

Ворожцов Артём Викторович,
*старший преподаватель кафедры
 высшей математики МФТИ,
 специалист ЗФТШ при МФТИ.*



ИНФОРМАЦИЯ, ЭНТРОПИЯ И ОБОБЩЁННЫЕ ВРУНЫ

Мало в нашем мире осталось того, что нельзя цифровать и зазиповать.

Книги, шедевры живописи, музыка, видео, 3D-объекты, красивые девушки ...

Всю реальность целиком моделируют, цифруют, кодируют, получая на выходе виртуальность.

Трудно поверить, что всё это лишь биты, биты, биты ... неисчислимый поток единичек и нулей.

Мы начинаем раздел «Теория информации и кодирования» с обсуждения «Что такое информация и как её измерять».

Что такое **ИНФОРМАЦИЯ**?

Гриша спрашивает у Пети: «Какой у нас третий урок?» – «Математика» – отвечает Петя. Он передал Грише нужную информацию. А сколько именно информации заключалось в ответе Пети? На этот вопрос может ответить **теория информации**.

Другая важная задача, которую решает теория информации и которая имеет непосредственное отношение к современным проблемам теле- и радиосвязи, такая: «Два человека соединены проводом (радиосвязью). Сколько информации они смогут друг другу передавать в единицу времени, если известны характеристики помех, возникающих в этом проводе (в эфире)?»

Как и в каких единицах измерять информацию станет ясно из такой следующей игры.

Игра «Угадай число».

Ведущий загадывает натуральное число от 1 до 100. Остальные играющие задают ему вопросы, на которые можно ответить либо «да», либо «нет». Нужно угадать число, задав как можно меньше вопросов.

Можно, например, задавать такие вопросы: «Верно ли, что это число 27?», «Загаданное число меньше 50?», «Загаданное число чётное?».

Сколько вопросов требуется для угадывания одного из первых n натуральных чисел? Нетрудно догадаться что для $n = 2$ необходим ровно один вопрос. Для $n = 3$ или 4 два вопроса.

Решим эту задачу для случая $n = 16$. Первый вопрос: «Верно ли, что загаданное число лежит справа от вертикальной палочки?»:

1 2 3 4 5 6 7 8 | 9 10 11 12 13 14 15 16

После ответа на этот вопрос, мы будем знать, в какой половине находится загаданное число. Пусть слева. Тогда второй вопрос: «Верно ли, что загаданное число лежит справа от вертикальной палочки между 4 и 5?» Если загаданное число находится справа от 8, то второй вопрос будет таким: «Верно ли, что загаданное число лежит справа от вертикальной палочки между 12 и 13?»

1 2 3 4 | 5 6 7 8 | 9 10 11 12 | 13 14 15 16

После второго вопроса мы будем знать в какой из четырёх частей лежит загаданное число. Эту часть мы тоже разделим на две половинки, и после третьего вопроса узнаем, в какой из них лежит загаданное число. А после четвёртого вопроса мы будем знать само число. Итак, мы показали, что четырех вопросов достаточно, чтоб угадать загаданное число из 16 возможных. За пять вопросов мы сможем наверняка узнать правильный ответ из 32 возможных:

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32.$$

Вопрос называется **элементарным**, если он подразумевает два возможных ответа, например «Да» или «Нет».

Количество информации определяется минимальным количеством элементарных вопросов, которые нужно задать, чтобы *наверняка* вывести эту информацию. Количество информации измеряется в **битах**.

Чтобы вывести один бит информации, нужно правильно задать элементарный вопрос и получить на него ответ.

Если информация представляет собой один из n возможных равноправных вариантов, то её величина равна логарифму n по основанию 2:

$$I = \log_2 n.$$

В частности, $5 = \log_2 32$. Логарифм может принимать любые значения, в том числе и нецелые. Мы не можем задать полтора вопроса или π вопросов, но тем не менее дробное количество информации имеет смысл. Задав вопрос, допускающий три возможных ответа, мы получим $\log_2 3 \approx 1.5848\dots$ бит информации. Клод Элвуд Шеннон¹, создатель теории информации, определил в 1945 году как следует интерпретировать дробное (любое неотрицательное вещественное) количество информации.

Задача 1. Грише сказали, что следующий урок математика. До этого он знал, что следующий урок либо математика, либо физика, либо рисование, либо география. Сколько бит информации сообщили Грише?

Решение: Количество возможных вариантов следующего урока равно 4.

Ответ: $I = \log_2 4 = 2$.

Задача 2. У Васи есть одна доминошка. Он признался, что у него дубль. Сколько информации он нам сообщил?

Решение: После признания Гриши осталось 7 вариантов. Количество информации, которую он по-прежнему от нас скрывает равно $\log_2(7)$. А до признания он скрывал $\log_2(28)$. Поэтому Гриша сообщил нам $\log_2(28) - \log_2(7) = 2$ бит.

Итого: количество информации $I(a)$, необходимое для описания объекта a равно логарифму по основанию два от количества возможных объектов N :

$$I(a) = \log_2 N. \quad (1)$$

Количество информации о каком-то объекте, которую мы получили в сообщении, равно логарифму от отношения количества возможных вариантов до сообщения на количество возможных после.

Если обозначить сообщение буквой ω , то

$$I(\omega) = \log_2 \left(\frac{N_{\text{до получения } \omega}}{N_{\text{после получения } \omega}} \right).$$

Например, если Гриша нам признался, что оба числа на его доминошке нечётные, то он нам сообщил $\log_2 \frac{28}{6} \approx 2.22$ бит информации.

Значительная часть простых задач теории информации сводится к **комбинаторным задачам**, то есть к вычислению числа объектов с некоторой данной конфигурацией. Другая часть задач связана с вычислением функции ЭНТРОПИИ.

¹ Клод Элвуд Шеннон (Claude Shannon), 1916–2001 – дальний родственник Томаса Эдисона, был сотрудником Bell Laboratories с 1941 до 1972 г. В его работе «Математическая теория коммуникаций» ([scriptsize http://cm.bell-labs.com/cm/ms/what/shannon-day/](http://cm.bell-labs.com/cm/ms/what/shannon-day/)), опубликованной в 1948 г., впервые определялась мера информационного содержания любого сообщения и понятие кванта информации – **бита**. Эти идеи легли в основу теории современной цифровой связи. Другая работа Шеннона «Communication Theory of Secrecy Systems», опубликованная в 1949 г., способствовала превращению криптографии в научную дисциплину.

ЭНТРОПИЯ как мера незнания

Задача 3. Перед нами 5 чёрных ящиков. В каждом из них находится либо чёрный, либо белый шарик. Мера неизвестности (неизвестной информации) равна 5 бит. Нам говорят, что 3 из них белые. Сколько информации нам сообщили? Сколько нам осталось узнать?

Решение: Сначала было 2^5 вариантов и мера неизвестности равнялась $\log_2(2^5) = 5$. Когда нам сказали, что 3 шарика белые, число возможных вариантов стало равно количеству возможных распределений 3 белых и 2 чёрных шариков по 5 ящикам. Их 10 штук (1 – белый, а 0 – чёрный):

(11100), (11010), (11001), (10110), (10101), (10011), (01110), (01101), (01011), (00111).

Это число распределений равно $C_{3,2} = C_5^3 = C_5^2$ и называется также числом сочетаний 3 элементов из 5, или 2 элементов из 5, или биномиальным коэффициентом (2, 3). Это число $C_{3,2} = 10$ получается так: первый нолик можно поместить на любое из 5 мест, второй – на любое из оставшихся 4. Всего получается 20 вариантов. Но среди них каждый вариант повторён дважды – сначала места для ноликов выбраны в одном порядке, потом – в другом. А нам неважно, в каком порядке были выбраны места для ноликов. Поэтому реальных вариантов в два раза меньше – 10 штук.

Ответ: Было неизвестно 5 бит, потом стало неизвестно $\log_2(C_{3,2}) = \log_2(10) \approx 3.32$ бит, значит нам сообщили $5 - \log_2(10) \approx 1.68$ бит информации.

Давайте обобщим эту задачу.

Задача 4. Перед нами сколько-то чёрных ящиков. В каждом из них находится либо чёрный, либо белый шарик. Нам говорят, что 60% из них белые. Сколько информации нам осталось узнать? То есть, чему равна мера нашего незнания? Решите эту задачу, когда число ящиков равно

а) 10; б) 100; в) 1000; г) n .

Решение: По аналогии получаем а) $\log_2(C_{6,4})$, б) $\log_2(C_{60,40})$, в) $\log_2(C_{600,400})$, г) $\log_2(C_{0.6n,0.4n})$.

Надо поподробнее изучить числа C_{m_1, m_2} – это количество способов разместить m_1 единичек и m_2 ноликов по $m_1 + m_2$ местам. Какова общая формула для C_{m_1, m_2} ? Для вычисления удобно пользоваться такой формулой

$$C_{m_1, m_2} = C_{m_1-1, m_2} + C_{m_1, m_2-1}.$$

Докажем эту формулу. Давайте поместим на первое место единичку и разместим в оставшихся позициях $m_1 - 1$ единичку и m_2 нолик. Это можно сделать C_{m_1-1, m_2} способами. Затем поставим на первое место нолик и разместим в оставшихся позициях m_1 единичку и $m_2 - 1$ нолик. Это можно сделать C_{m_1, m_2-1} способами. В итоге мы переберём все возможные размещения m_1 единичек и m_2 нолика. Эта формула позволяет нам просто вычислять C_{m_1, m_2}

0							
1			1				
2			1	1			
3			1	2	1		
4			1	3	3	1	
5	1		4	6	4	1	
6	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	6	1

Это **треугольник Паскаля**. Каждое число в этом треугольнике есть сумма двух над ним стоящих. Чтобы узнать чему равно $C_{2,3}$, нам нужно взглянуть на $2 + 3 = 5$ -ую строчку. На первом месте стоит 1 – это $C_{5,0}$, число способов размещения пяти единичек по пяти местам. Далее $C_{4,1} = 5$, число способов разместить 4 единички и один нолик по пяти местам. Далее следует нужное нам $C_{3,2} = 10$, число способов разместить 3 единички и 2 нулика по 5 местам.

Задача 5. Чему равно $C_{2,4}$? Чему равно $C_{3,4}$?

Задача 6. Чему равно наше незнание, если мы знаем, что 3 бита из 8 бит байта единички, а остальные нули? Байт – это восемь мест, в которых стоят нули и единицы.

Если мы в треугольнике Паскаля дойдём до 11 строчки, то получим $\{1, 11, 55, 165, 330, 462, 462, 330, 165, 55, 11, 1\}$. Эти числа нарисованы в виде гистограммы на рис. 1, а логарифмы этих чисел, делённые на 11, на рис. 2

Утверждение 1. Если нам сообщают, что 600 из неизвестных нам 1000 бит единички, то мера нашего незнания, равная изначально 1000, уменьшается до $\log_2(C_{600, 400})$ или в общем случае, когда $p \cdot n$ (где $0 < p < 1$) из неизвестных нам n бит есть единички, мера нашего незнания, равная изначально n , уменьшается до $\log_2(C_{p \cdot n, (1-p) \cdot n})$. Мера нашего незнания умножается на число меньше 1, которое равно

$$\frac{\log_2(C_{p \cdot n, (1-p) \cdot n})}{n}$$

Давайте рассмотрим это соотношение подробнее. Обозначим его $H_n(p)$. Это число можно интерпретировать как незнание, приходящееся на каждый из n бит. Или так: столько информации нам осталось узнать про каждый бит, после того, как нам сказали, что $p \cdot 100\%$ бит равны 1.

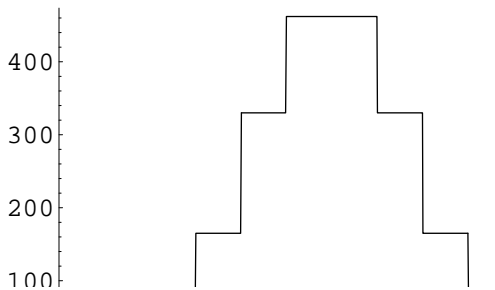
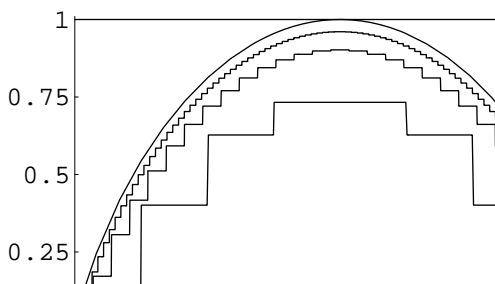


Рис. 1: «График» 11-ой строчки треугольника Паскаля.



Определение. Энтропией случайной величины с вероятностями $\{p, 1-p\}$ называется функция

$$H(p) = -(p \cdot \log_2 p + (1-p) \cdot \log_2 (1-p)).$$

Утверждение 2. Чем больше n , тем более схожи функция $H_n(p)$ и функция энтропии $H(p)$. Выбирая большие n , мы можем сделать их сколь угодно мало отличающимися в каждой точке.

Строгое доказательство этой теоремы использует явную формулу

$$C_{m_1, m_2} = \frac{(m_1 + m_2)!}{m_1! \cdot m_2!}$$

и формулу Стирлинга, суть которой заключена в том, что мы можем $n!$ заменять на $\sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$.

Если в ящиках чёрные, белые и синие шарик, то мера незнания про каждый ящик равна $\log_2 3$. Но когда нам сообщают информацию, что 30% шариков чёрные, 25% — белые, остальные 45% синие, то мера нашего незнания о том, что хранится в каждом ящике, уменьшается с $\log_2 3 \approx 1.585$ до величины $H(\{0.3, 0.25, 0.45\}) = -(0.3 \log_2 0.3 + 0.25 \log_2 0.25 + 0.45 \log_2 0.45) \approx 1.539$

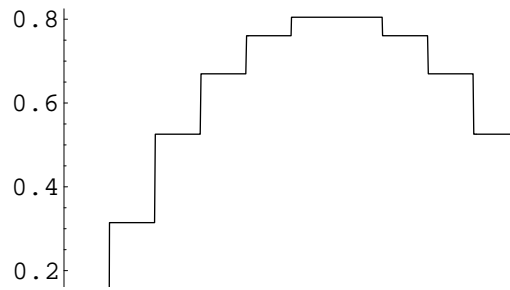


Рис. 2: $H_{11}(p)$ Логарифмы от чисел 11-ой строчки треугольника Паскаля, делённые на 11.

Рис. 3: Функция $H_n(p) = \frac{\log_2(C_{p \cdot n, (1-p) \cdot n})}{n}$ для $n = 7, 28, 91$. Самый верхний график — это график функции $H(p)$.

То есть случайная величина с вероятностями p_1, p_2, p_3 ,

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

имеет энтропию

$$H(\{p_1, p_2, p_3\}) = -(p_1 \cdot \log_2 p_1 + p_2 \cdot \log_2 p_2 + p_3 \cdot \log_2 p_3) = -\sum p_i \cdot \log_2 p_i.$$

Общая формула энтропии случайной величины такая:

$$H = -\sum p_i \cdot \log_2 p_i.$$

Случайная величина – это конвейер, по которому поступают чёрные ящики, мы их открываем и узнаем, что там. Известно процентное содержание различных элементов в этих ящиках.

Энтропия позволяет записать более общую формулу для информативности сообщения.

Если обозначить сообщение как ω , то

$$I(\omega) = H_{\text{после получения } \omega} - H_{\text{до получения } \omega}. \quad (2)$$

Вруны и обобщённые вруны

А что, если человек, который нам отвечает на вопросы, заядлый врунишка? Если он абсолютный врун, то ничего страшного нет.

Например, если он на вопрос «Это ты съел варенье?» отвечает «Нет!» – значит съел. Абсолютный врун – это тот, кто всегда врет. Абсолютные вруны являются прекрасными проводниками информации, надо только все их ответы интерпретировать наоборот!

Конечно, абсолютных врунов не бывает. Чаще встречаются обычные, нормальные вруны, которые врут, скажем, в 40% случаев. С ними гораздо сложнее. Но и у них можно вывести всю правду. Только придется задать больше вопросов. То, сколько бит выведенной информации в среднем приходится на один вопрос, называется пропускной способностью «обобщённого вруна».

Её можно вычислить так: зададим обобщённому 40%-вруну n элементарных вопросов. Мы знаем, что на 40% вопросов он соврал. Информация о том на какие именно из заданных он соврал представляет собой $n \cdot H(0.4)$ бит. Это значит, что если бы он перестал врать, то мы за $n \cdot H(0.4)$ элементарных вопросов узнали бы, где он соврал. Но врун врёт. И пока мы будем у него выяснять, в каких именно вопросах он нам соврал, он нам будет продолжать врать, и всё путать. Лучше рассуждать по-другому. Предположим, что мы смогли составить так n вопро-

сов, что в полученных n ответах содержалась нужная нам перевёрнутая информация размером m бит и еще информация о том, в каких именно из n ответов он врал. То есть

$$m + n \cdot H(0.4) = n \text{ или}$$

$$m = n - n \cdot H(0.4) = n \cdot (1 - H(0.4))$$

и пропускная способность вруна

$$v = \frac{m}{n} = 1 - H(p).$$

Это значит, что если умело задавать вруну вопросы, то за n вопросов можно вывести у него $n \cdot (1 - H(p))$ бит.

Тот же результат можно получить из таких рассуждений: На выходе у вруна ответы «Да» и «Нет». Мера неопределённости равна один бит. Но в этой мере неопределённости часть неопределённости возникает из-за случайности «вранья». Каждый раз врун кидает монетку, чтоб решить – врать или не врать. Мера этой неопределённости равна $H(p)$. Значит, «полезная», не связанная с враньём неопределённость в одном ответе равна $1 - H(p)$.

На рисунке 4 показана геометрическая интерпретация пропускной способности. Длина отрезка AB и есть пропускная способность. Рядом показан случай несимметричного вруна, который в случае правильного ответа «Да» врёт с одной вероятностью α , а в случае ответа «Нет» – с другой вероятностью β .

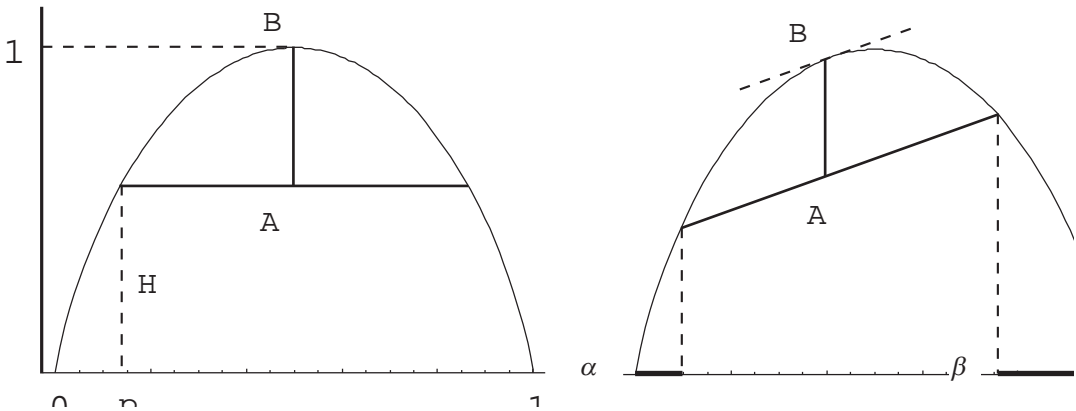


Рис. 4: Пропускная способность равна длине отрезка AB . Слева – **симметричный врун**, справа – **несимметричный врун**. Несимметричность означает, что когда нужно отвечать «Да» врун врёт с одной вероятностью α , а когда «Нет» – с другой вероятностью β . Если врун врёт с вероятностью $1/2$ в обоих случаях, то нам никогда не удастся у него ничего выяснить.

Задачи по теории информации

Задача 7. Коля съел на перемене шоколадку, яблоко и кекс. Сколько элементарных вопросов надо задать, чтоб узнать, в какой последовательности он их съел. Сколько информации от нас скрыто? А если Коля съел 6 различных объектов?

Задача 8. Натуральное число n . Известно, что оно чётное и $5 \leq n \leq 20$. Сколько элементарных вопросов нам нужно задать, чтобы узнать это число?

Задача 9. В книге восемь рассказов, в каждой главе 32 страницы. Вася сказал, что он читает 5-ый рассказ. Сколько информации он нам сообщил? Сколько информации осталось у него выведать, чтобы узнать какую страницу он читает?

Задача 10. Мы сказали продавцу, что хотим купить коньки. Но коньки бывают обычные и роликовые, белого, чёрного, зелёного и фиолетового цвета. Кроме того, есть размеры 38, 39, 42 и 44. Сколько информации вам нужно сообщить продавцу?

Задача 11. Нам сказали, что сумма чисел у доминошки X равно 3. Сколько информации нам сообщили?

Задача 12. Коля выучил стихотворение, в котором 32 слова. Оцените информацию, которую он запомнил. (Считайте, что всего в русском языке 10000 слов). По каким причинам сделанная вами оценка несколько завышена?

Задача 13. «Граждане встречающие! Поезд 26 прибывает на 7-ой путь в 19:35.» Сколько информации содержится в этом сообщении? (Всего на вокзале 8 платформ, ежедневно прибывает и отправляется в путь 120 поездов).

Задача 14. Преступник имеет следующие приметы: молодой человек, яркий брюнет, с заметной родинкой на левой щеке. Сколько информации нам про него известно? Считайте что ярких брюнетов 20%, с родинкой на левой щеке 5%. Здесь «молодой» означает: 17-22 лет с вероятностью 0.25, 23-28 лет с вероятностью 0.5, 29-34 лет с вероятностью 0.25. В то время как общее распределение по возрастам такое: до 17 лет – 0.375, 17-22 лет – 0.125, 23-28 лет – 0.125, 29-34 лет – 0.125, 35 лет и старше – 0.25:

возраст	вероятность выглядеть молодо	доля людей данного возраста
до 17	0	0.375
17-22	0.25	0.125
23-28	0.5	0.125
29-34	0.25	0.125
после 34	0	0.25

Подсказка. Для вычисления информативности сообщения о молодости пользуйтесь формулой 2 на стр. 38.

Задача 14. «У доминошки X числа разные». Сколько информации нам сообщили и сколько ещё осталось узнать, чтоб однозначно определить доминошку? Придумайте элементарные вопросы, которые нужно для этого задать.

Задача 16. Известно, что класс 8 А состоит из 7 отличников, 16 хорошистов, 8 троечников и 4 двоечников. Сколько информации содержится в сообщении:

- а) «Коля хорошист»
- б) «Коля не двоечник»
- в) «Коля учится без троек»
- г) «Коля не отличник»?

Считайте, что Коля – случайный ученик из 8-го А класса.

Задача 17. У Коли в прошлом учебном году было 6 предметов и 4 четверти. Нам сказали, что у него нет двоек и троек. Сколько информации нам сообщили?

Задача 18. Решите предыдущую задачу при условии, что нам сказали, что у Коли ровно половина пятёрок и половина четвёрок в каждой четверти.

Задача 19. У Оли есть карта. Мы знаем, что масть этой карты – крести. Сколько информации нам известно?

Задача 20. Изначально мы знаем, что $3 < \pi < 4$. Сколько дополнительной информации о числе π содержится в записи $\pi = 3.14159265\dots$?

Как играть в Го

Игровое поле в ней представляет собой квадратную решётку 19 на 19 линий. Поединок начинается на пустой доске, и соперники, играя чёрными и белыми фишками, которые в Го называются камнями, по очереди ставят их на пересечения линий, пытаясь окружить территории на доске. В этом смысле Го является игрой-конструированием. Однажды поставленные фишки уже не передвигаются по игровому полю. Подробные правила вы найдете на сайте российской федерации игры Го <http://go.aspec.ru/>. Для начинающих полезны ресурсы <http://www.go.hobby.ru/> и <http://go-spb.da.ru/>.

Го – это ещё и война. Если игроку удаётся окружить группу камней противника, эта группа удаляется с доски. Стремясь захватить территорию, каждый игрок пытается окружить чужие камни, при этом защищая свои собственные. Игра обычно заканчивается соглашением сторон о том, что уже никто не может улучшить свою позицию. Победитель определяется по размеру захваченной территории; учитываются также снятые камни противника. Впрочем, такое объяснение игры поверхностно. Если шахматы представляют собой одно большое сражение, то Го – целая военная кампания. В ней может бушевать несколько битв одновременно, ни одна из которых не является решающей, при том что один-единственный ход может изменить положение на всей доске. Любители Го говорят, что их игра отличается от шахмат, как поэзия от бухгалтерского учёта.

Изобретённая в Китае, наибольшего расцвета Го тем не менее достигла в Японии, куда проникла в первые века нашей эры. 701 год стал великим годом в истории Го на Японских островах: императорским эдиктом игра была признана неазартной и приравнена к упражнениям на музыкальных инструментах. В 1603 году была учреждена Академия Го, а её пре-

зидентом стал выдающийся игрок того времени Хонинбо Санся. Впервые в истории одарённый спортсмен поступил на службу государству в качестве профессионала, получающего жалованье. Что касается самой игры, то Го была признана частью японской культуры, подобно чайной церемонии или оригами.

В скором времени уровень игры в Го стали рассматривать как своеобразный показатель интеллектуального развития человека, что привело к появлению профессиональных игроков и преподавателей. А это, в свою очередь, способствовало дальнейшему развитию и совершенствованию теории игры. В настоящее время в Японии проводится большое количество соревнований по Го, как профессиональных, так и любительских. Федерации и клубы поклонников Го есть во всем мире и, конечно, в крупных городах России, где регулярно проводятся чемпионаты и турниры.

Кстати, Леонард Эйлер, основоположник Петербургской Академии наук, чрезвычайно интересовался этой игрой, и когда почувствовал себя основательно в ней подкованным, решил сыграть с восточными мастерами. Он потерпел целый ряд поражений. Корейцы, китайцы и японцы по-прежнему стабильно поддерживают свой приоритет на международных чемпионатах по Го.



Пример игровой ситуации в игре Го. Суть игры заключается в том, чтобы окружить и «задушить» фишки соперника. Связный кусочек из фишек одного цвета исчезает («задыхается»), если у него нет соседних свободных клеток. Если у связанного кусочка есть внутри две или больше «дырок» («дырка» или «глаз» – это небольшая связанная группа свободных клеток внутри связанного одноцветного кусочка), то он становится «бессмертным». Подробнее о правилах игры Го можно прочитать на <http://go.aspec.ru>.

Сеанс игры в Го через Интернет

Есть замечательная возможность играть в Го через Интернет, а не на настоящей доске. Это чрезвычайно удобно, поскольку заняться этим можно в любое время суток, не выходя из дома, кроме того, у вас будет большой выбор игроков.

На интернет серверах Го бывают игроки как самого высокого уровня, так и новички, и при желании всегда можно найти учителя, который поможет вам в профессиональном росте, или противников, подходящих по уровню. Игра происходит при помощи программ-клиентов. Эти программы создают удобную среду, находясь в которой вы можете общаться и вести игру, не задумываясь о том, благодаря каким технологиям это возможно. Чтоб поставить камень, вы просто щёлкаете мышкой в нужном месте доски.

Решили попробовать? Тогда зарегистрируйтесь на Го-сервере (<http://www.games.yahoo.ru> или <http://igs.joyjoy.net/English/>). После этого вы получаете список игроков, присутствующих на сервере в данный момент.

У игроков указан рейтинг. Вам также присвоят некоторый начальный рейтинг, который будет меняться по мере проведения вами партий. Вы можете выбрать игрока по силе и предложить ему игру. Когда игра начинается, на экране открывается окно с игровой доской. Есть возможность наблюдать за играми других игроков, посылать сообщения и читать комментарии других игроков. Удачи!

Статья написана на основе учебных материалов Физтех-Колледжа (<http://www.phtc.ru>)