

Лосев Виктор Васильевич

*Кандидат физико-математических наук,
профессор кафедры общей физики Московского
государственного института электронной
техники (НИУ МИЭТ).*



Плис Валерий Иванович

*Кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры общей физики МФТИ.*

Дифракция света на щели и тонком цилиндре. Конус дифракции

На основе принципа Гюйгенса – Френеля, который заменяет открытую часть преграды на пути света эквивалентной системой вторичных когерентных источников, рассматривается дифракция при нормальном и наклонном падении лазерного излучения на щель или тонкий цилиндрический стержень с хорошо отражающей поверхностью. В качестве тонкого цилиндра может использоваться швейная иглолка, прямолинейная часть канцелярской скрепки, выпрямленная часть стальной пружинки и другие.

Обычно ограничиваются дифракцией в случае нормального падения света, например, на щель в непрозрачной пластинке, когда все вторичные источники «переизлучают» свет одновременно. Особенностью рассмотрения дифракции при наклонном падении света является то, что вторичные источники включаются в «переизлучение» вторичных волн не одновременно, а со скоростью, превышающей скорость света.

Все опыты, представленные в работе, могут быть выполнены в домашних условиях с помощью лазерной указки.



Введение

В статье А. Андреева и А. Панова «Отражение от тонких цилиндрических зеркал» (см. «Квант» №1 за 2009 г.) рассматриваются оптические эффекты, наблюдаемые при падении света на объекты цилиндрической формы, такие как троллейбусные провода, ветки деревьев, моток тонкой проволоки, обычная иглолка и другие. Утверждается, что отражённые от тонкого цилиндрического зеркала световые лучи образуют конус, осью которого является зеркало, а одной из образующих – продолжение падающего светового луча. Для доказательства этого утверждения предлагается воспользоваться принципом Ферма. Однако упоминается, что в случаях достаточно тонких зеркал могут проявляться волновые свойства света и наблюдаться соответствующие дифракционные картины, но дифракция подробно не рассматривалась.

В обыденной жизни дифракцию света можно наблюдать, если вечером посмотреть, прищуривая глаза, на свет автомобильных фар или уличных фонарей. Объектами дифракции в

этом случае являются щель между веками и система ресниц. Для большего эффекта полезно при наблюдении медленно наклонять голову в разные стороны.

В общем случае дифракцией называют совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде при ограничении или искажении волнового фронта (сквозь малые отверстия, узкую щель, вблизи края прозрачных и непрозрачных тел, в прозрачной среде с периодическим изменением показателя преломления и т. п.). Явления дифракции не могут быть объяснены законами геометрической оптики. Во всех дифракционных явлениях происходит перераспределение светового потока в пространстве, которое наблюдается, например, на белом экране в виде дифракционной картины, состоящей из светлых и менее светлых (или тёмных) полос. Примером дифракции является огибание препятствий световыми волнами и проникновение света в область геометрической тени с образованием картины из светлых и менее светлых (тёмных) полос.

Принцип Гюйгенса – Френеля

Проникновение волн в область геометрической тени можно объяснить, исходя из принципа, сформулированного ещё в 1690 г. нидерландским учёным Х. Гюйгенсом:

Если известна поверхность $S(t)$ фронта волны в момент времени t , то её можно разбить на множество элементарных (точечных) источников вторичных волн, которые излучаются только вперёд и в однородной среде являются сферическими. Положение фронта волны

$S(t + \Delta t)$ в следующий момент времени $t + \Delta t$ совпадает с поверхностью, огибающей все вторичные волны.

На рис. 1 показано прохождение световой волны (по Х. Гюйгенсу) через щель в непрозрачной пластинке. Плоский фронт падающей волны после прохождения щели перестаёт быть плоским, он искажается так, что свет проникает в область тени. На рис. 1а свет падает по нормали к плоскости щели, и все вторичные источники «переизлучают» одновременно.

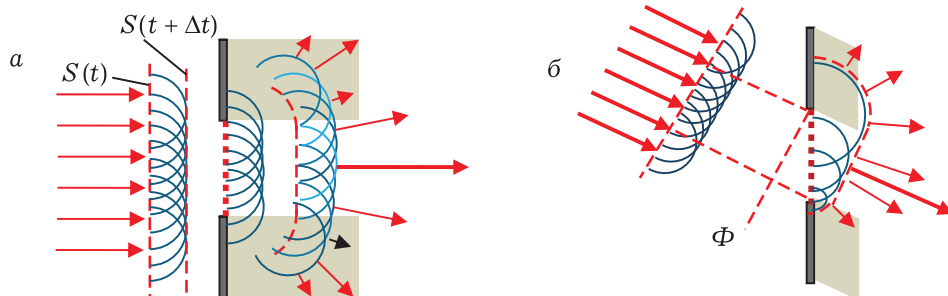


Рис.1. Проникновение света в область геометрической тени (по Гюйгенсу) в случае нормального (а) и наклонного (б) падения света на щель

Поверхность, заполняемая вторичными источниками, может не совпадать с фронтом падающей волны или с какой-либо её волновой поверхностью. Например, на рис.1 б вторичными источниками заполнена плоскость отверстия. В этом случае вторичные источники «переизлучают» не одновременно, по мере движения волновой поверхности Φ и её пересечения с плоскостью щели.

Опыт показывает, что за щелью наблюдается характерное распределение светового потока по углам распространения. В некоторых направлениях световой поток вообще отсутствует. Принцип Гюйгенса не позволяет получить вид этого распределения и дифракционную картину на экране наблюдения.

Теория дифракции была создана французским физиком О. Френелем в 1816 г. Френель объединил принцип Гюйгенса с идеей интерференции вторичных волн:

Вторичные волны когерентны (согласованы между собой по фазе колебаний) и интерферируют при наложении.

Колебания во вторичной сферической волне от одного элементарного источника можно записать как

$$E = \Delta a \cdot \cos\left(\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)\right), \quad (1)$$

где r – расстояние от вторичного источника до точки наблюдения, Δa – амплитуда колебаний, которая пропорциональна элементарной площадке источника ΔS и обратно пропорциональна расстоянию r , $\varphi = \omega(t - r/c)$ – фаза колебаний, c – скорость света. Разность фаз когерентных волн одной частоты ω от двух источников зависит только от разности пройденных расстояний Δr от источников до точки наблюдения.

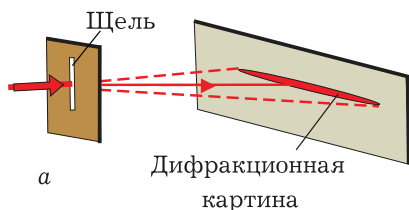
Суммарная амплитуда колебаний в точке наблюдения обусловлена интерференцией при сложении всех вторичных волн с учётом различия в фазах и амплитудах.

Рассмотрим несколько примеров дифракции лазерного светового пучка. Излучение лазера отличается от других источников света повышенной мощностью и обладает высокой степенью когерентности, что позволяет получать достаточно яркие дифракционные картины.

Дифракция при нормальном падении светового пучка на щель в непрозрачном экране

На рис. 2 – дифракция лазерного светового пучка на щели:

а) узкая щель шириной $b \leq \lambda$,



б) более широкая щель шириной $b > \lambda$.

Здесь λ – длина волны.

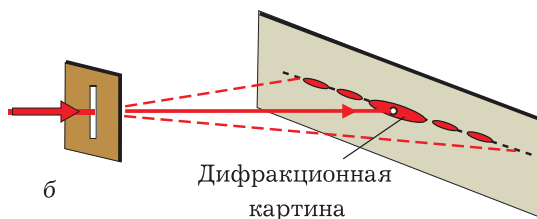


Рис. 2. Схема дифракции света на щели

Пусть на щель шириной b падает параллельный световой пучок по нормали к плоскости щели (рис. 3). Заменяем щель, которая на рис. 3 сильно увеличена, эквивалентной системой достаточно большого числа $N = b/\Delta x$ вторичных источников в виде узких элементарных полосок одинаковой ширины Δx . Все источники в этом случае «переизлучают» вторичные волны одновременно.

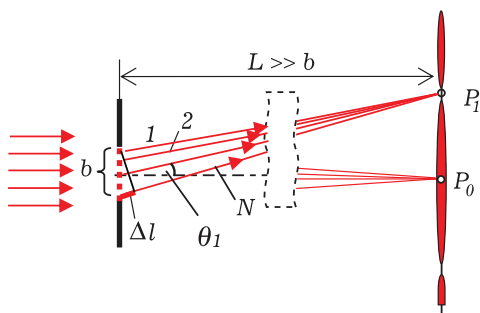


Рис. 3. К выводу условия минимума $b \sin \theta_1 = \lambda$

От каждой элементарной полоски в некоторую точку наблюдения P приходят колебания напряжённости электрического поля E в электромагнитной волне (1). Колебания приходят в точку P с запаздыванием по времени

на величину r/c , где r – расстояние от элементарной полоски в щели до точки P .

Результат интерференции в точке P определяется суммой колебаний

$$E_P = \sum_{k=1}^N E_k = \sum_{k=1}^N \Delta a_k \cos \omega(t - r_k/c), \quad (2)$$

где суммирование идёт по номерам полосок $k = 1, 2, 3, \dots, N$.

Однако удобно воспользоваться векторным способом сложения колебаний.

Представим колебание в одной из волн $E_k = \Delta a_k \cdot \cos \varphi_k$ в (2) от k -й «переизлучающей» полоски в щели, (рис. 3) вектором на плоскости (рис. 4 а), который имеет длину, равную амплитуде колебаний Δa_k , и повернут на фазовый угол φ_k относительно начала отсчёта (пунктирная линия). Вектор вращается с угловой частотой ω в соответствии с законом изменения фазы во времени:

$$\varphi_k = \omega t - \frac{\omega}{c} r_k = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_k. \quad (3)$$

Колебание от 1-й полоски в щели будем изображать вектором, направленным горизонтально (рис. 4 а).

В этом случае поворот вектора на угол φ_k против часовой стрелки соответствует большему проходному волной расстоянию η_k по сравнению с расстоянием η_1 , то есть большему запаздыванию по фазе колебаний.

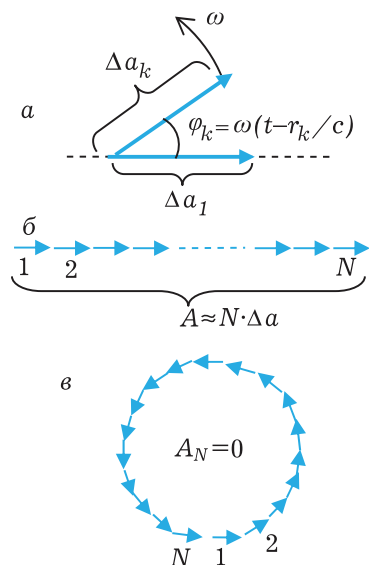


Рис. 4. Векторный способ сложения колебаний

Рассмотрим две характерные точки P_0 и P_1 в дифракционной картине на рис. 3. Пусть $L \gg b$, углы отклонения от оси симметрии малы. В этом случае можно пренебречь влиянием небольшого различия в расстояниях η_k на амплитуды вторичных волн в формуле (2) и считать все эти амплитуды практически одинаковыми: $\Delta a_1 \approx \Delta a_2 \approx \dots \approx \Delta a_N$. Результат сложения вторичных волн в основном определяется различием в фазах колебаний, приходящих в точку наблюдения.

В точку P_0 (рис. 3) все волны приходят практически в одинаковой фазе. Все векторы, представляющие колебания в этой точке, образуют

линейную «цепочку» (рис. 4 б). Суммарная амплитуда увеличивается в N раз, а интенсивность света, пропорциональная квадрату амплитуды, увеличивается в N^2 раз по сравнению с интенсивностью одной волны.

В точке P_1 дифракционной картины колебания во вторичных волнах складываются так, что взаимно гасят друг друга. Интенсивность света в этой точке равна нулю. Этому случаю соответствует векторная диаграмма на рис. 4 в. Каждая последующая волна проходит некоторое дополнительное расстояние Δr по сравнению с предыдущей волной. Поэтому каждый вектор поворачивается относительно предыдущего на фазовый угол $\Delta\varphi = (2\pi/\lambda) \cdot \Delta r$. Если $\Delta\varphi = 2\pi/N$, то последний вектор, соответствующий N -й волне, замкнёт «цепочку» векторов так, что суммарная амплитуда и интенсивность будут равны нулю. При этом разность фаз волн, идущих от крайних источников 1 и N , как следует из рисунков 3 и 4 в, будет равна:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{1N} &= \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta r_{1N} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta l = \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b \sin \theta_1 = 2\pi, \\ &\text{или } b \sin \theta_1 = \lambda. \end{aligned}$$

Можно показать, что все минимумы интенсивности в дифракционной картине, полученной при нормальном падении света на щель, наблюдаются там, где выполняется условие:

$$\begin{aligned} b \sin \theta_m &= m\lambda, \\ m &= \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \pm m_{\max}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $m_{\max}$ определяется из условия, что $\sin \theta_{\max} \leq 1$, и зависит от отношения b/λ .

Если $b \leq \lambda$, дифракционная картина имеет вид одной сплошной полосы (рис. 2 а). Значения $m = \pm 2, \pm 3, \dots$ в



формуле (4) соответствуют направлениям на следующие минимумы в картине (рис. 3), для которых N -й вектор в векторной диаграмме поворачива-

ется на углы $\pm 4\pi, \pm 6\pi, \dots$ относительно 1-го вектора. Дифракционная картина симметрична относительно точки P_0 .

Дифракция при наклонном падении света на щель

На рис. 5 показана схема опыта по дифракции на щели лазерного светового пучка, который ориентирован так, что проекция его оси на плоскость пластинки со щелью параллельна направлению щели. Экран наблюдения расположен перпендикулярно направлению щели. Дифракционная картина искривляется и располагается вблизи полуокружности с радиу-

сом, зависящим от расстояния от щели до экрана наблюдения. Опыт показывает, что в этом случае свет после дифракции на щели можно представить как систему световых лучей, направленных вдоль образующих на поверхности половины конуса, а показанная на рис. 5 окружность на экране наблюдения является сечением поверхности этого конуса.

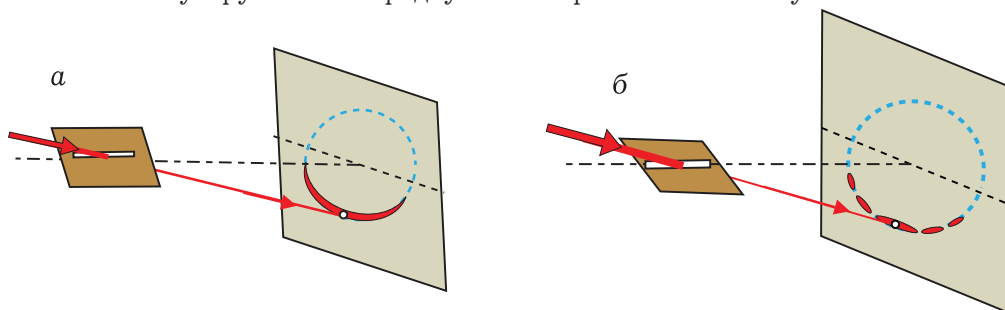


Рис. 5. Дифракция на щели при наклонном падении лазерного пучка.

а) узкая щель $b \leq \lambda$; б) широкая щель $b \geq \lambda$

Объясним наблюдаемый эффект, используя принцип Гюйгенса–Френеля. Заменим узкую щель эквивалентной цепочкой точечных источников, излу-

чающих вторичные волны в пространство за щелью (рис. 6). Интерференция всех вторичных волн даёт в результате дифрагированный световой пучок.

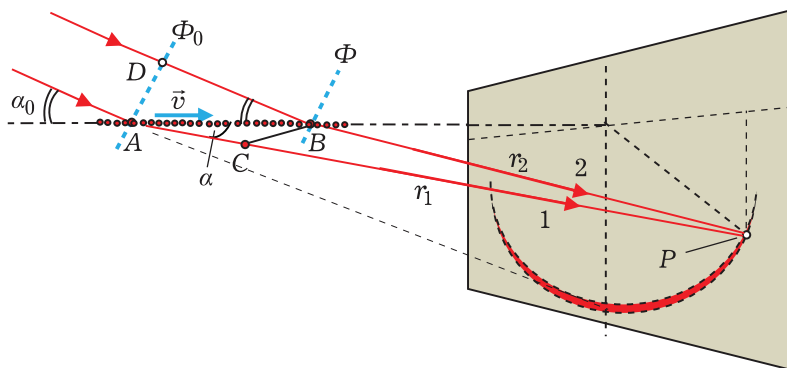


Рис. 6. К выводу соотношения $\cos \alpha_0 = c/v$

Рассмотрим два произвольных параллельных луча падающей волны, которые выделяют отрезок AB вторичных источников, и два луча дифрагированной волны, которые в общем случае не лежат в плоскости рис. 6 и направлены в точку наблюдения P . Выберем одну из волновых (фазовых) поверхностей Φ_0 падающей волны. Если волна падает нормально на щель, то все вторичные источники излучают одновременно. Здесь же вторичные источники «включаются» на излучение с запаздыванием по мере продвижения волновой поверхности со скоростью $\vec{v}$ на расстояние $AB = v \cdot \Delta t$ от положения Φ_0 до положения Φ через небольшой интервал времени Δt . Учитывая, что в воздухе световая волна движется со скоростью $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с, из прямоугольного треугольника ADB на рис. 6 находим:

$$v = c / \cos \alpha_0 > c. \quad (5)$$

Включение вторичных источников со скоростью $v > c$ накладывает ограничения на возможные направления распространения света за щелью.

Рассмотрим волны, возникающие в точке A в момент времени t_1 (волна 1) и в точке B в момент времени $t_2 = t_1 + \Delta t$ (волна 2). Волны 1 и 2 приходят в точку наблюдения P в моменты времени τ_1 и τ_2 :

$\tau_1 = t_1 + r_1/c$, $\tau_2 = t_2 + r_2/c$,
проходя, соответственно, расстояния r_1 и r_2 . Разница во временах $\Delta \tau = \tau_2 - \tau_1$ прихода волн в точку P равна

$$\Delta \tau = (t_2 - t_1) - \frac{r_1 - r_2}{c} = \Delta t - \frac{r_1 - r_2}{c}.$$

Если расстояние AB мало по сравнению с расстояниями r_1 и r_2 , то из треугольника ABC следует, что $r_1 - r_2 \approx AB \cdot \cos \alpha = v \Delta t \cdot \cos \alpha$. Тогда

$$\Delta \tau = \Delta t \left(1 - \frac{v}{c} \cos \alpha \right). \quad (6)$$

Если в (6) $\cos \alpha = c/v$ для произвольного интервала времени Δt , то $\Delta \tau = 0$, и световые волны, исходящие от вторичных источников, приходят в точку P одновременно и взаимно усиливаются в результате интерференции. Учитывая (5), получим, что все лучи, соответствующие дифрагированному свету, находятся на образующих части поверхности конуса с углом раствора α_0 , который определяется из соотношения

$$\cos \alpha_0 = c/v. \quad (7)$$

На экране, расположенном перпендикулярно направлению щели, наблюдается дифракционная картина, в которой освещёнными оказываются только точки вблизи полуокружности (рис. 5 а и рис. 6). Радиус полуокружности зависит от расстояния от экрана до щели.

Если ширина щели $b > \lambda$, то щель можно представить в виде нескольких узких полосок, каждая из которых заменяется вторичными источниками, как на рис. 6. От каждой полоски формируется дифракционный световой поток вдоль образующих части конуса («конуса дифракции»). На экране наблюдается суммарная картина как результат интерференции этих световых потоков с образованием максимумов и минимумов (рис. 5 б).

На рис. 7 представлены результаты опыта по дифракции лазерного света на щели, где справа показаны дифракционные картины в увеличенном виде.

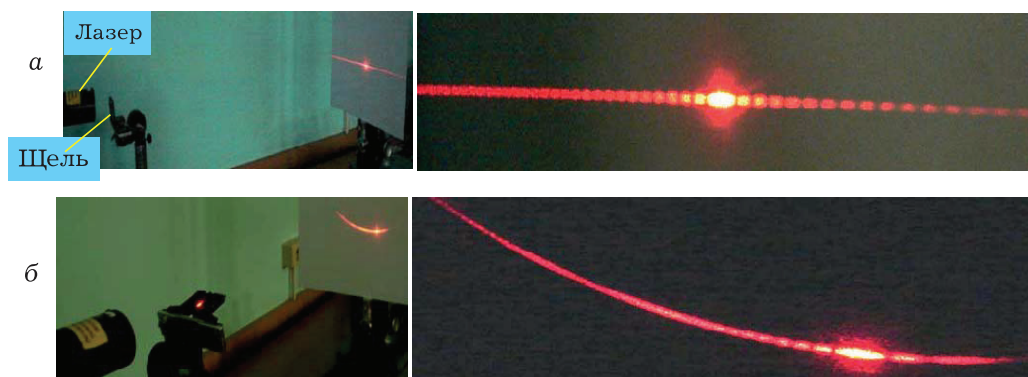


Рис. 7. Опыт по дифракции лазерного света на щели:
а) нормальное, б) наклонное падение света на щель

Дифракционные эффекты в случае отражающего цилиндра малого диаметра

На рис. 8 представлены результаты опыта при освещении канцелярской скрепки излучением гелий-неоновым лазером. Ориентация прямолинейной части скрепки относительно лазерного пучка света показана на вкладках в виде эллипса. Угол падения света на рис. 8 а был равен примерно 45° , внизу приведена дифракционная картина в увеличенном виде, которая наблюдается вбли-

зи точки попадания лазерного пучка на экран в отсутствие скрепки. На рис. 8 б использовалось скользящее освещение. Картина, наблюдаемая на экране, имеет вид «колеса», верхняя часть которого размыта из-за неровностей поверхности скрепки и рассеяния света на мелких дефектах. Более чёткие картины дифракции получаются в случае швейной иглы, поверхность которой хорошо отполирована.

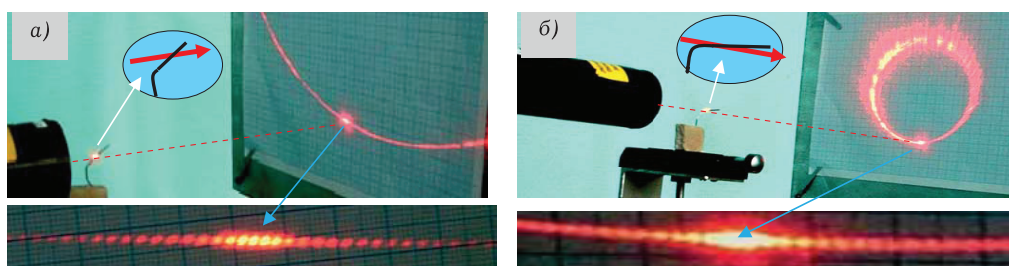


Рис. 8. Дифракционный объект – канцелярская скрепка

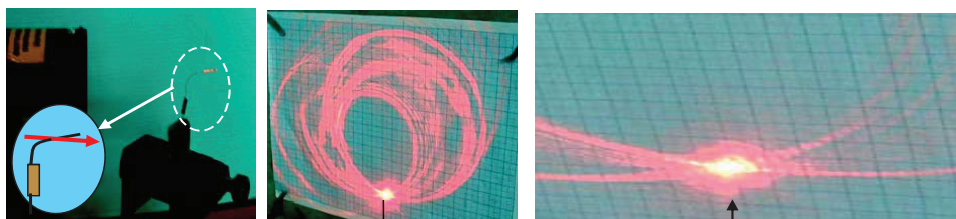


Рис. 9. Дифракционный объект – кончик расправленной стальной пружинки

На рис. 9 показаны наблюдаемые картины, когда в качестве дифракционного объекта выбрана часть тонкой стальной пружинки, которая предварительно растянута и частично расправлена. Поверхность пружинки более гладкая, чем у канцелярской скрепки. Картина, наблюдаемая на экране (рис. 9), представляет набор колец, которые отражают оставшиеся изгибы стальной проволоки. На разные участки проволоки свет падает под разными углами и в разных направлениях относительно её оси.

Эффекты, представленные на рис. 8 и 9, можно объяснить на основе принципа Гюйгенса – Френеля.

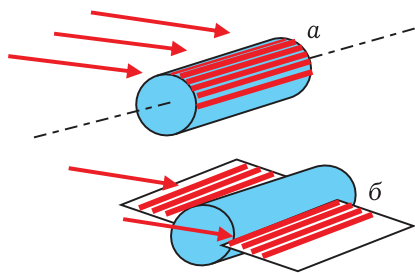


Рис. 10. Вторичные источники на поверхности освещённого провода (а) и на открытой части волнового фронта (б)

Рассмотрим освещённый участок тонкого цилиндра. Представим освещённую часть его поверхности как систему вторичных источников в виде узких полосок (рис.10 а). От каждой такой полоски образуется конус дифракции с осью вдоль полоски, а на экране – дифракционная картина в виде полукольца. При переходе от полоски к полоске ось конуса дифракции будет поворачиваться на некоторый угол. В результате дифракционные картины от всех элементарных полосок будут перекрываться с образованием картины на экране наблюдения в виде размытого полукольца, обусловленного отражением света.

Открытую проводом часть фронта световой волны также можно представить набором вторичных источников в виде полосок (рис.10 б). Вторичные волны огибают провод и интерферируют с образованием интерференционной картины в нижней части наблюдаемого на экране «колеса».

В области волновых явлений известен ряд эффектов, когда волны образуют «конус дифракции».

Излучение равномерно движущейся заряженной частицы в среде

Обычно излучение возникает при ускоренном движении заряженной частицы. Но из этого правила имеются исключения. Если быстрая частица, обладающая электрическим зарядом (электрон, протон и др.), движется в веществе (например, в жидкости) со скоростью V , превышающей фазовую скорость света $v = c/n$, возникает «голубое» свечение, распространяющееся вдоль образующих конуса с углом раствора 2α , который определяется из выражения.

$$\cos \alpha = c/nV. \quad (8)$$

Здесь $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме, n – показатель преломления среды. Возникающее излучение получило название «излучение Вавилова–Черенкова» по фамилиям открывших его физиков в 1934 г.

Заряженная частица, пролетающая через вещество, в каждой точке своего пути возбуждает атомы и молекулы, которые становятся источниками сферических электромагнитных волн, которые когерентны и могут интерферировать. Схема образования излучения объясняется на

рис. 11, где показаны два луча, соответствующие волнам, которые излучаются в начальной и конечной точках некоторого проходимого пути Δx . Если $\Delta x \cos \alpha = v \Delta t$, или $V \Delta t \cos \alpha = (c/n) \Delta t$, то в направлении угла α разность хода волн равна нулю и волны, возникающие во всех точках пути Δx , при сложении взаимно усиливаются в результате интерференции. При «сверхсветовом» движении заряда со скоростью V , для которой выполняется неравенство $c > V > c/n$, результирующее излучение уходит от пути движения под острым углом α в соответствии с (8).

В видимой области спектра по-

казатель преломления $n = n(\lambda)$ обычно растет с уменьшением длины волны λ . Оказывается, что и интенсивность излучения Вавилова – Черенкова увеличивается с ростом $n(\lambda)$. В связи с этим интенсивность в сине-голубой части спектра больше, чем в красной части.

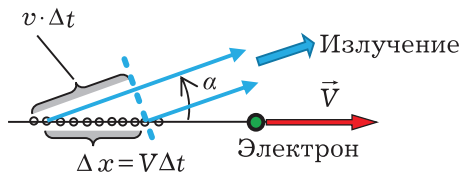


Рис. 11. Излучение Вавилова – Черенкова

Полёт самолета со сверхзвуковой скоростью

Во время полёта самолёта воздух вокруг него смещается, и возбуждение, образованное в каждом месте траектории полета, уходит от него с локальной скоростью звука u . При полете со сверхзвуковой скоростью $\bar{V}$ возникает ударная звуковая волна на поверхности конуса с углом полураствора β к вектору скорости $\bar{V}$. Угол β (рис. 12) определяется формулой $\sin \beta = u/V$, где $u \approx 300$ м/с – скорость звука в воздухе. Из каждой точки траектории самолёта распространяются сферические звуковые волны.

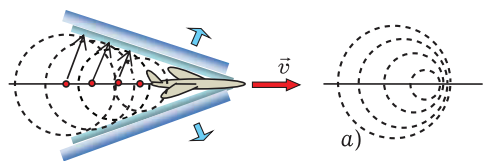


Рис. 12. Образование ударной волны сверхзвуковым самолётом

Эти волны взаимно усиливаются при

интерференции с образованием ударной волны. Когда такая волна доходит до земной поверхности, то слышен характерный «сверхзвуковой хлопок».

Если скорость самолёта меньше скорости звука, то волны приходят в точку наблюдения в той последовательности, в какой они возникают. Волны, излучаемые в разных точках, не могут догнать друг друга. Волновые поверхности в этом случае не пересекаются, интерференционное усиление отсутствует (рис. 12 а). Такое же явление наблюдается при полёте пули, если её скорость больше скорости звука.

Если скорость корабля превышает минимальную фазовую скорость на поверхности воды, то наблюдается похожая картина волн, идущих от носа корабля. Картина здесь несколько сложнее из-за того, что скорость распространения волн по воде зависит от длины волны λ , и при движении корабля возбуждается группа волн.