



Дворянинов Сергей Владимирович
 Кандидат физико-математических наук,
 доцент кафедры прикладной математики
 Самарского государственного
 аэрокосмического университета
 им. С.П. Королёва.



Краутер Зигфрид
 Профессор Высшей педагогической школы,
 г. Людвигсбург, Германия.

Центр тяжести четырёхугольника

Как найти центр тяжести четырёхугольника, если это вдруг понадобится? В статье обсуждаются и сравниваются два способа решения этой задачи.

1. Постановка задачи

Лето 2010 года наверняка запомнится очень многим небывалой жарой. Одним из мест и средств спасения от зноя были речные пляжи. Вот и мы оказались однажды на берегу реки. К сожалению, пляжных грибков-укрытий было немного, все они были уже заняты, а один был сломан, и от него остались только столбик диаметром 10 см и несколько плоских четырёхугольных кусков жести, похожих на те, что изображены на рис. 1. Стороны наших четырёхугольников были разные (порядка 1–2 метра). Надо было что-то придумать!

– А что если взять один кусок жести и поместить его на этот столб? Хотя бы немного спасительной тени на песке мы получим! – предложил один из нас.

– Для этого следует найти центр тяжести куска жести и по-

местить его на столб так, чтобы центр тяжести куска оказался над торцом столба. Затем мы найдём гвоздь подлиннее и вобьём его сверху в столб. Сейчас тихая безветренная погода, но надо обязательно позаботиться о том, чтобы ветер не сбросил этот кусок вниз.

– Да, о технике безопасности помнить надо всегда, это мы на ОБЖ проходили. Но как нам найти этот центр тяжести?

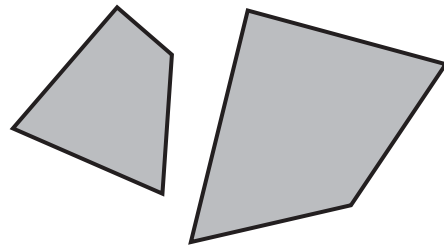


Рис. 1

2. Практический способ решения задачи

– Очень просто, как учат в школе, в 7 классе. Надо подвесить кусок жести за одну из вершин и из точки подвеса провести по жести мелом или угольком из костра вертикаль. Центр тяжести многоугольника располагается на этой линии. А потом мы возьмём другую вершину в ка-



Рис. 2 а

Жаль только, что на берегу применить этот способ нахождения центра тяжести не удастся: нам совсем неудобно и тяжело удерживать большой лист жести. Для этого чуть ли не подъёмный кран нужен!.. Давай поступим проще, будем искать центр тяжести опытным путём. Взгромоздим этот наш многоугольник на плоскую вершину столба и будем двигать его влево-вправо, туда-сюда, стараясь поместить его центр тяжести на столбе.

Эта идея одного из нас встретила критику другого:

– Конечно, рано или поздно мы, пожалуй, и найдём нужное положение. Но в жару такой хаотичный бессистемный поиск методом проб и ошибок нам быстро надоест. При этом нам довольно долго придётся держать этот кусок на высоте на вытянутых руках. И хотя мы люди спортивные и тренированные, под паль-

честве точки подвеса и проведём другую вертикальную прямую линию. Точка пересечения двух построенных нами линий и есть центр тяжести многоугольника. На рис. 2 а и 2 б вы видите, как это делается. В качестве отвеса мы использовали прищепку на нити.

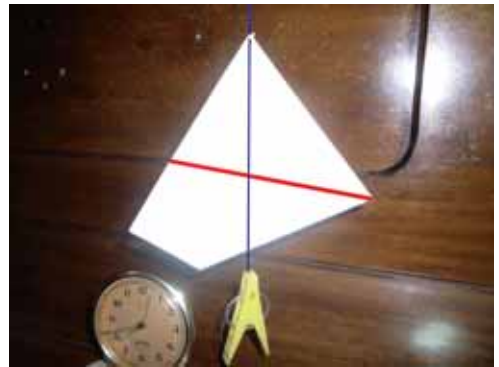


Рис. 2 б

щими лучами солнца заниматься такой «физкультурой» совсем не хочется!..



– Это верно. Не исключено, что нам случайно повезёт, и мы довольно быстро попадем в нужную точку. А если не повезёт? Давай упорядочим нашу деятельность. Диаметр нашего столба примерно 10 см? Значит, квадрат со стороной 3 см наверняка помещается в круг такого диаметра. Предлагаю нанести на

наш многоугольник, пока он лежит на песке, прямоугольную сетку с шагом 3 см. Центр тяжести лежит в одном из квадратов. Затем каждый такой квадрат будем поочередно размещать над столбом (исключая, конечно, те, которые расположены ближе к краям листа). Рано или поздно многоугольник окажется в равновесии. Тем самым мы решим нашу задачу. При этом мы приближённо найдём центр тяжести. На практике так обычно и бывает. Если диаметр нашего столба уменьшить и соответственно уменьшить величину сетки, то центр тяжести можно найти с большей точностью. Ясно, что эта точность может быть сколь угодно высокой.

3. Применим теорию

Вот если бы этот кусок жести был кругом, квадратом или прямоугольником, то никакой проблемы у нас не было бы. Центр тяжести круга – это его геометрический центр. Для квадрата и прямоугольника – точка пересечения диагоналей. И для треугольника несложно найти его центр тяжести. Теория здесь простая.

Пусть дан треугольник ABC , масса которого равномерно распределена по его поверхности (рис. 3).

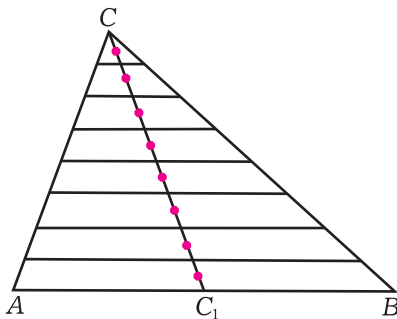


Рис. 3

Рассмотрим одну сторону такого треугольника (например, AB) и во-

образим, что этот треугольник состоит из бесконечного количества отрезков, параллельных этой стороне. Легко понять, что центр тяжести каждого такого отрезка совпадает с его серединой и что все эти середины лежат на медиане AC_1 треугольника. Отсюда следует, что центр тяжести всех отрезков (то есть центр тяжести треугольника) также лежит на медиане AC_1 . Такие рассуждения можно провести для каждой стороны треугольника, и всякий раз центр тяжести будет лежать на соответствующей медиане. Известно из геометрии, что все медианы треугольника пересекаются в одной точке. Следовательно, центр тяжести треугольника совпадает с точкой пересечения его медиан.

И мы снова обратили наши взоры на раскалённый жарким солнцем кусок жести, без всякой пользы лежавший на песке. Наверное, сейчас на нём вполне можно было поджарить яичницу, но нам-то хотелось использовать его совсем по-другому! Но как этого добиться?..

– Значит, мы можем отрезать от нашего четырёхугольника треугольную часть, на земле найти её центр тяжести и использовать в качестве зонтика? Жаль только, что тогда тень от нашего грибка окажется маленькой!..

– Отнюдь! Если мы можем найти центр тяжести треугольника, то можем найти и центр тяжести четырёхугольника при условии, что он является выпуклым (а в нашем случае это условие выполнено). Для этого...

– Минуту! Я хочу подумать, как это можно сделать...

Здесь некоторые наши читатели могут сделать паузу в чтении, отложить на время журнал в сторону и тоже поразмышлять над этой задачей.

А поступить можно так. Проведём в четырёхугольнике диагональ. В каждом из двух получившихся треугольников проведём две медианы (рис. 4).

Их точки пересечения M_1 , M_2 – центры тяжести двух треугольников. Следовательно, центр тяжести четырёхугольника лежит на прямой M_1M_2 . Используя *другую* диагональ четырёхугольника, мы постро-

им *вторую* прямую N_1N_2 , на которой также лежит центр тяжести четырёхугольника. Точка пересечения прямых линий M_1M_2 и N_1N_2 и есть центр тяжести четырёхугольника.

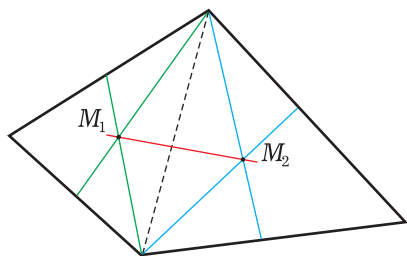


Рис. 4

Вы легко можете проделать соответствующий опыт, взяв небольшой кусок картона или фанеры и используя новый карандаш в качестве вертикального столба-опоры.

4. Вместо заключения

И вот мы с помощью нитки измерили длину одной из сторон четырёхугольника. Сложив нитку вдвое, отметили середину этой стороны. Найдя таким образом середины всех остальных сторон четырёхугольника и прочертив угольком четыре медианы в двух треугольниках, мы затем провели линию M_1M_2 . А потом – и линию N_1N_2 . Занимаясь этими элементарными геометрическими построениями, мы нашли центр тяжести, а потом прибили этот кусок жести к столбу. При этом мы вспомнили народную поговорку: нет ничего практичнее хорошей теории!

В итоге мы уютно расположились на песке в тени нашего замечательного грибка. Теперь мы могли подумать и о других математических и физических задачах. Напри-

мер, о том, как найти центр тяжести плоского однородного пятиугольника. А как надо поступить, если четырёхугольник невыпуклый? Подумайте и вы!

