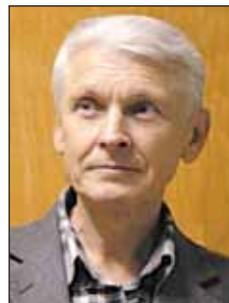


Чивилёв Виктор Иванович

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Московского физико-технического института (МФТИ). Заслуженный работник высшей школы, заместитель председателя научно-методического совета Федеральной заочной физико-технической школы (ФЗФТШ) при МФТИ, член жюри Всероссийской



Электромагнитная индукция в движущихся проводниках

Рассмотрены физические причины появления электродвижущей силы (ЭДС) в проводнике, движущемся в постоянном во времени магнитном поле. Показано, какая часть силы Лоренца отвечает за ЭДС. Все возможные варианты движения проводника сведены к следующим трём случаям. Движущийся прямолинейный проводник перпендикулярен векторам своей скорости \vec{v} и магнитной индукции \vec{B} . Движущийся прямолинейный проводник не перпендикулярен хотя бы одному из векторов \vec{v} или \vec{B} . Криволинейный проводник движется произвольно. Приведены формулы и алгоритмы для нахождения ЭДС. Приведены примеры решения задач.

1. Физические причины появления электродвижущей силы в проводнике, движущемся в постоянном во времени магнитном поле

Опыт показывает, что при движении проводника в постоянном во времени магнитном поле в проводнике возникает электродвижущая сила (ЭДС), называемая электродвижущей силой индукции. Для обнаружения ЭДС индукции в движущемся проводнике достаточно включить его в состав замкнутой электрической цепи, остальные части которой неподвижны. Движущийся проводник будет служить источником тока в такой цепи. Появление тока в цепи, называемого индукционным током, даёт основание утверждать, что в движущемся проводнике возникает ЭДС.

На рис. 1 приведён пример регистрации индукционного тока I амперметром при перемещении проводника MN со скоростью \vec{v} по проводящим

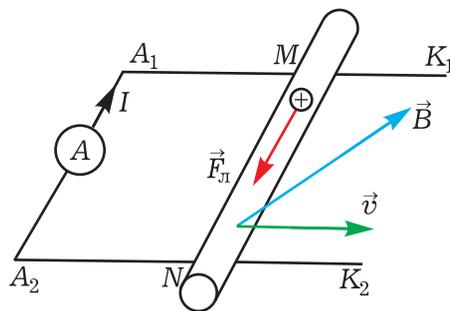


Рис. 1

рельсам A_1K_1 и A_2K_2 в магнитном поле с индукцией \vec{B} . На рис. 2 показана эквивалентная схема, в которой движущийся проводник MN заменён источником с ЭДС \mathcal{E} .

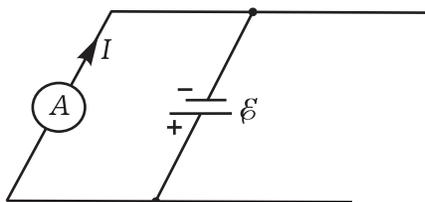


Рис. 2

Физической причиной, вызывающей появление ЭДС в движущемся проводнике, является сила Лоренца, действующая на движущиеся вместе с проводником его свободные заряды (заряженные частицы, которые могут достаточно свободно перемещаться в проводнике, например, электроны в металлах). Под действием силы Лоренца свободные заряды приходят в движение вдоль проводника, создавая индукционный ток. На рис. 1 показано направление силы Лоренца \vec{F}_L (точнее, составляющей силы Лоренца, направленной вдоль проводника), действующей на положительный свободный заряд проводника.



Перед тем, как уточнить сказанное выше о силе Лоренца при возникновении ЭДС индукции, напомним, что такое сила Лоренца.

В магнитном поле с индукцией \vec{B} на движущийся со скоростью \vec{v} заряд q действует сила Лоренца, абсолютная величина которой

$$F_L = |q| v B \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами скорости \vec{v} и магнитной индукции \vec{B} . Сила Лоренца действует на заряд в направлении, перпендикулярном векторам \vec{v} и \vec{B} , т.е. плоскости векторов \vec{v} и \vec{B} . Из двух возможных направлений, перпендикулярных векторам \vec{v} и \vec{B} , выбираем то направление, которое определяется *правилом левой руки*: если расположить левую руку так, чтобы силовые линии входили в ладонь, а четыре вытянутых пальца были направлены по скорости положительного заряда (против скорости отрицательного заряда), то отогнутый на 90° в плоскости ладони большой палец укажет приближённо направление силы Лоренца.

Теперь уточним сказанное о силе Лоренца и её направлении при возникновении ЭДС индукции в движущемся проводнике. Индукционный ток в проводнике создаётся движущимися относительно проводника свободными зарядами. Поэтому скорость свободного заряда равна векторной сумме скорости заряда относительно проводника и скорости проводника.

Скорость заряда относительно проводника, направленная вдоль проводника, вызывает появление составляющей силы Лоренца, направленной перпендикулярно проводнику. Эта составляющая силы Лоренца не может способствовать или препятст-

водить движению свободных зарядов вдоль проводника, т.е. не является причиной появления ЭДС.

Составляющая скорости заряда, равная скорости проводника, вызывает появление составляющей силы Лоренца, направленной перпендикулярно векторам скорости проводника и индукции магнитного поля. Такая составляющая силы Лоренца может быть направлена и не вдоль проводника, поскольку проводник расположен не обязательно перпендикулярно векторам своей скорости и индукции магнитного поля. Но из-за наличия такой составляющей силы Лоренца свободные заряды проводника приходят в движение вдоль проводника,

что и является физической причиной возникновения ЭДС в движущемся проводнике.

Составляющая силы Лоренца, вызванная составляющей скорости заряда, равной скорости проводника, и есть *сторонняя сила* (сила неэлектростатического происхождения), действующая на свободные заряды проводника. Отношение работы сторонней силы над перемещаемым зарядом на некотором участке проводника к величине перемещаемого заряда называется электродвижущей силой, действующей на этом участке. Работа рассматривается в системе отсчёта, связанной с проводником.

2. ЭДС индукции в прямолинейном проводнике, движущемся со скоростью \vec{v} в постоянном во времени магнитном поле с индукцией \vec{B} . Проводник расположен перпендикулярно векторам \vec{v} и \vec{B} .

Пусть прямолинейный проводник MN длиной l движется со скоростью \vec{v} в постоянном во времени однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} (рис. 3). Пусть угол между векторами \vec{v} и \vec{B} равен α , а сам проводник перпендикулярен векторам \vec{v} и \vec{B} . Выведем формулу для нахождения ЭДС индукции двумя способами.

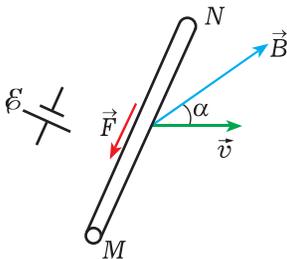


Рис. 3

Первый способ (используется сила Лоренца). Рассмотрим частицу

внутри проводника, которая может перемещаться вдоль него и имеет положительный заряд q . На эту частицу, движущуюся вместе с проводником со скоростью \vec{v} , действует со стороны магнитного поля сила Лоренца

$$F = qvB \sin \alpha,$$

направленная вдоль проводника. Заметим, что здесь F – только составляющая силы Лоренца, отвечающая за возникновение ЭДС (см. предыдущий параграф). Эта составляющая силы Лоренца есть сторонняя сила. При мысленном перемещении частицы на расстояние l вдоль проводника сторонняя сила совершает работу

$$A = Fl = qvBl \sin \alpha$$

в системе отсчёта, связанной с проводником. Отношение этой работы к величине заряда и есть электродвижущая сила:

$$\mathcal{E} = vBl \sin \alpha. \quad (2.1)$$

Формула (2.1) даёт выражение

для ЭДС, когда проводник перпендикулярен векторам \vec{v} и \vec{B} .

Движущийся проводник MN эквивалентен источнику с ЭДС \mathcal{E} (рис. 3). Его полярность можно определить по направлению силы Лоренца, действующей на положительные заряды. Направление силы Лоренца находится по правилу левой руки.

Второй способ (используется закон электромагнитной индукции для контура). Включим проводник MN в состав замкнутой электрической цепи. Например, будем двигать концы проводника MN по проводящим неподвижным стержням, соединенным неподвижным проводником KP (рис. 4). Найдём ЭДС индукции в проводящем контуре $KPNMK$. Выберем направление нормали \vec{n} к плоскости контура и свяжем его правилом буравчика с положительным направлением обхода контура (на рис. 4 показано кривой стрелкой). За малое время Δt проводник MN сместится в положение

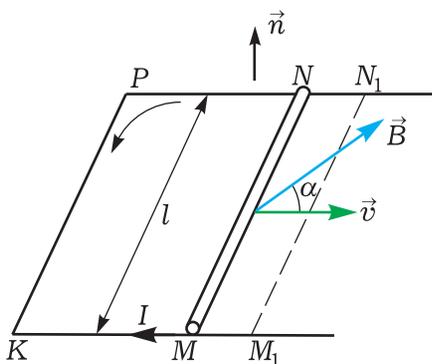


Рис. 4

M_1N_1 . Площадь контура увеличится на $\Delta S = lv\Delta t$, магнитный поток изменится на

$$\Delta\Phi = B\Delta S \cos(90^\circ - \alpha) = Blv\Delta t \sin\alpha.$$

По закону электромагнитной индукции ЭДС в контуре

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -vBl \sin\alpha.$$

Отрицательность ЭДС означает, что она «направлена» против положительного направления обхода контура, создавая индукционный ток I , идущий против выбранного обхода.



Сравнив результаты обоих способов вывода ЭДС, видим, что модули и «направления» ЭДС получились одинаковыми.

Задача 1. Проводящую перемычку MN длиной l двигают со скоростью \vec{v} по двум параллельным проводящим рейкам (рис. 5). Перемычка

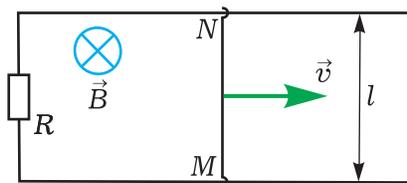


Рис. 5

перпендикулярна рейкам и своей скорости. Конструкция находится в однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} , направленной перпендикулярно рейкам и перемычке. Рейки замкнуты на резистор сопротивлением R . Найти силу тока в резисторе.

Сопротивлением реек и перемычки пренебречь.

Решение. Перемычка перпендикулярна векторам скорости и индукции магнитного поля. Угол между этими векторами равен 90° . В перемычке возникает ЭДС индукции

$$\mathcal{E} = vBl \sin 90^\circ = vBl.$$

«Направление» ЭДС найдём по направлению силы Лоренца, действующей на положительно заряженную частицу перемычки, используя правило левой руки. На рис. 6 показана эквивалентная схема. Сила тока в резисторе

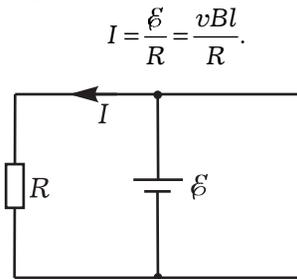


Рис. 6

Задача 2. Из одного куска проволоки сделали плоскую конструкцию в форме угла ACD и перемычки MN , имеющей электрический контакт со сторонами угла (рис. 7). Конструкция помещена в однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} , направленной перпендикулярно плоскости

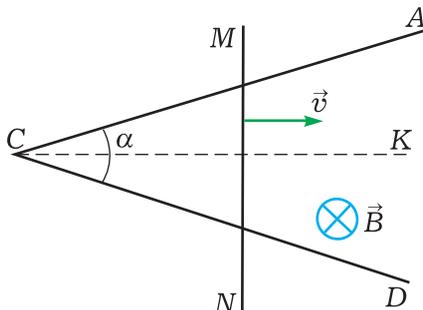


Рис. 7

конструкции. Перемычку двигают со скоростью \vec{v} вдоль биссектрисы CK угла α так, что перемычка остаётся перпендикулярной биссектрисе. Сопротивление единицы длины проволоки σ . Найти силу тока в перемычке.

Решение. Пусть в некоторый момент длина перемычки между местами её контакта с углом равна l . ЭДС индукции в перемычке $\mathcal{E} = vBl$. Эквивалентная схема показана на рис. 8.

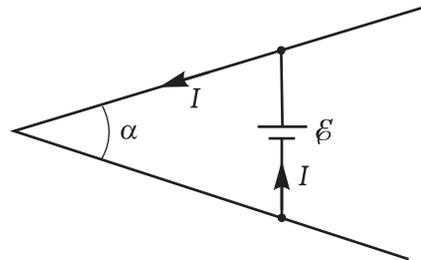


Рис. 8

Длина проволоки в замкнутой цепи из угла и перемычки

$$L = l + 2 \frac{l/2}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{l(1 + \sin \frac{\alpha}{2})}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

Сопротивление замкнутой цепи

$$R = \sigma L = \frac{\sigma l(1 + \sin \frac{\alpha}{2})}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

Сила тока в цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{vB \sin \frac{\alpha}{2}}{\sigma(1 + \sin \frac{\alpha}{2})}.$$

Задача 3. Проводящий стержень AC длиной l висит на двух вертикальных непроводящих нитях длиной H каждая, прикреплённых к горизонтальной оси OO' (рис. 9). Система находится в однородном маг-

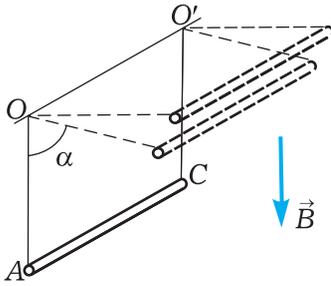
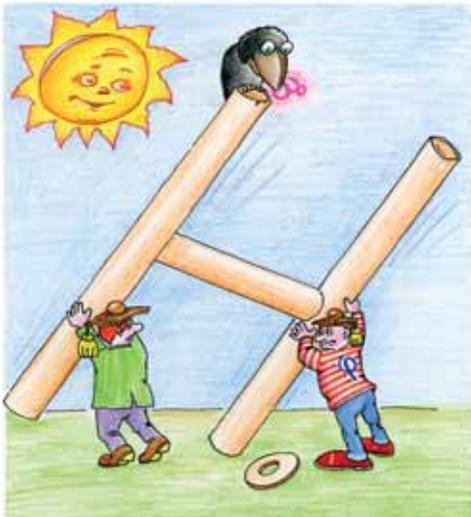


Рис. 9

нитном поле с индукцией \vec{B} , направленной вертикально вниз. Стержень отклонили так, что непровисшие нити оказались в горизонтальном положении и перпендикулярно стержню. Затем стержень отпустили. Най-



ти ЭДС индукции в стержне и разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_C$ между концами стержня в момент, когда нити будут составлять угол α с вертикалью.

Решение. Скорость стержня v при угле α (рис. 10) найдём из закона сохранения энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = mgH \cos \alpha.$$

Здесь m – масса стержня. Отсюда

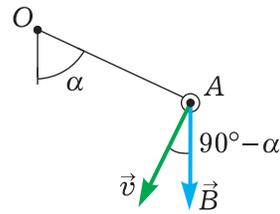


Рис. 10

$$v = \sqrt{2gH \cos \alpha}.$$

ЭДС индукции в стержне

$$\mathcal{E} = vBl \sin(90^\circ - \alpha) = Bl\sqrt{2gH \cos^3 \alpha}.$$

«Направление» ЭДС найдём по направлению силы Лоренца, действующей на положительно заряженную частицу стержня, используя правило левой руки. В нашем случае ЭДС «направлена» от C к A. Поэтому разность потенциалов

$$\varphi_A - \varphi_C = \mathcal{E} = Bl\sqrt{2gH \cos^3 \alpha}.$$

3. ЭДС индукции в прямолинейном проводнике, движущемся со скоростью \vec{v} в постоянном во времени магнитном поле с индукцией \vec{B} . Проводник расположен не перпендикулярно хотя бы одному из векторов \vec{v} или \vec{B} .

Пусть проводник MN длиной l движется со скоростью \vec{v} в постоянном во времени однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} (рис. 11). Пусть угол между векторами \vec{v} и \vec{B} равен α , а сам проводник не перпен-

дикулярен вектору \vec{v} или \vec{B} (или обоим одновременно). Тогда в формуле (2.1) для ЭДС индукции вместо l надо брать эквивалентную длину проводника $l_{\text{экв}}$, представляющую собой проекцию M_1N_1 проводника

MN на направление AA' , перпендикулярное плоскости, в которой лежат векторы \vec{v} и \vec{B} (рис. 11). Действи-

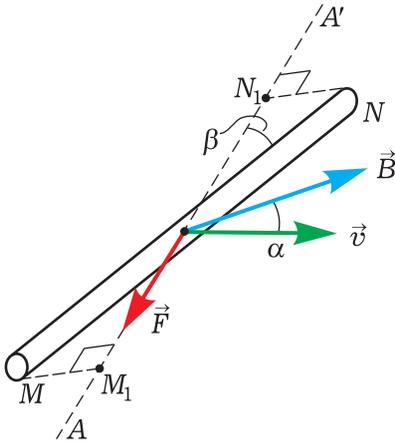


Рис. 11

тельно, на частицу с положительным зарядом q внутри проводника, движущуюся вместе с проводником со скоростью \vec{v} , действует сила Лоренца (точнее, составляющая силы Лоренца, см. параграф 1) $F = qvB \sin \alpha$, направленная перпендикулярно плоскости векторов \vec{v} и \vec{B} , т.е. вдоль AA' , под некоторым углом β к проводнику MN . Эта сила совершает работу над перемещаемым вдоль проводника зарядом (в системе отсчёта, связанной с проводником) $A = Fl \cos \beta$. Обозначив $l \cos \beta$ через $l_{\text{экв}}$, имеем:

$$A = Fl \cos \beta = Fl_{\text{экв}}.$$

С учётом выражения для F и того, что A/q есть ЭДС, получаем ЭДС индукции в прямолинейном проводнике длиной l , составляющем угол β (рис. 11) с нормалью к плоскости векторов скорости проводника \vec{v} и магнитной индукции поля \vec{B} , угол между которыми равен α :

$$\mathcal{E} = Bvl \sin \alpha \cos \beta = Bvl_{\text{экв}} \sin \alpha. \quad (3.1)$$

Ясно, что выражение для ЭДС индукции по формуле (2.1) есть частный случай выражения для ЭДС индукции по формуле (3.1), когда $\beta = 0$.

Физический смысл $l_{\text{экв}}$ в формуле (3.1) проясняется, если воспользоваться понятием силовых линий и заметить, что расположенный вдоль AA' проводник M_1N_1 длиной $l_{\text{экв}}$ будет пересекать при движении со скоростью v столько же силовых линий в единицу времени, сколько их пересекает наш проводник MN длиной l . А это и означает, что ЭДС индукции в этих проводниках одинакова.



Заметим, что формулу (3.1) можно вывести, включив проводник MN в состав контура и применив закон электромагнитной индукции для контура. Так было сделано во втором способе в предыдущем параграфе.

Задача 4. Проводящую перемычку MN длиной l двигают со скоростью \vec{v} по двум параллельным проводящим рейкам (рис. 12). Перемычка составляет острый угол γ с рейками. Конструкция находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} , направленной перпендикулярно рейкам и перемычке. Рейки замкнуты на резистор сопротивлением R . Найти силу тока в резисторе. Сопротивлением реек и перемычки пренебречь.

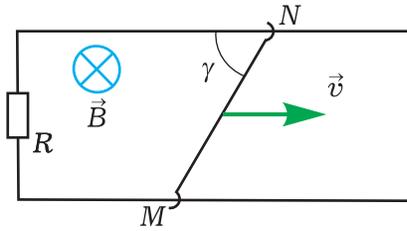


Рис. 12

Решение. Движущийся проводник (перемычка MN) не перпендикулярен вектору скорости \vec{v} , хотя и перпендикулярен вектору магнитной индукции \vec{B} . Роль нормали к плоскости векторов \vec{v} и \vec{B} может выполнять прямая AA' , перпендикулярная рейкам и лежащая в их плоскости (рис. 13). Перемычка MN составляет угол $\beta = 90^\circ - \gamma$ с AA' . ЭДС в ней

$$\mathcal{E} = vBl \sin \alpha \cdot \cos \beta.$$

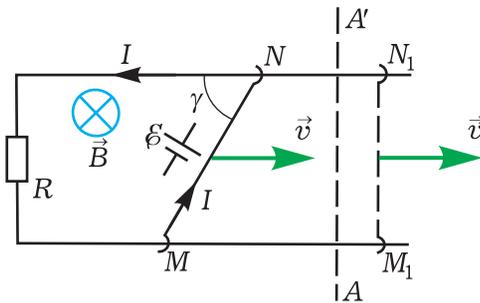


Рис. 13

Здесь $\alpha = 90^\circ$ – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} . Имеем

$$\mathcal{E} = vBl \sin \gamma.$$

«Направление» ЭДС в перемычке определяем по направлению силы Лоренца, действующей на положительно заряженную частицу, используя правило левой руки (рис. 13).

Сила тока в резисторе

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{vBl \sin \gamma}{R}.$$

Задача 5. Проводящий стержень MN

длиной l расположен параллельно диагонали BD' куба (рис. 14). Стержень движется поступательно с постоянной скоростью \vec{v} вдоль ребра AB в постоянном однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} , направленной вдоль ребра $B'B$. Найти ЭДС индукции в стержне.

Решение. ЭДС индукции в стержне

$$\mathcal{E} = vBl \sin \alpha \cos \beta.$$

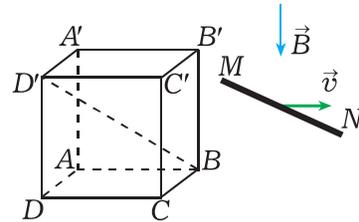


Рис. 14

У нас угол α между векторами магнитной индукции и скорости равен 90° , поэтому $\sin \alpha = 1$. Найдём угол β между проводником MN и нормалью к плоскости векторов магнитной индукции и скорости. Роль нормали играет ребро BC куба. Угол β – это угол $D'BC$, $\cos \beta = \frac{BC}{D'B}$. Если через a обозначить длину ребра куба, то $D'B = a\sqrt{3}$ и $\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Подставляя

выражение для \mathcal{E} найденные значения $\sin \alpha$ и $\cos \beta$, получим ЭДС индукции в стержне:

$$\mathcal{E} = \frac{vBl}{\sqrt{3}}.$$

Заметим, что для решения задачи можно было бы воспользоваться формулой $\mathcal{E} = Bv l_{\text{эkv}} \sin \alpha$, где эквивалентная длина проводника

$l_{\text{эkv}}$ равна BC , умноженной на $\frac{l}{D'B}$, т.е. равна $\frac{l}{\sqrt{3}}$.

4. ЭДС индукции в криволинейном проводнике, движущемся произвольно в постоянном во времени магнитном поле

Пусть криволинейный проводник любой формы движется произвольным образом, находясь в постоянном во времени магнитном поле, которое не обязательно однородное. На рис. 15 показан пример движения проводника ABC , когда за некоторое время проводник переместился из положения ABC в положение $A_1B_1C_1$. Найти ЭДС можно двумя способами.

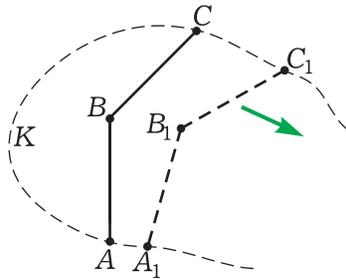


Рис. 15

Первый способ. При движении криволинейного проводника его следует мысленно разбить на достаточно малые, практически прямолинейные отрезки, найти ЭДС индукции в каждом отрезке и алгебраически сложить все ЭДС (как при последовательном соединении источников), предварительно выбрав положительное направление обхода проводника. Полученная сумма даст значение ЭДС индукции в криволинейном проводнике.

Второй способ. В произвольно движущемся криволинейном проводнике ЭДС индукции равна с обратным знаком скорости изменения магнитного потока, «заметаемого» проводником:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Для примера, приведённого на рис. 15, $\Delta\Phi$ – «заметаемый» проводником

ABC магнитный поток за малое время Δt при перемещении из положения ABC в положение $A_1B_1C_1$.

Докажем справедливость утверждения, высказанного во втором способе. Рассмотрим проводник ABC как часть проводящего контура $ABCKA$, полученного при движении концов A и C проводника по неподвижным проводникам KCC_1 и $КАА_1$. При постоянном во времени магнитном поле изменение магнитного потока $\Delta\Phi$ через контур $ABCKA$ за время Δt как раз и будет равно потоку через $ABCC_1B_1A_1A$, т.е. «заметаемому» проводником ABC потоку за время Δt . Если Δt достаточно мало, то по закону электромагнитной индукции ЭДС в контуре $\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Такая же ЭДС в проводнике ABC .

Физический смысл нахождения ЭДС вторым способом станет ясным, если учесть, что ЭДС пропорциональна числу силовых линий магнитного поля, пересекаемых в единицу времени проводником ABC .

Рассмотрим ещё частный случай, когда проводник замкнут, т.е. представляет собой проводящий контур (например, кольцо из проволоки), который движется в магнитном поле произвольно и может деформироваться. Для нахождения ЭДС по первому способу контур разбивается мысленно на достаточно малые, практически прямолинейные участки, находится ЭДС в каждом участке, выбирается положительное направление обхода контура, находится ЭДС в контуре как алгебраическая сумма ЭДС всех участков. Нахождение ЭДС по

второму способу сводится к нахождению ЭДС в уже готовом контуре.

Задача 6. Проводящую перемычку MKN двигают поступательно со скоростью \vec{v} по двум параллельным проводящим рейкам, находящимся на расстоянии l друг от друга (рис. 16). Конструкция находится в однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} , направленной перпендикулярно плоскости реек. Рейки замкнуты на резистор сопротивлением R . Найти силу тока в резисторе. Сопротивлением реек и перемычки пренебречь.

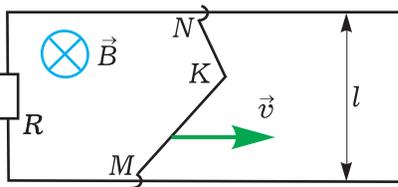


Рис. 16

Решение. Перемычка MKN «заменяет» в единицу времени такой же магнитный поток, что и мысленная перемычка M_1N_1 длиной l , расположенная перпендикулярно рейкам и движущаяся с той же скоростью v (рис. 17). Это очевидно, поскольку число силовых линий, пересекаемых обеими перемычками в единицу времени, одинаково. ЭДС в перемычках MKN и M_1N_1 равны:

$$\mathcal{E} = vBl.$$

Отметим, что форма перемычки MKN не влияет на ЭДС!

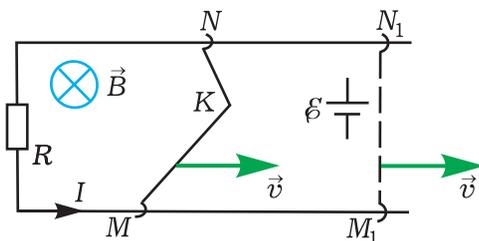


Рис. 17

Сила тока в резисторе

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{vBl}{R}.$$

Заметим, что ЭДС можно было бы найти как сумму ЭДС на участках MK и KN .

Задача 7. Проводящий стержень OC вращается с угловой скоростью $\omega = 300 \text{ с}^{-1}$ вокруг оси O в плоскости, перпендикулярной к силовым линиям магнитного поля с индукцией $B = 1 \text{ Тл}$ (рис. 18). Концы стержня скользит по проводнику в виде дуги окружности радиусом $r = 10 \text{ см}$. Между проводником и концом стержня O включён резистор сопротивлением $R = 30 \text{ Ом}$. Какова сила тока в резисторе? Сопротивлениями стержня и проводника пренебречь.

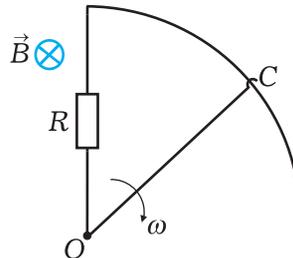


Рис. 18

Решение. Найдём ЭДС в стержне двумя способами.

Первый способ нахождения ЭДС (находится сумма ЭДС в отдельных участках). Разделим мысленно стержень вдоль его длины на достаточно малые участки. Направим ось x вдоль стержня, поместив начало координат в центр окружности O (рис. 19). Малый участок стержня длиной Δx_k с координатой x_k движется со скоростью

$$v_k = v(x_k) = \omega x_k.$$

В нём возникает ЭДС

$$\mathcal{E}_k = v_k B \Delta x_k = \omega B x_k \Delta x_k.$$

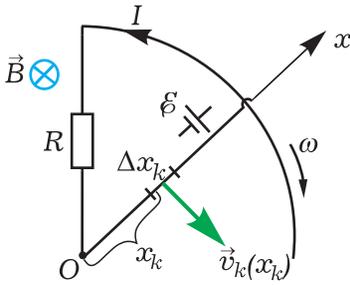


Рис. 19

ЭДС в стержне равна сумме ЭДС во всех участках:

$$\mathcal{E} = \sum \mathcal{E}_k = \sum \omega B x_k \Delta x_k.$$

Найти эту сумму можно двумя путями:

$$\begin{aligned} \sum \omega B x_k \Delta x_k &= \sum \omega B \Delta \left(\frac{x_k^2}{2} \right) = \\ &= \omega B \left(\frac{r^2}{2} - 0 \right) = \frac{1}{2} \omega B r^2, \end{aligned}$$

$$\sum \omega B x_k \Delta x_k = \int_0^r \omega B x dx = \frac{1}{2} \omega B r^2.$$

Итак, ЭДС в стержне

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \omega B r^2.$$

Заметим, что последнее выражение для ЭДС во вращающемся стержне можно легко получить без лишней строгости из следующих рассуждений. Все точки стержня длиной r движутся с различными скоростями. Поэтому ЭДС $\mathcal{E} = v_{\text{ср}} B r$, где $v_{\text{ср}}$ – некоторая средняя скорость.

Взяв $v_{\text{ср}}$ как среднее арифметическое скоростей концов стержня, получим $v_{\text{ср}} = (0 + \omega r) / 2 = \omega r / 2$. Тогда ЭДС $\mathcal{E} = v_{\text{ср}} B r = \omega B r^2 / 2$.

Второй способ нахождения ЭДС (находится ЭДС в контуре). Пусть за малое время Δt стержень повернулся на малый угол $\alpha = \omega \Delta t$

(рис. 20). Площадь контура $OCRO$ увеличилась на

$$\Delta S = \frac{1}{2} r^2 \alpha = \frac{1}{2} r^2 \omega \Delta t.$$

Магнитный поток через контур изменился на

$$\Delta \Phi = B \Delta S = \frac{1}{2} \omega B r^2 \Delta t.$$

Модуль ЭДС индукции в контуре, равный ЭДС в стержне,

$$\mathcal{E}' = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \frac{1}{2} \omega B r^2.$$

Зная ЭДС, находим силу тока (рис. 19) в резисторе:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\omega B r^2}{2R} = 0,05 \text{ А} = 50 \text{ мА}.$$

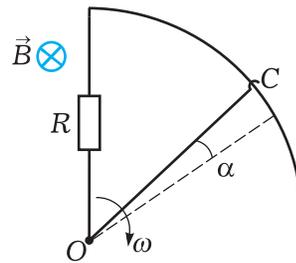


Рис. 20

Задача 8. Криволинейный проводник OC вращается с угловой скоростью $\omega = 300 \text{ с}^{-1}$ вокруг оси O в плоскости, перпендикулярной к силовым линиям магнитного поля с индукцией $B = 1 \text{ Тл}$ (рис. 21). Одним концом проводник скользит, не теряя электрического контакта, по проволоке в виде

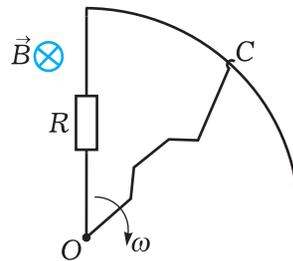


Рис. 21

дути окружности радиусом $r=10$ см. Между проволокой и концом проводника O включён резистор сопротивлением $R=30$ Ом. Какова сила тока в резисторе? Сопротивления проволоки и проводника пренебречь.

Решение. Рассмотрим другой, прямолинейный, проводник OC_1 , вращающийся с той же угловой скоростью ω (рис. 22). Проводники OC и OC_1 пересекают в единицу времени одно и то же число силовых линий магнитного поля, т.е. «замегают» один и тот же магнитный поток. Поэтому ЭДС в проводниках OC и OC_1 равны:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \omega B r^2.$$

Здесь использована формула, полученная в предыдущей задаче 7.

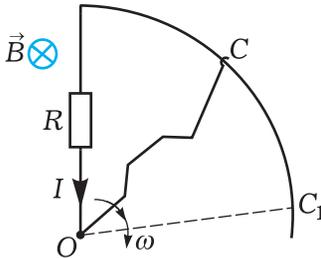


Рис. 22

Сила тока в резисторе

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\omega B r^2}{2R} = 50 \text{ мА.}$$

Задача 9. Металлический стержень AC одним концом (точка A) шарнирно закреплён на вертикальном диэлектрическом стержне AO (рис. 23). Другой конец (точка C) связан с вертикальным стержнем с помощью нерастяжимой непроводящей

горизонтальной нити OC длиной $R=1$ м. Стержень AC вращается во-

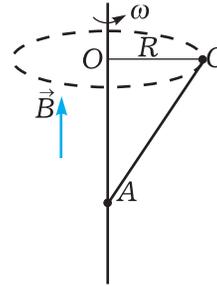


Рис. 23

круг стержня AO в однородном магнитном поле, индукция которого вертикальна и равна $B=10^{-2}$ Тл. Угловая скорость вращения стержня AC $\omega=60$ рад/с. Определить разность потенциалов (по модулю) между точками A и C .

Решение. Стержень AC и отрезок OC пересекают в единицу времени одно и то же число силовых линий. Поэтому ЭДС в стержне AC равна ЭДС в OC . Можно показать, что $\mathcal{E} = B\omega R^2/2$. Действительно, за малое время Δt отрезок OC поворачивается на угол $\alpha = \omega \cdot \Delta t$ и «замекает» площадь

$$\Delta S = \frac{\pi R^2}{2\pi} \alpha = \frac{\omega R^2}{2} \Delta t.$$

Изменение магнитного потока и ЭДС будут равны

$$\Delta \Phi = B \Delta S = B \omega R^2 \Delta t / 2,$$

$$\mathcal{E} = |\Delta \Phi / \Delta t| = B \omega R^2 / 2.$$

Разность потенциалов

$$|\varphi_A - \varphi_C| = \mathcal{E} = 2B\omega R^2 / 2 = 0,3 \text{ В.}$$