

Корнеев Валерий Трофимович

Почётный работник высшего профессионального образования Российской Федерации.

Директор центра довузовской подготовки

БГТУ им. В.Г. Шухова,

старший преподаватель кафедры физики.



Сила и мощь Архимеда

Причудливо соединив в заголовке устоявшийся физический термин и восхищенную оценку ума великого Архимеда, автор, может быть, и нарушил законы семантики. Но какой-то потаенный смысл от этого всплывает сам собой: интеллектуальная мощь Архимеда настолько велика, что только спустя века мы все полнее и полнее разбирались в его открытиях, идеях. А они оказались настолько сильны, что работают и удивляют своими самыми разнообразными проявлениями.

Танкер на мели?

После первого знакомства с учебником мы привыкаем твердить краткую, почти жаргонную, мантру: на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной жидкости.

Это, конечно, короче, чем «выталкивающая сила равна весу жидкости в объеме погруженного в неё тела» (1).

И хорошо, если мы за сокращением не теряем смысл. Но вот простой вопрос. Судно в шлюзе, изображенное на рис. 1, – нефтеналивной танкер Дорида. Его водоизмещение 7920 т. Осадка 3,7 м. Танкер проходит шлюз № 13 Волго-Донского судоходного (расположен в Волгоградской области, у поселка Пятиморск и Ильевка). Габариты камеры

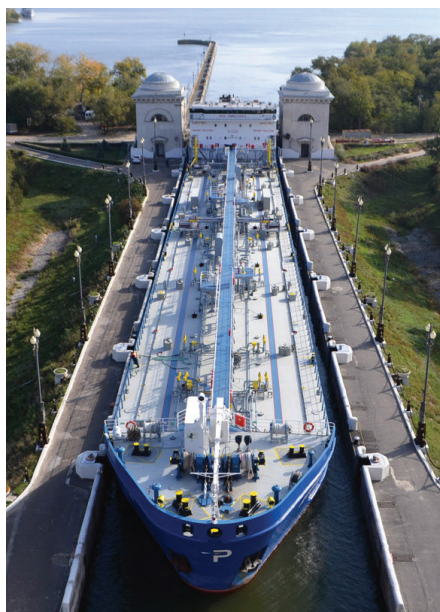


Рис. 1. Судно в шлюзе



шлюза: длина – 145 метров, ширина – 18 метров, глубина – 4 метра. Нетрудно посчитать, что объем воды в камере шлюза 10440 м^3 . И уж совсем поражает сравнение глубины камеры и осадки судна: разница всего 30 см – при длине танкера 141 м!

Невольно задумаешься: как так? Казалось бы, малейшая качка (а как без неё?) – и судно будет задевать дно.

В школе все «кабинетно»: стаканчики, брусочки...

А давайте возьмем эти «школьные» стаканчики и брусочки и попробуем ответить на вопрос: если в цилиндрический стаканчик внутренним диаметром 58 мм налить воды до высоты 10 мм и опустить деревянный кубик с длиной ребра 40 мм, будет ли он плавать? (Рис. 2). Плотность воды 1 г/см^3 , плотность дерева $0,5 \text{ г/см}^3$.



Рис. 2. Стакан с водой и кубик.

Может быть, кто-то поторопился ответить, что, конечно же, кубик «ляжет» на дно стакана? Ведь, чтобы кубик плавал, он должен наполовину погрузиться в воду, а в нашем случае столбик воды меньше, чем длина половины ребра кубика. Но все же, попробуйте тогда рассчитать подробно, что произойдет.

Объем налитой воды $26,4 \text{ см}^3$. Масса воды $26,4 \text{ г}$.

Пусть кубик плавает в стакане, наполовину погрузившись в воду. Масса кубика 32 г.

Более «продвинутый» спорщик скажет: да всей воды не хватит, чтобы удержать кубик, имеющий массу большую, чем масса воды!

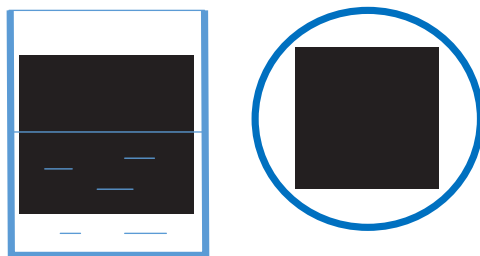


Рис. 3. Деревянный кубик в стакане с водой (вид сбоку и вид сверху).

Но – рассчитаем.

Объем воды, заполняющей пространство с боков кубика, равен

$$\pi r^2 \frac{a}{2} - \frac{a^3}{2} \approx 18,4 \text{ см}^3.$$

Следовательно, под кубиком остается еще объем воды, равный 8 см^3 . Толщина этого слоя воды около 3 мм. Кубик плавает!

Разность сил давления на кубик снизу и сверху превосходит силу тяжести, действующую на кубик.

Наверное, нашёлся хотя бы один читатель, который оказался единомышленником нашего «спорщика». Остается посоветовать ему вдумываться в формулировки, приведенные в учебниках. Наш стакан лишь ненамного превышал размеры кубика. Судно в шлюзе было на плаву вместе с уровнем «вытесняемой» воды. И ведь это в точности соответствует сказанному в учебнике: на погружённое в воду тело действует выталкивающая сила, эквивалентная весу воды в погружённом объеме тела.

Закон Архимеда

Архимедова сила создаётся гидростатическим давлением, которое зависит не от веса воды, а только от высоты её столба.

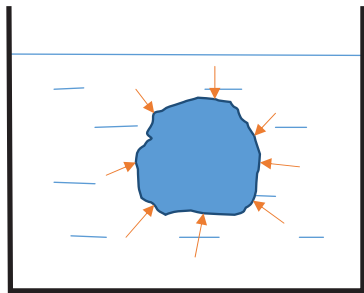


Рис. 4. Архимедова сила является результатом действия сил давления.

Рассмотрим простой случай (это не влияет на результат в более сложном случае): тело, погруженное в жидкость, имеет форму кубика.

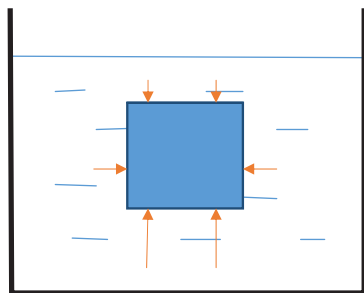


Рис. 5. Сила Архимеда – результат разности сил давления снизу и сверху.

Давление на одинаковой глубине по бокам кубика одинаковое, и сила, действующая на кубик с боков, взаимно компенсируется.

Пусть нижняя грань кубика находится на глубине H . Гидростатическое давление здесь $\rho g H$, сила, действующая на дно кубика, $F_{\text{низ}} = \rho g H a^2$, где a – сторона кубика. Давление на верхнюю грань кубика $\rho g (H - a)$. Сила, действующая на кубик сверху, $F_{\text{верх}} = \rho g (H - a) a^2$.

Разность этих сил, то есть, выталкивающая сила, $F_A = \rho g a^3$. Таким образом, «на погружённое в воду тело действует выталкивающая сила, эквивалентная весу воды в погружённом объёме тела».

Ту же силу можно найти путём следующих рассуждений.

Извлечем из сосуда тело и вместо него дольем ту же жидкость, восстановив её прежний уровень. Если мысленно выделить ту часть жидкости, которая замещает извлеченное тело, то на неё действуют те же силы давления, что действовали и на тело. Выделенный объем жидкости находится в равновесии. При этом сумма сил, действующих на выделенный объем жидкости, не только уравнивает силу тяжести, но и имеет равнодействующую, приложенную к центру масс выделенной жидкости.

Что покажут весы?

Вопрос.

Два легких конических сосуда наполнены водой и расположены как показано на рисунке. Массы воды

одинаковы, высоты столба жидкости в обоих сосудах одинаковы. Следовательно, одинаковы и давления жидкости на дно сосудов. Но пло-



щадь дна левого сосуда больше площади дна правого сосуда. Известно, что сила давления равна $F = pS$, здесь p – давление, S – площадь поверхности, на которую оказывается давление.

Каждый сосуд взвешиваем. Будут ли отличаться показания весов?

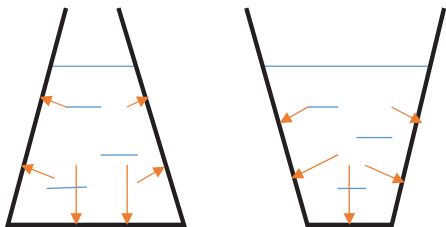


Рис. 6. Конические сосуды с жидкостью.

Ответ. Весы покажут одинаковый результат. Они измеряют силу давления сосуда на чашку весов. Жидкость действует на весь сосуд, включая и его наклонные боковые стенки. В обоих случаях сумма всех элементарных сил, распределенных по поверхности сосуда, равна весу жидкости, а вес жидкости одинаков.

Задача. На напольных весах стоят два цилиндрических сосуда (см. рис. 7).

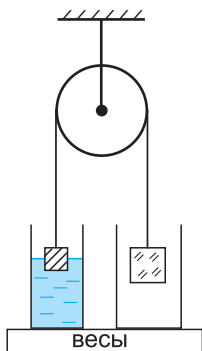


Рис. 7. Взвешивание.

Вначале в одном сосуде находится вода, в которую наполовину погружен брусок массой $M = 150$ г и плотностью $\rho = 3000$ кг/м³, а второй сосуд пуст. Брусок связан с кубиком льда при помощи невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок. Лед висит над пустым сосудом.

На сколько изменятся показания весов в граммах (по сравнению с первоначальными), когда четверть ледяного кубика растает? Плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м³. Вода из сосудов не выливается, трения в оси блока нет.

Решение. На систему, состоящую из двух сосудов, воды, груза, кубика льда, нити и блока, действует сила реакции со стороны весов N и сила натяжения T нити, на которой висит блок, а также силы тяжести на каждый из компонентов системы. Величина суммарной силы тяжести не изменится при таянии льда, поэтому сила, действующая на весы, изменится так же, как и сила натяжения подвеса T . Поскольку блок находится в равновесии и масса его не меняется, изменение силы натяжения подвеса ΔT равно удвоенному изменению силы натяжения $2\Delta T_1$ нити, перекинутой через него.

Изменение натяжения перекинутой нити легко найти по изменению массы подвешенного к ней кубика льда: поскольку растаяла четверть кубика, изменение его веса равно $0,25mg$, где m – масса кубика; этой же величине равно изменение натяжения нити ΔT_1 .

Массу кубика можно найти из начальной конфигурации системы. Вес кубика равен весу груза за вычетом Архимедовой силы, действующей на него:

$$mg = Mg - g\rho_0 \frac{M}{2\rho} = Mg \frac{2\rho - \rho_0}{2\rho}.$$

Таким образом, изменение силы, действующей на весы, равно

$$\Delta N = \Delta T = 2\Delta T_1 = \frac{mg}{2} = Mg \frac{2\rho - \rho_0}{4\rho}.$$

Шкала весов обычно градуируется в единицах массы, поэтому изменение показаний весов

$$\Delta m = \frac{\Delta N}{g} = M \frac{2\rho - \rho_0}{4\rho} = 62,5 \text{ г.}$$

Как Архимед открыл закон Архимеда?

Архимеда (Др. Греция, 287–212 годы до н.э.) и Витрувия (Др. Рим, 80–15 годы до н.э.) разделяют пространства, культуры и время – два века. Но именно от Витрувия дошла легенда о том, как эврика (то есть, нашел) Архимед свой закон.



Рис. 8. Обложка книги Витрувия

(Всесоюзная Академия Архитектуры. Перевод Петровского Ф.А.1936 г.)

Среди последующих изложений легенды столько самостоятельных наслоений, что не имеет смысла еще раз пересказывать отрывок из этой замечательной книги, добавлять еще какие-либо искажения. Поэтому приведу академический перевод исходного текста:

«9. Что же до Архимеда, то из всех его многочисленных и замечательных открытий приводимое мною является, несомненно, доказательством прямо-таки безграничной его изобретательности. А именно, когда Гиерон, достигший царской власти в Сиракузах, после удачного завершения своих предприятий, решил по обету бессмертным богам поместить в одном из храмов золотой венец, он заказал сделать его за определенную плату и отвесил нужное количество золота подрядчику. В назначенный по договору срок тот доставил царю тонко исполненную работу, в точности, видимо, соответствовавшую весу отпущенного на нее золота.

10. После же того как сделан был донос, что часть золота была утаена и при изготовлении венца в него было примешано такое же количество серебра, Гиерон, негодуя на нанесенное ему оскорбление и не находя способа доказать эту покражу, обратился к Архимеду с просьбой взять на себя разрешение этого вопроса. Случилось так, что в то время как Архимед над этим думал, он пошел в баню и, садясь в ванну, заметил, что чем глубже он погружается в нее своим телом, тем больше через край вытекает воды. И как только это указало ему способ разрешения его вопроса, он, немедля, вне себя от радости, выскочил из ванны и голый бросился к себе домой,

громко крича, что нашел то, что искал; ибо на бегу он то и дело восклицал по-гречески: *εὕρηκα, εὕρηκα*.

11. Тогда, исходя из этого открытия, он, говорят, сделал два слитка одинакового веса с венцом — один из золота, другой из серебра. Сделав это, он взял объемистый сосуд, наполнил его до самых краев водой и опустил в него серебряный слиток, при погружении которого вода вытекла в количестве, равном величине слитка. Вынув затем слиток, он долил воды, отмерив ее секстарием, так, чтобы она опять сравнялась с краями, как и раньше. Так он определил, что серебро по весу соответствует известному количеству воды.



Рис. 9. Сосуд объемом в 1 секстарий (0, 544 литра)

12. Прodelав этот опыт, он подобным же образом опустил в наполненный сосуд золотой слиток и, вынув его, нашел посредством прежнего измерения, что воды убавилось не столько же, а меньше, насколько меньше был объем золотого слитка сравнительно с равным ему по весу серебряным. После же этого, вновь наполнив сосуд и опустив в то же количество воды самый венец, он нашел, что воды вытекло больше, чем

при погружении золотого слитка такого же веса; и таким образом, исходя из того, что венец вытеснил больше воды, чем слиток, он показал примесь в золоте серебра и обнаружил покражу подрядчика». (Из книги IX).

Замечу мимоходом: книгу эту надо прочитать! Как техническая энциклопедия, она изначально была не полна, не систематична (возможно, этот труд и не был завершен Витрувием, но и завершенный — он не стал бы исчерпывающим пособием). Но труд Витрувия был чуть ли не первой энциклопедией! Как источник технических знаний — книга, конечно же, устарела. Но она ценна не только как исторический документ и как литературный памятник. Эта книга — будто настоялось с веками букетом мудрости особой выдержки, побуждает к размышлениям.

Из текста видно, что «закон Архимеда» для решения задачи о содержании примесей в короне не потребовался. Единственное, что здесь требовалось — сравнение объемов короны и слитков металлов. Поэтому говорить, что именно с короной связано открытие закона Архимеда — вряд ли правильно. Возможно, в легенде слились яркие, но разрозненные события из жизни Архимеда. Так бывает с памятью: порой она конструирует из реальных случаев совсем «непредсказуемое» прошедшее.

А коллективная память отбирает из всех прошедших эпох яркие образы, пронзительные эмоции. Обычный человек не вспомнит порой, кто с кем воевал, кто за кем правил — но знает, что была «Эврика!», был переход Суворова через Альпы, был «плач Ярославны», была Джоконда...

С Архимедом связано много удивительного, поразительного.

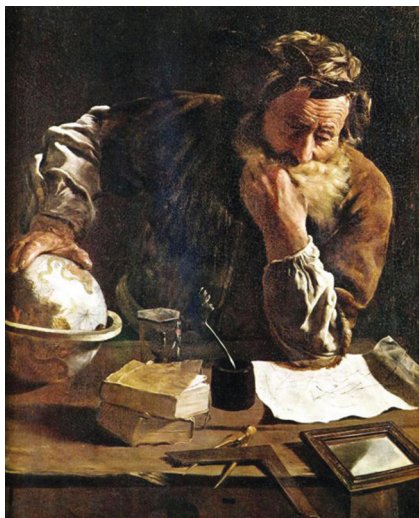


Рис. 10. Архимед

Путешествуя по древним раскопанным или сохранившимся городам-царствам, я удивлялся их крошечности. Знаменитые Танаис или Херсонес, или Хива – оказывались маленькими и было трудно поверить, что в них происходило все то, о чем поведала история.

В таких городах-государствах все люди, по-видимому, были знакомы друг с другом. По меньшей мере, не раз встречаясь на крошечных пространствах этих городов, они знали друг друга в лицо. Они занимались обыденным бытом, хозяйством, войнами, торговлей, и нам сейчас почти невозможно понять, как в этих крошечных очагах цивилизации появлялись целыми группами гении, рождались науки.

Есть какие-то общие закономерности в том, что одновременно существовали пантеон множества богов, а в природе происходило множество разрозненных чудес. А у людей было множество небольших поселений – со своими вождями, со своими укладами.

Отдельные города объединялись в государства, возникали великие правители на земле, появлялись единые боги. А в развитии мысли возникала потребность в поиске единых начал. Торговля требовала эквивалентности обмена, единых мер. Зарождалась идея перехода от разрозненных способов практических действий к поиску общих законов. Мыслители думали о первоначалах.

Были непосредственные практические потребности. В воинственных и торговых Сиракузах было судостроение, был свой флот, и требовалось понять, какие суда надежны, устойчивы в воде, обладают хорошими мореходными качествами. Скорее, из необходимости решить эти задачи, а не из задачи с примесями серебра в короне возник закон, в будущем оформившийся окончательно в известный нам закон Архимеда.

Но были и высшие духовные потребности – понять устройство мира, место человека в мире. И у того же Архимеда в продолжение идей о выталкивающей силе воды возникает совершенно потрясающая мысль о шарообразности Земли.

Внимание! нужно помнить, что такие термины, как, например, сила, плотность, масса – еще не сложились во времена Архимеда. Даже и в наше время автору этих строк довелось переписываться с современным языковедом, переводчиком, хорошим знатоком русского языка и указывать на то, что в книге, написанной этим гуманитарием, неправильно отождествляются понятия вес и масса. (С огорчением могу сказать, что, хотя автор книги во всем со мной согласился, в очередном переиздании книги, ошибки не были исправлены –

уже по не зависящим от автора той книги причинам).

А уж во времена Архимеда и понятий многих не было, Архимеду приходилось создавать язык для выражения того, что он открыл, и обучать человечество этому языку! Его результаты получили современную формулировку и доказательство только в XIX в.



Рис. 11. Развалины Храма Аполлона (Tempio di Apollo) (piazza Pancali) – одной из первых построек в Сиракузах, VI в. до н.э.

<https://maryz.tourister.ru/photoalbum/32369>

Другая загадка науки – её неравномерность развития в пространстве и во времени. Почему наука вдруг бурно начинала процветать в Древней Греции, а потом замирала на века? Почему она вырывалась вперед то на Востоке, то «перекочевывала»

на Запад? Эти вопросы увели бы нас далеко от закона Архимеда, поэтому здесь остается порекомендовать великолепную статью Горелика, совсем недавно опубликованную в газете «Троицкий вариант» (3).

Известны рычаг и винт Архимеда, известно о зеркалах Архимеда – достоверным и легендарным сведениям о нём, кажется, нет числа.

Одно из потрясающих рассуждений Архимеда – о форме Земли. Оно имеет непосредственное отношение к закону Архимеда и вполне уместно привести его в завершение этого краткого рассказа:

«Предположим, что жидкость имеет такую природу, что из её частиц, расположенных на одинаковом уровне и прилежащих друг к другу, менее сдавленные выталкиваются более сдавленными и что каждая из её частиц сдавливается жидкостью, находящейся над ней по отвесу, если только жидкость не заключена в каком-нибудь сосуде и не сдавливается ещё чем-нибудь другим...

Поверхность всякой жидкости, установившейся неподвижно, *будет иметь форму шара, центр которого совпадает с центром Земли...*». (Архимед. О плавающих телах, 4).

Мысль Архимеда мощно прорывается от условий плавания судов к форме планеты Земля – в виде шара!

Литература

1. А.В. Перышкин. Физика. 7 класс
2. Витрувий Десять книг об архитектуре
3. Г. Горелик С чего начинается Физика и что могло удивить Фалеса и Евклида? «Троицкий вариант», 23.02.2021 / № 323 / с. 10–11
4. Голин Г.М., Филонович С.Р. Классики физической науки. – М: Высш. шк., 1989.
5. <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%80%D1%85%D0%B8%D0%BC%D0%B5%D0%B4>
6. <https://maryz.tourister.ru/photoalbum/32369>
7. <https://yandex.ru/images/search>
8. <https://gidvgreece.com/vsyo-o-greczii/eto-interesno/istoriya-goroda-sirakuzyi.html>