Прохоров Вадим Константинович
Учитель физики
ГБОУ «Школа № 1526 на Покровской» г. Москва

Готовимся к ЕГЭ. Термодинамика идеального газа

Объектом термодинамики являются системы, состоящие из очень большого числа структурных единиц (молекул, атомов, электронов, фотонов и др.) макроскопические системы.

Термодинамика изучает закономерности тепловых процессов в таких системах и, несмотря на то, что в конечном итоге все свойства их определяются движением составляющих частиц, термодинамика позволяет установить многие из этих свойств, не прибегая к представлениям о внутреннем строении.

Каждая такая система характеризуется некоторыми признаками, определяющими ее отношение к окружающим телам – *макроскопическими параметрами*. Совокупность независимых макроскопических параметров определяет состояние системы. Если все параметры в системе постоянны во времени и нет никаких стационарных потоков за счет действия внешних тел (например, потоков вещества, энергии, импульса), то такое состояние системы называют *равновесным* и говорят, что система находится в состоянии *термодинамического равновесия*. Классическая (равновесная) термодинамика изучает системы, находящиеся в таком равновесном состоянии или, как их еще называют, *термодинамические системы*.

Основной постулат термодинамики (основанный на обобщении опытных фактов), заключается в следующем: *если система не обменивается с внешним миром ни энергией, ни веществом, то с течением времени она приходит в состояние термодинамического равновесия из которого самопроизвольно выйти не может.*

В школьном курсе физики в качестве такой термодинамической системы рассматривают идеальный газ. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа изложена в [1].

В термодинамике идеальный газ описывается следующими (независимыми) параметрами (они называются макроскопическими):

- Объем V – это объем сосуда, в котором находится газ.
- Давление p.
- Абсолютная температура T.
- Масса m или количество вещества ν.

Кроме этих – основных – удобно также пользоваться зависимыми от них концентрацией n и плотностью ρ.

В равновесном состоянии независимые параметры идеального газа связаны друг с другом *уравнением состояния*. Одна из его форм – это известное уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \nu RT. \tag{I}$$

Внутренняя энергия идеального газа – сумма энергий всех его молекул – является функцией состояния газа. Она зависит только от абсолютной температуры T и количества газа ν и определяется уравнением:

$$U = \frac{i}{2}\nu RT = \frac{i}{2}pV.$$

Здесь R = 8,31 Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная, а i – коэффициент, определяемый структурой молекулы – для одноатомного газа i = 3. Одноатомными являются инертные газы (гелий, неон, аргон, криптон, ксенон, радон) и другие газы, молекулы которых при высоких температурах диссоциировали (распались) на отдельные атомы. Изменение внутренней энергии одноатомного идеального газа равно:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1). \quad \text{(II)}$$

Если переход из одного равновесного состояния в другое происходит достаточно медленно, так что в любой момент идеальный газ подчиняется уравнению (I), то процесс является равновесным. В равновесном процессе давление и температура одинаковы во всем объеме газа. Если процесс протекает быстро – давление и температура не успевают выравняться во всем объеме и уравнение состояния нельзя применить в любой момент ко всему газу. Это неравновесный процесс.

Согласно фундаментальному закону физики – первому началу термодинамики, изменить внутреннюю энергию термодинамической системы, в том числе идеального газа, можно за счет теплообмена (в результате теплообмена газ обменивается с окружающими телами количеством теплоты Q) и за счет совершения внешними силами работы над системой $A_{\text{внешн}}$:

$$\Delta U = Q + A_{\text{внешн}}.$$

Обычно уравнение первого начала термодинамики записывают так:

$$Q = \Delta U + A, \quad \text{(III)}$$

где A – работа, совершаемая газом над внешними телами, причем в равновесном процессе $A = -A_{\text{внешн}}$.

Количество тепла положительно, если теплота поглощается (тело получает теплоту от более нагретого тела) и отрицательна, если выделяется (тело отдает теплоту менее нагретому телу).

Теплоемкость – это величина равная количеству теплоты, которую надо сообщить телу (или отнять от него), чтобы изменить его температуру на 1 К:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}.$$

Молярной теплоемкостью (теплоемкость одного моля) газа называется величина, определяемая формулой:

$$C_\nu = \frac{Q}{\nu \Delta T}. \quad \text{(IV)}$$

Эта величина определяется процессом, проводимым с газом. Единица измерения молярной теплоемкости такая же, как и у постоянной R.

Среди множества равновесных процессов, которые можно проводить с идеальным газом, выделяют: *изопроцессы* (изотермический, изобарный, изохорный) и *адиабатный процесс*. Рассмотрим их по отдельности. Для удобства будем использовать обозначения, часто применяемые в термодинамике: нижним индексом обозначать тот параметр газа, который постоянный в данном процессе. Например Q_V – количество тепла в изохорном процессе (V = const).

Изотермический процесс – процесс с постоянной температурой (T = const). Если количество газа постоянно, то для давления и объема справедлив закон Бойля – Мариотта, утверждающий, что давление и объем на всем протяжении изотермического процесса *обратно пропорциональны* друг другу:

$$pV = \text{const}. \qquad \text{(V)}$$

Внутренняя энергия постоянного количества идеального газа в изотермическом процессе остается постоянной, поэтому вся теплота, которую получает газ идет на совершение им работы:

$$Q_T = A_T. \qquad \text{(VI)}$$

Осуществить такой процесс можно, например, медленно сжимая газ в тонкостенном (хорошо проводящем тепло) цилиндре под поршнем, так чтобы температура газа и окружающей среды успевала выравниваться. Т. к. изменение температуры равно нулю, то как следует из формулы (IV) молярная теплоемкость в изотермическом процессе бесконечна:

$$C_T = \infty.$$

Изохорный процесс – процесс с постоянным объемом (V = const). Такой процесс можно провести, нагревая газ в цилиндре с закрепленным поршнем. Для постоянного количества газа справедлив закон Шарля: давление и абсолютная температура *прямо пропорциональны* друг другу:

$$\frac{p}{T} = const. \qquad \text{(VII)}$$

В изохорном процессе газ не совершает работы, поэтому первый закон термодинамики имеет вид:

$$Q_V = \Delta U_V. \qquad \text{(VIII)}$$

Можно показать, что из формул (II), (IV), (VIII) следует – *молярная теплоемкость одноатомного газа в изохорном процессе* равна

$$C_V = \frac{3}{2}R. \qquad \text{(IX)}$$

Изобарный процесс – процесс с постоянным давлением (p = const). Такой процесс можно провести, нагревая газ в цилиндре под поршнем, который может свободно перемещаться в цилиндре. При постоянном количестве газа выполняется закон Гей-Люссака: объем и абсолютная температура друг другу *прямо пропорциональны*:

$$\frac{V}{T} = const. \qquad \text{(X)}$$

Первое начало термодинамики имеет вид:

$$Q_p = \Delta U_p + A_p. \qquad \text{(XI)}$$

Здесь работа определяется выражением

$$A_p = p\Delta V = \nu R\Delta T. \qquad \text{(XII)}$$

Вычислим теплоемкость одноатомного газа в изобарном процессе. Изменение внутренней энергии одноатомного газа равно

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T. \qquad \text{(XIII)}$$

Подставляя (XII) и (XIII) в (XI) получим:

$$Q_p = \frac{5}{2}\nu R\Delta T.$$

Из этой формулы и формулы (IV) следует, что *в изобарном процессе молярная теплоемкость одноатомного газа* равна

$$C_p = \frac{5}{2}R. \qquad \text{(XIV)}$$

Заметим, что формула (XII) определяет работу только в изобарном процессе. Для других процессов в школьном курсе физики формулы не выводятся и не даются, поэтому во всех других процессах работа находится либо из первого закона термодинамики, либо как площадь под графиком процесса в координатах «давление–объем».

Несколько качественных вопросов.

Вопрос 1.

Почему теплоемкость изобарного процесса больше чем изохорного?

Ответ.

Чтобы изменить температуру газа в изохорном процессе на ΔT, нужно к газу подвести количество теплоты, которое полностью пойдет на изменение внутренней энергии. Чтобы на такое же ΔT изменить температуру в изобарном процессе нужно сообщить газу большее количество тепла, и избыток этого количества теплоты пойдет на совершение работы (т. к. газ в этом процессе должен расширяться).

Вопрос 2.

От чего зависит изменение внутренней энергии постоянного количества идеального газа?

Ответ.

Изменение внутренней энергии постоянной массы газа не зависит от того, какой процесс происходит с газом, а зависит только от начального и конечного значений температуры.

Вопрос 3.

Чему равно изменение внутренней энергии идеального газа в циклическом процессе?

Ответ.

В циклическом (замкнутом) равновесном процессе изменение внутренней энергии равно нулю.

Вопрос 4.

Может ли теплоемкость газа быть отрицательной?

Ответ.

Может. Теплоемкость может иметь отрицательное значение если Q и ΔT будут иметь разные знаки. Это, например, означает, что при сообщении газу количества теплоты его температура уменьшается. На первый взгляд, это кажется странным. Но следует понимать, что *сообщение газу количества тепла* и *нагревание газа* не эквивалентные понятия. Можно газу сообщать тепло, но при этом дать ему возможность совершить положительную работу, которая по величине будет больше подводимого тепла. Тогда внутренняя энергия, а, следовательно, температура будут уменьшаться. Т. е. к газу подводится теплота

($Q > 0$), а он при этом остывает ($\Delta T < 0$). Это и означает, что теплоемкость газа отрицательна.

Вопрос 5.

Какая по знаку работа совершается в цикле на рисунке 1? На рисунке 2?

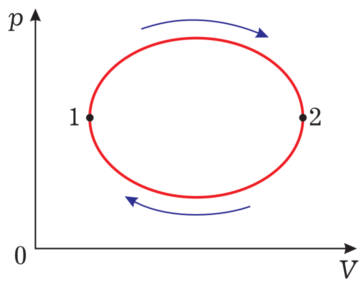


Рис. 1.

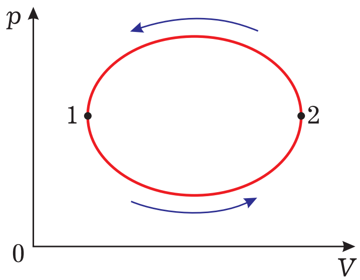
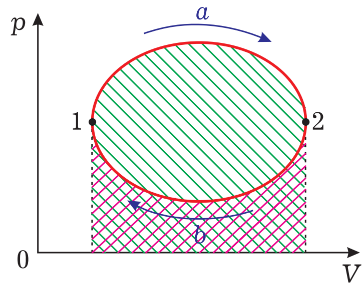


Рис. 2.

Ответ:

На рисунке 1 процесс протекает в направлении «по часовой стрелке».

Когда газ переходит из 1 в 2 по пути *1–a–2* совершается положительная работа (т. к. объем увеличивается) и по величине она больше, чем отрицательная работа в процессе *2–b–1*. Так что суммарная работа в таком процессе положительна. Рассуждая аналогично можно показать, что суммарная работа газа в замкнутом процессе на рис. 2 отрицательна.



$A > 0$

Если циклический процесс происходит по часовой стрелке, то теоретически на его основе можно создать циклически работающий тепловой двигатель. Такое устройство будет совершать механическую работу за счет части той теплоты, которую газ получает от нагревателя. Чтобы двигатель работал циклически – необходимо часть тепла, полученного от нагревателя отдать телу, температура которого меньше температуры газа (холодильнику). По закону сохранения энергии:

$$A = |Q_н| - |Q_х| > 0.$$

Коэффициент полезного действия (КПД) такого цикла определяется формулой:

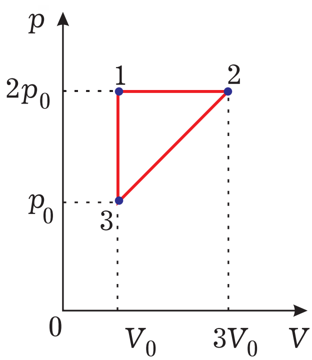
$$\eta = \frac{A}{Q_н},$$

где A – суммарная работа, совершенная газом в циклическом процессе (численно равная площади цикла в координатах p–V), $Q_н$ – количество тепла *полученное* газом в цикле (имеется в виду только то тепло, которое газу передавалось от более нагретого тела – нагревателя).

Примеры задач

Задача 1.

Одноатомный идеальный газ совершает циклический процесс, показанный на рисунке. Газ отдает за цикл холодильнику количество теплоты $|Q_X| = 7$ кДж. Какую работу совершают внешние силы при переходе газа из состояния 2 в состояние 3? Масса газа постоянна.



Решение.

Применяя первое начало термодинамики последовательно к процессам цикла убеждаемся (предлагаем читателю делать это самостоятельно), что газ отдает теплоту холодильнику только в процессе 2-3.

Вообще в большинстве задач термодинамики работа и изменение внутренней энергии выражаются (в силу уравнения Менделеева – Клапейрона) либо через комбинацию νRT, либо через pV. Это определяется условием задачи. В данной задаче, очевидно, что удобно решать через давление и объем.

Искомую работу в процессе 2-3 определим через площадь под графиком процесса (взятую со знаком «минус» т. к. газ сжимается):

$$A_{23} = -\frac{(p_0 + 2p_0)(3V_0 - V_0)}{2} =$$
$$= -3p_0V_0. \qquad (1)$$

Теперь чтобы узнать эту работу нужно определить произведение p_0V_0.

Внутренняя энергия в процессе 2-3 определяется через p_0V_0 следующим образом:

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) =$$
$$= \frac{3}{2}(p_0V_0 - 6p_0V_0) = -\frac{15}{2}p_0V_0 \qquad (2)$$

По первому началу термодинамики:

$$Q_X = \Delta U_{23} + A_{23} =$$
$$= -p_0V_0 - \frac{15}{2}p_0V_0 = -\frac{21}{2}p_0V_0. \qquad (3)$$

Исключая p_0V_0 из (1) и (3) находим:

$$A_{23} = \frac{2}{7}Q_X = -2\text{ кДж}.$$

Мы нашли работу газа в этом процессе. В вопросе говорилось о работе внешних тел над газом. Она положительна и по величине равна работе газа.

Ответ: 2 кДж.

Задача 2. (МФТИ, 2006)

Астронавты, исследуя воздух открытой ими планеты, нагрели порцию воздуха массой $m = 200$ г на $\Delta T = 60$ К один раз при постоянном давлении, а другой раз – при постоянном объёме. Оказалось, что при постоянном давлении требуется подвести на $\Delta Q = 1$ кДж больше тепла, чем при постоянном объёме. Найдите среднюю молярную массу воздуха на планете, считая его идеальным газом.

Решение.

Для решения этой задачи докажем следующее утверждение: *для идеального газа (независимо от структуры его молекулы) молярная теплоемкость в процессе с постоянным давлением C_p больше его молярной теплоемкости при постоянном объеме C_V на величину R:*

$$C_p - C_V = R.$$

Это соотношение называют *формулой Майера.*

Запишем первый закон термодинамики для изобарного процесса с идеальным газом

$$Q_P = \Delta U + A_P =$$

$$= \underbrace{\frac{i}{2}\nu R\Delta T}_{\substack{\text{изменение}\\ \text{внутренней}\\ \text{энергии}}} + \underbrace{\nu R\Delta T}_{\substack{\text{работа}\\ \text{в изобарном}\\ \text{процессе}}} = \nu R\Delta T\left(\frac{i}{2}+1\right) \quad (1)$$

С другой стороны, это количество тепла можно выразить через теплоемкость C_p:

$$Q_p = C_p \nu \Delta t. \quad (2)$$

Для изохорного процесса количества тепла равно только изменению внутренней энергии:

$$Q_V = \Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T = C_V \nu \Delta T, \quad (3)$$

а через теплоемкость:

$$Q_V = C_V \nu \Delta T. \quad (4)$$

Вычитая выражение (3) из (1) получим:

$$Q_p - Q_V = \nu R\Delta T. \quad (5)$$

А вычитая (4) из (2):

$$Q_p - Q_V = \nu \Delta T\left(C_p - C_V\right). \quad (6)$$

Приравнивая (5) и (6), получим:

$$C_p - C_V = R.$$

В данной задаче

$$\Delta Q = \left(C_p - C_V\right)\frac{m}{\mu}\Delta T,$$

Отсюда:

$$\mu = \frac{mR\Delta T}{\Delta Q} = 0{,}1\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

Ответ: 0,1 кг/моль.

Задача 3. («Физтех», 2009)

Моль гелия совершает работу $A = 5{,}5$ кДж в процессе, в котором молярная теплоёмкость газа постоянна и равна $C = 18$ Дж/(моль·К). Во сколько раз изменилось давление гелия, если его объём увеличился в 4 раза? Начальная температура газа $T_1 = 142$ К.

Решение.

Запишем первый закон термодинамики:

$$Q = \Delta U + A. \quad (1)$$

Количество теплоты равно:

$$Q = \nu C\Delta T, \quad (2)$$

а изменение внутренней энергии в любом процессе:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T. \quad (3)$$

Во всяком равновесном процессе с постоянной массой газа справедлив объединенный газовый закон для начального и конечного состояний:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot 4V_1}{T_1 + \Delta T}. \qquad (4)$$

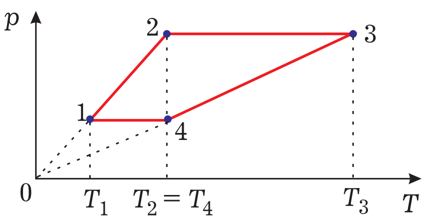
Решая эту систему уравнений, получаем ответ:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{4} + \frac{A}{\nu(4C - 6R)} = 2.$$

Ответ: 2.

Задача 4. (ЕГЭ)

В тепловом двигателе 2 моль гелия совершают цикл 1−2−3−4−1, показанный на графике в координатах p−V. Температуры в точках 2 и 4 равны и превышают температуру в точке 1 в 2 раза. Определить КПД цикла.



Решение.

Как видно из графика цикл состоит из двух изохорных и двух изобарных процессов. Работа совершается только в изобарных процессах и равна:

$$A = \underbrace{\nu R(T_3 - T_2)}_{A_{23}} + \underbrace{\nu R(T_1 - T_2)}_{A_{41}} =$$

$$= \nu R(T_3 - 3T_1).$$

От нагревателя гелий получает количество теплоты в процессах *1-2* и *2-3*.

$$Q_н = Q_{12} + Q_{23} =$$

$$= \underbrace{\frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)}_{Q_{12} - \text{количество тепла в изохорном процессе}} + \underbrace{\frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2)}_{Q_{23} - \text{количество тепла в изобарном процессе}} =$$

$$= \frac{\nu R}{2}(5T_3 - 3T_1).$$

КПД цикла таким образом равен:

$$\eta = \frac{A}{Q_н} = \frac{2(T_3 - 3T_1)}{5T_3 - 3T_1}.$$

Теперь осталось установить связь между T_3 и T_1. Для этого запишем закон Шарля для процессов 1-2:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

И процесса 3-4:

$$\frac{p_1}{T_2} = \frac{p_2}{T_3}.$$

Из последних двух уравнений получаем:

$$T_2^2 = T_1 T_3.$$

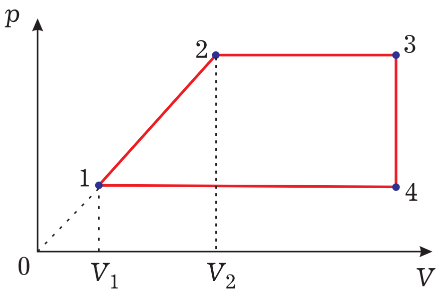
Учитывая условие задачи ($T_2 = 2T_1$), получим:

$$T_3 = 4T_1.$$

$$\eta = \frac{2}{17}.$$

Задача 5.

С одним молем одноатомного идеального газа совершают циклический процесс 1−2−3−4−1, как показано на рисунке в координатах p−V (давление-объём). Известно, что температура газа в точках 1 и 3 равна соответственно T_1 = 300 К и T_3 = = 1500 К, а отношение объёмов газа в точках 1 и 2 равно $V_1/V_2 = 2$. Определить КПД цикла.



Решение.

КПД – отношение работы газа за цикл к теплоте, полученной от нагревателя:

$$\mu = \frac{A}{Q_н}.$$

В этой задаче работу и теплоту удобно выражать через температуру. Но сначала запишем работу газа через площадь трапеции:

$$A = \frac{1}{2}(2V_3 - V_1 - V_2)(p_2 - p_1).$$

Затем отработаем условие. В процессе 1-2, как видно из графика, давление прямо пропорционально объему, поэтому

$$\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2},$$

А с учетом условия $V_2 = 2V_1$, получаем, что $p_2 = 2p_1$. Если для состояний 1 и 2 записать уравнения состояния:

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$p_2 V_2 = \nu R T_2,$$

то несложно вывести, что

$$T_2 = 4T_1.$$

Далее для процесса 3-4 запишем закон Шарля:

$$\frac{p_2}{T_3} = \frac{p_1}{T_4},$$

Откуда получим, что

$$T_4 = \frac{T_3}{2}.$$

Теперь мы знаем температуры во всех состояниях процесса и, с учетом выведенных соотношений, для работы получаем:

$$A = \frac{1}{2}\nu R(T_3 - 3T_1).$$

От нагревателя газ получает теплоту только в процессах 1–2 и 2–3. Вычислим её.

$$Q_н = Q_{12} + Q_{23}$$

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$$

$$A_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{3}{2}p_1 V_1 = \frac{3}{2}\nu R T_1$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{9}{2}\nu R T_1$$

$$Q_{12} = 6\nu R T_1.$$

$$Q_{23} = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - 4T_1)$$

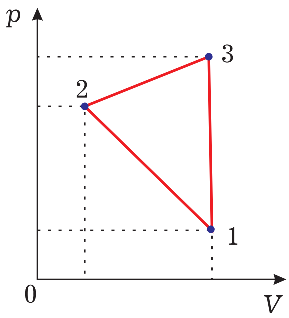
$$Q_н = \nu R\left(\frac{5}{2}T_3 - 4T_1\right).$$

Окончательно

$$\eta = \frac{1}{2}\cdot\frac{T_3 - 3T_1}{2{,}5T_3 - 4T_1} \approx 0{,}12.$$

Задача 6.

С газообразным гелием проводится циклический процесс, состоящий из процессов *1–2* и *2–3* с линейной зависимостью давления от объёма и изохоры *3–1* (см. рисунок). Найти отношение объёмов в состояниях *1* и *2*, если в цикле *1–2–3–1* газ совершил работу *A* = 400 Дж, а в изохорном процессе 3−1 от газа отвели количество теплоты $Q = 1800$ Дж.



Решение.

Очевидно, в этой задаче надо расписать работу и количество теплоты через давление и объем:

Работа в цикле численно равна площади цикла:

$$A = \frac{(p_3 - p_1)(V_1 - V_2)}{2}.$$

Количество тепла в процессе 3-1 (гелий − одноатомный газ и его теплоемкость при постоянном объеме $C_V = \frac{3}{2}R$):

$$Q_{31} = C_V \nu \Delta T = \frac{3}{2}(p_1 - p_3)V_1 =$$

$$= -\frac{3}{2}(p_3 - p_1)V_1.$$

Далее, разделив уравнения друг на друга, получаем:

$$\frac{A}{Q} = -\frac{V_1 - V_2}{3V_1}.$$

Откуда получаем:

$$\frac{V_1}{V_2} = 3.$$

Ответ: 3.

Задача 7 (МГУ, 2019)

В вертикальном цилиндрическом сосуде с хорошо проводящими тепло стенками, под легким подвижным теплопроводящим поршнем находится некоторое количество одноатомного идеального газа. В положении равновесия поршень удерживается в сосуде атмосферным давлением. При этом расстояние от поршня до дна сосуда равно h_0. Сверху на поршень медленно насыпают песок массой m. Найдите количество теплоты Q, которое необходимо медленно сообщить газу, чтобы вернуть поршень в первоначальное положение. Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.

Решение.

Песок насыпают медленно, процесс можно уверенно считать равновесным, в каждый момент времени сумма сил, действующих на поршень равна нулю. В начале процесса давление газа равно внешнему атмосферному давлению p_0. После того как весь песок высыпали − давление газа стало равным

$$p = p_0 + \frac{mg}{S}. \qquad (1)$$

Так как стенки сосуда хорошо проводят тепло и процесс сжатия медленный, то температура газа успевает выравниваться с температурой окружающей среды − является постоянной и, следовательно, справедлив закон Бойля − Мариотта:

$$p_0 h_0 S = phS, \qquad (2)$$

где h − высота поршня с песком.

Далее процесс сообщения газу теплоты является изобарным расширением, поэтому:

$$Q_p = \nu C_p \Delta T. \qquad (3)$$

Используя выражения (I) и (XIV) «Введения», и формулы (1) и (2), получаем:

$$Q = \frac{5}{2}\nu R(T - T_0) = \frac{5}{2}(pSh_0 - pSh) =$$

$$= \frac{5}{2}pS\left(h_0 - \frac{p_0 h_0}{p}\right) = \frac{5}{2}mgh_0.$$

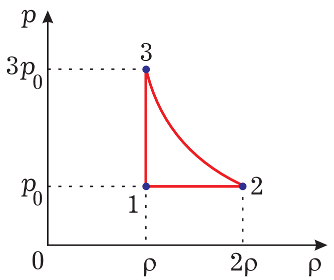
Ответ: $Q = \frac{5}{2}mgh_0.$

Задача 8 (МГУ, 2019)

Идеальный одноатомный газ совершает в тепловом двигателе цикл 1-2-3-1, в котором давление газа меняется с изменением его плотности так как показано на рисунке, причем график процесса 2-3 представляет собой участок гиперболы, описываемой уравнением

$$p = b + \frac{k}{\rho}.$$

Определите КПД цикла.

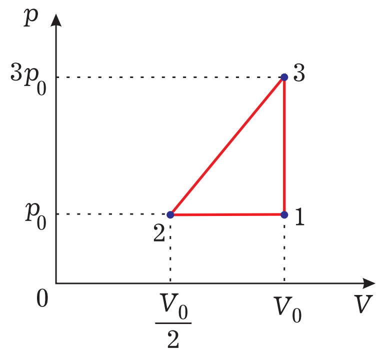


Решение.

Для удобства изобразим график цикла в координатах p–V. И для этого заметим, что уравнение описывающее процесс 2–3 можно (с учетом того, что $\rho = m/V$) преобразовать следующим образом:

$$p = b + \frac{k}{m}V,$$

откуда видно, что давление линейно зависит от объема. График цикла в координатах $p(V)$ изображен на рисунке.



Найдем КПД, пользуясь графиком цикла. По определению КПД равен

$$\eta = \frac{A}{Q_н}, \qquad (1)$$

где работа цикла A численно равна площади цикла:

$$A = \frac{p_0 V_0}{2}. \qquad (2)$$

Теплоту от нагревателя газ получал только в процессе 2-3. Вычислим ее. По первому закону термодинамики

$$Q_н = Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}. \qquad (3)$$

Работу в процессе 2-3 определяем тоже как площадь под графиком

$$A_{23} = \frac{1}{2}(p_0 + 3p_0)\times$$

$$\times\left(V_0 - \frac{V_0}{2}\right) = p_0 V_0, \qquad (4)$$

а изменение внутренней энергии в этом процессе равно

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2}\left(p_3V_3 - p_2V_2\right) =$$

$$= \frac{3}{2}\left(3p_0V_0 - \frac{p_0V_0}{2}\right) = \frac{15}{4}p_0V_0. \quad (5)$$

Таким образом, подставляя (4) и (5) в (3) получаем

$$Q_н = \frac{19}{4}p_0V_0. \quad (6)$$

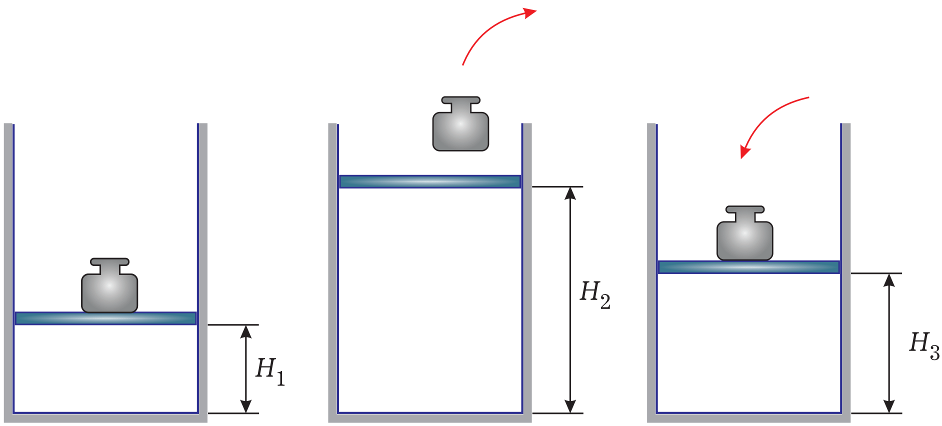
Подставляя (2) и (6) в (1), получаем:

$$\eta = \frac{2}{19}.$$

Ответ: 2/19 или 10,5%.

Задача 9. (МФТИ, 1984)

Внутри откачанной до глубокого вакуума установки находится герметичный теплоизолированный цилиндрический сосуд, заполненный идеальным одноатомным газом. Сосуд закрыт сверху теплонепроницаемым поршнем, на котором стоит гиря. Объем, занимаемый газом, равен при этом V_1. Гирю с поршня снимают. Найдите объем газа V_2 в новом положении равновесия. Затем гирю снова ставят на поршень. Масса поршня и гири одинаковы. Найти объем V_3 в этом положении равновесия.



Решение.

В начальном равновесном состоянии вес поршня и гири уравновешивается силой давления газа, поэтому:

$$p_1 = \frac{2mg}{S}.$$

После снятия гири нагрузка на газ резко уменьшается, равновесие нарушается. Поршень поднимается. Процесс поднятия поршня не является равновесным, т. к. давление газа не одинаково по всему объему. Сразу после снятия нагрузки давление уменьшается в области непосредственно под поршнем, а областях далеких от поршня давление будет уменьшаться через некоторое время, но не сразу. С течением времени давление выровняется по всему объему и установится новое равновесное состояние, в котором давление газа равно:

$$p_2 = \frac{mg}{S}.$$

Так как процесс адиабатный, то первый закон термодинамики имеет вид:

$$\Delta U_{12} = -A_{12}. \qquad (1)$$

Работа газа равна увеличению потенциальной энергии поршня:

$$A_{12} = mg\Delta H = \frac{mg}{S}\left(V_2 - V_1\right). \qquad (2)$$

Изменение внутренней энергии в процессе:

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\left(p_2V_2 - p_1V_1\right) =$$

$$= \frac{3}{2}\frac{mg}{S}\left(V_2 - 2V_1\right). \qquad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получаем после преобразований:

$$V_2 = \frac{8}{5}V_1.$$

Затем гирю снова ставят на поршень – теперь нагрузка на газ резко увеличивается – начинается неравновесный процесс выравнивания давления по всему объему газа. Новое давление будет равно первоначальному:

$$p_3 = p_1 = \frac{2mg}{S}.$$

Процесс снова адиабатный:

$$\Delta U_{23} = -A_{23}. \qquad (4)$$

Работа газа равна уменьшению потенциальной энергии поршня:

$$A_{23} = 2mg\left(H_3 - H_2\right) = \frac{2mg}{S}\left(V_3 - V_2\right). \qquad (5)$$

Изменение внутренней энергии:

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2}\left(p_3V_3 - p_2V_3\right) =$$

$$= \frac{3}{2}\frac{mg}{S}\left(3V_3 - V_2\right). \qquad (6)$$

Из (4), (5), (6) получаем:

$$V_3 = \frac{28}{25}V_1.$$

Ответ: $V_2 = \frac{8}{5}V_1, \quad V_3 = \frac{28}{25}V_1.$

Примечание.

В результате этих процессов давление газа осталось тем же, а объем газа увеличился, следовательно, увеличилась и температура, а также внутренняя энергия газа и потенциальная энергия поршня с гирей. Предлагаем читателю ответить на вопрос: за счет чего изменилась энергия системы?

Задача 10.

Теплоизолированный сосуд объемом V разделен на две части перегородкой. В одной части находится гелий в количестве ν при температуре T_1, а в другой – азот в количестве 3ν при температуре $6/5\ T_1$ и другом давлении. Перегородка прорывается. Известно, что молярная теплоемкость азота при постоянном объеме равна $2{,}5R$.

Какая температура T_2, установится в смеси?

Найти давление P в смеси.

Решение.

Сосуд теплоизолированный, следовательно, процесс смешения газов – адиабатный, при этом никакой работы не совершается. Суммарная внутренняя энергия газов в сосуде сохраняется.

Внутренние энергии газов до прорыва перегородки:

$$U_{He} = \frac{3}{2}\nu RT_1,$$

$$U_{N_2} = C_{N_2} 3\nu T_1 = \frac{5}{2} 3\nu R \frac{6}{5} T_1.$$

После прорыва перегородки температура газов становится одинаковой и их внутренние энергии становятся равными соответственно:

$$U'_{He} = \frac{3}{2}\nu RT_2,$$

$$U_{N_2} = \frac{5}{2} 3\nu RT_2.$$

Так как суммарная внутренняя энергия неизменна, то:

$$\frac{3}{2}\nu RT_1 + \frac{5}{2}3\nu R\frac{6}{5}T_1 = \frac{3}{2}\nu RT_2 + \frac{5}{2}3\nu RT_2,$$

откуда

$$T_2 = \frac{7}{6}T_1.$$

Для определения суммарного давления в – сосуде воспользуемся законом Дальтона: давление смеси равно сумме парциальных давлений компонент смеси:

$$p = p_{He} + p_{N_2}.$$

Парциальные давления найдем из уравнений состояния для каждого газа

$$p_{He} = \frac{\nu RT_2}{V}, \quad p_{N_2} = \frac{3\nu RT_2}{V}.$$

Из трех последних выражений получаем:

$$p = \frac{14}{3}\frac{\nu RT}{V}.$$

Литература

[1] Киркинский А.И. «О модели идеального газа в молекулярно-кинетической теории». Потенциал, №4, 2011.

[2] Базаров И.П. «Термодинамика». Москва, Высшая школа, 1991.

НОВОСТИ

По информации Минпросвещения, пять старшеклассников из РФ стали победителями Международной олимпиады школьников по физике **IPhO 2022**, на которой было 400 лучших школьников со всего мира. Российские участники становятся победителями этой олимпиады уже третий год подряд.

Победителями олимпиады по физике IPhO 2022 стали:

Вадим Ерин (Московская область, Физтех-лицей им. П. Л. Капицы);

Максим Пермяков (Мордовия, Республиканский лицей для одаренных детей);

Даниил Рынкевич (Москва, ЦПМ);

Олег Калашников (Московская область, Физтех-лицей им П. Л. Капицы);

Илья Гладышев (Москва, лицей «Вторая школа»).

Руководителем сборной от РФ был Артем Воронов, проректор по учебной работе МФТИ.