathcal{E} = 1,5$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом сила тока в цепи $I = 0,2$ А. Найти напряжение на лампочке.

Ответ: 1,4 В.

Задача 5. Гальванический элемент с ЭДС $\mathcal{E} = 1,5$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом, замкнут накороток (полюса элемента соединены проводником с пренебрежимо малым сопротивлением). Определить силу тока короткого замыкания.

Ответ: 3 А.

Задача 6. При подключении лампочки к источнику с ЭДС $\mathcal{E} = 4,5$ В напряжение на лампочке $U = 4$ В, а сила тока в ней $I = 0,25$ А. Каково внутреннее сопротивление источника?



Ответ: 2 Ом.

Пример 12. Считается, что все электроприборы в квартире включены параллельно друг другу. Это обеспечивается малостью сопротивлений соединительных проводов, а потому малым падением напряжения на соединительных проводах. Пусть напряжение в розетке равно $U = 220$ В и пусть электрокамин с сопротивлением $R_k = 48,4$ Ом (мощностью 1 кВт) включён не прямо в розетку, а с помощью удлинителя длиной $L = 5$ м. В удлинителе используется медный провод диаметром $d = 1$ мм. Какое реально напряжение U' приложено к электрокамину с учётом конечного (хотя и малого) падения напряжения на проводе удлинителя? (Задача могла быть переформулирована и для удалённой розетки.) Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

Решение. Сопротивление провода удлинителя $r = \rho \cdot 2L/S$, где $S = \pi \cdot d^2/4 \approx 7,85 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2$ – площадь поперечного сечения провода, а множитель 2 в формуле для сопротивления учитывает, что в удлинителе имеется два провода, уложенных вместе, один из которых идет, условно говоря, к прибору, а другой – от него. В итоге получаем $r \approx 0,2$ Ом. Общее сопротивление проводов удлинителя и электрокамина $R = R_k + r \approx 48,6$ Ом. Сила тока в проводах $I = U/R \approx 4,53$ А. Напряжение (падение напряжения) на проводах удлинителя $u = Ir \approx 1$ В. Напряжение на электрокамине $U' = U - u \approx 219$ В, т. е. совсем незначительно отличается от 220 В.

Пример 13. В электрокамине перегорела спираль, развалившись

на две примерно равные половинки. Не имея под рукой запасной исправной спирали, перегоревшую спираль решают заменить временно на одну из её половинок. Сильнее или слабее будет греть после этого электрокамин?

Решение. Сопротивление целой спирали R пропорционально её длине L : $R = \rho L/S$, где ρ – удельное сопротивление материала спирали, S – площадь поперечного сечения проволоки спирали. Поэтому сопротивление половинки спирали в 2 раза меньше сопротивления целой спирали: $R' = R/2$. Если в электрокамине была лишь одна спираль, то до перегорания мощность электрокамина равнялась $P = U^2/R$, после замены целой спирали на её половинку мощность возрастёт в 2 раза:

$$P' = U^2/R' = U^2/(R/2) = 2 U^2/R = 2P.$$

Так что электрокамин после замены целой спирали её половинкой будет греть сильнее. Правда, скорее всего, недолго (у автора настоящей статьи камин проработал ещё пару минут, после чего половинка спирали перегорела тоже).

Замечание 1. Весьма часто дают следующее неправильное решение задачи. Запишем закон Джоуля – Ленца в форме $P = I^2 R$. Тогда, казалось бы, после замены целой спирали её половинкой для мощности будем иметь вдвое меньшее значение $P' = I^2 R/2 = P/2$ (*). Ошибка в таком решении состоит в молчаливом предположении, что сила тока через половинку спирали будет такой же, как и через целую спираль. В действительности это не так. В обоих случаях к электрокамину будет подведено одно и то же напряжение

(220 вольт). А вот силу тока через половинку спирали ещё нужно рассчитать: $I = U/(R/2) = 2U/R = 2I$. Сила тока будет в 2 раза больше, чем через целую спираль. Так что вместо (*) мы должны написать: $P' = I^2 R/2 = (2I)^2 R/2 = 2I^2 R = 2P$, т. е. снова получаем удвоенную мощность.

Замечание 2. Учёт зависимости сопротивления от температуры, а также учёт теплоотвода от проводника несколько изменит результат.

Пример 14. Что больше – сопротивление в рабочем состоянии 100-ваттной или 40-ваттной лампочек, рассчитанных на одно и то же напряжение $U = 220$ В, и во сколько раз?

Решение. Из формулы для мощности $P = U^2/R$ получаем $R = U^2/P$. Для 100-ваттной лампочки

$$R_{100} = 220^2/100 \text{ Ом} = 484 \text{ Ом},$$

для 40-ваттной –

$$R_{40} = 220^2/40 \text{ Ом} = 1210 \text{ Ом}.$$

Имеем $R_{40}/R_{100} = 2,5$. Итак, сопротивление 40-ваттной лампочки в 2,5 раза больше сопротивления 100-ваттной лампочки.

Пример 15. В люстре одновременно светят 3 лампочки – 100-ваттная, 75-ваттная и 40-ваттная. Какие токи текут в лампочках? Напряжение в электросети $U = 220$ В.

Решение. Из формулы для мощности $P = UI$ получаем силу тока $I = P/U$. Тогда

$$I_{100} = 100 \text{ Вт}/(220 \text{ В}) \approx 0,45 \text{ А},$$

$$I_{75} = 75 \text{ Вт}/(220 \text{ В}) \approx 0,34 \text{ А},$$

$$I_{40} = 40 \text{ Вт}/(220 \text{ В}) \approx 0,18 \text{ А}.$$

Пример 16. Домашний пробочный предохранитель рассчитан на максимальную силу тока $I_{\max} = 15$ А. Желая скорее прогреть квар-

тиру, хотят одновременно включить несколько электрокаминов мощностью $P = 1$ кВт. Какое наибольшее их число можно включить сразу, чтобы ещё не «выбило пробку»? Напряжение в сети $U = 220$ В. Как изменится ответ, если в квартире установлена «пробка», рассчитанная на $I_{\max} = 10$ А?

Решение. Сопротивление одного электрокамина $R = U^2/P = 48,4$ Ом. Если сразу включить n каминов, их общее сопротивление станет равным $r = R/n$ (работая от разных розеток или от одной розетки с помощью «тройника», все они включаются параллельно!). Минимальное сопротивление электроприборов в квартире, при котором ещё не «выбивает пробку»:

$$R_{\min} = U/I_{\max} = 220 \text{ В}/15 \text{ А} \approx 14,7 \text{ Ом}.$$

Полагая $r = R/n = R_{\min}$, получаем $n = R/R_{\min} = 3,3$. Таким образом, в квартире могут работать одновременно не более 3-х электрокаминов. Для пробочного предохранителя с $I_{\max} = 10$ А получаем $n = 2,1$; это значит, что одновременно можно включить лишь 2 электрокамина.

Самостоятельно решите следующую задачу.

Задача 7. Электрокамин мощностью $P = 1$ кВт включён в розетку с напряжением $U = 220$ В с помощью удлинителя длиной $L = 5$ м. В удлинителе используется медный провод диаметром $d = 1$ мм. Какую мощность P' даёт электрокамин с учётом падения напряжения на проводе удлинителя? Удельное сопротивление меди

$$\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

Ответ: $P' \approx 0,99$ кВт.

Пример 17. Линия электропе-



редачи (ЛЭП) длиной $L = 100$ км работает при напряжении на выходе генератора $U = 200$ кВ. Линия выполнена из алюминиевого кабеля площадью поперечного сечения $S = 150$ мм². Передаваемая мощность (мощность на нагрузке) $P_{\text{н}} = 30000$ кВт. Какая мощность $P_{\text{л}}$ выделяется (теряется) в линии?

Решение. При силе тока I в кабеле теряется мощность

$$P_{\text{л}} = I^2 R_{\text{л}}. \quad (1)$$

Сопротивление линии

$$R_{\text{л}} = \rho \frac{2L}{S},$$

где $\rho = 2,8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м – удельное сопротивление алюминия, множитель 2 учитывает тот факт, что от генератора электростанции к нагрузке идут два провода («туда» и «обратно»). Подстановка чисел даёт значение сопротивления линии $R_{\text{л}} \approx 37$ Ом. (Заметьте, что оно меньше сопротивления обычной лампочки!) Сила тока могла бы быть вычислена по формуле

$$I = P_{\text{н}}/U_{\text{н}}, \quad (2)$$

в которую входит, однако, неизвестное пока напряжение $U_{\text{н}}$ на нагрузке. Последнее, впрочем, практически совпадает с полным напряжением на выходе генератора:

$$U = U_{\text{н}} + U_{\text{л}} \approx U_{\text{н}}, \quad (3)$$

так как

$$U_{\text{н}} \gg U_{\text{л}}. \quad (4)$$

Так должно быть! И это на самом деле так! В противном случае, т.е. если бы величины $U_{\text{н}}$ и $U_{\text{л}}$ были одного порядка, то одного порядка оказались бы и потери мощности в линии $P_{\text{л}} = U_{\text{л}} I$ и мощность в нагрузке $P_{\text{н}} = U_{\text{н}} I$. Но кому нужна линия электропередач, которая потребляет (на бесполезный нагрев проводов) значительную часть вырабатываемой электростанцией энергии?! С учётом приближённого равенства (3) имеем согласно (2):

$$I \approx P_{\text{н}}/U = 3 \cdot 10^7 \text{ Вт} / (2 \cdot 10^5 \text{ В}) = 150 \text{ А}.$$

Тогда из формулы (1) получаем

$$P_{\text{л}} \approx (150 \text{ А})^2 \cdot 37 \text{ Ом} \approx 83 \text{ кВт},$$

что составляет менее 3% от мощности на нагрузке

$$P_{\text{н}} = 30000 \text{ кВт}.$$

Напряжение на проводах ЛЭП:

$$U_{\text{л}} = R_{\text{л}} I \approx 37 \text{ Ом} \cdot 150 \text{ А} \approx 5600 \text{ В},$$

что действительно много меньше напряжения на нагрузке

$$U_{\text{н}} = R_{\text{л}} I \approx U - U_{\text{л}} \approx 194\,000 \text{ В} \approx U.$$

Это оправдывает наше приближение (3-4).

Задача 8. Подумайте, почему электроэнергия в ЛЭП передаётся под большим напряжением (а не, например, под напряжением 220 В, которое обычно используется потребителями).

Указание. Докажите, что при этом сила тока в линии оказалась бы очень большой, а с ней – большими потери энергии на проводах ЛЭП.

4. Электрический ток и температура

Пример 18. Следует ли при расчёте сопротивления проводов, температура которых отлична от 0°С, принимать во внимание изменение их геометрических размеров при нагревании?

Решение. Нет, т. к. температурный коэффициент сопротивления α в формуле $\rho(t) = \rho_0(1 + \alpha t)$ порядка 10^{-3} 1/град, а коэффициент линейного расширения β в формуле $L(t) =$

$= L_0(1 + \beta t)$ – порядка 10^{-5} 1/град (примерно в 100 раз меньше).

Пример 19. Сопротивление нити накаливания в 100-ваттной лампочке, рассчитанной на напряжение $U = 220$ В, в холодном состоянии (при температуре $t_0 = 27^\circ\text{C}$) составляет $R(t_0) = 42$ Ом. Определить сопротивление $R(t)$ нити в рабочем (горячем) состоянии и сравнить его с сопротивлением нити холодной лампочки.

Решение. Из формулы $P = U^2/R(t)$ имеем

$$R(t) = U^2/P = 484 \text{ Ом.}$$

Тогда

$$R(t)/R(t_0) \approx 11,5.$$

Таким образом, сопротивление лампочки в рабочем (горячем) состоянии превышает сопротивление холодной лампочки более чем в 10 раз!

Самостоятельно сделать оценку в следующей задаче.

Задача 9. Сопротивление нити накаливания в 100-ваттной лампочке, рассчитанной на напряжение 220 В, в холодном состоянии (при температуре $t_0 = 27^\circ\text{C}$) составляет 42 Ом.

Определить силу тока через нить накаливания в рабочем (горячем)

состоянии и в момент включения (пока нить ещё холодная).

Ответ: 0,455 А; 5,2 А

Пример 20. Оценить температуру вольфрамовой нити накаливания в 100-ваттной лампочке, рассчитанной на напряжение 220 В, если в холодном состоянии (при температуре $t_0 = 27^\circ\text{C}$) сопротивление лампочки составляет 42 Ом.

Решение. Согласно примеру 19, $R(t)/R(t_0) \approx 12$. Для нахождения температуры нити воспользуемся формулой зависимости сопротивления от температуры. Имеем:

$$R(t) = R_0 \cdot (1 + \alpha t), \quad R(t_0) = R_0 \cdot (1 + \alpha t_0).$$

Здесь R_0 – сопротивление при 0°C ,

$\alpha = 4,8 \cdot 10^{-3}$ 1/градус – температурный коэффициент сопротивления для вольфрама. Отсюда для определения t получаем уравнение:

$$\frac{R(t)}{R(t_0)} \approx 12 = \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_0} = \frac{1 + 4,8 \cdot 10^{-3} t}{1 + 4,8 \cdot 10^{-3} \cdot 27},$$

откуда $t \approx 2500^\circ\text{C}$. Конечно, это – большая температура. Но она всё же меньше температуры плавления вольфрама $t_{\text{пл}} = 3416^\circ\text{C}$, из которого изготовлена нить накаливания в лампочке.

Литература

1. Бонч-Бруевич В.Л., Калашников С.Г. Физика полупроводников. – М.: Наука, 1977.
2. Енохович А.С. Справочник по физике и технике. – М.: Просвещение, 1983.
3. Кошкин Н.И., Ширкевич М.Г. Справочник по элементарной физике. – М.: Наука, 1982.
4. Уокер Дж. Физический фейерверк. – М.: Мир, 1989.
5. Физика: 3800 задач для школьников и поступающих в вузы / Авт.-сост. Турчина Н.В. и др. – М.: Дрофа, 2000.