

Информатика

Попов Владислав Сергеевич
Учитель информатики
ГБОУ СОШ №139, г. Москва,
аспирант и ассистент
МГТУ им. Н.Э. Баумана.



Программа для определения количества решений системы логических уравнений на языке Pascal

Одной из самых сложных задач второй части ЕГЭ по информатике можно по праву считать задачу на определение количества решений системы логических уравнений – В15. При её решении во время подготовки к экзамену учащиеся зачастую желают проверить правильность своих ответов. В статье приведена система логических уравнений и программа на языке Pascal для получения количества различных решений системы. Существует возможность изменения приведённой программы для получения таблицы истинности системы уравнений.

Получим программно количество решений системы уравнений (1). Решением системы логических уравнений является кортеж – упорядоченное множество значений логических переменных системы, удовлетворяющих всем логическим уравнениям системы. Следует отметить, что в задачах В15 ЕГЭ по информатике, как и в данной статье, уравнения системы связаны конъюнкцией (объединены по «И»). Также математически возможна дизъюнкция (объединение по «ИЛИ») уравнений или неравенств.

$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) = 1, \\ (y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) = 1, \\ x_1 \wedge y_3 = 0. \end{cases} \quad (1)$$



Листинг программы, позволяющей получить количество решений системы (1):

```
var
  x1,x2,x3,y1,y2,y3: boolean;
  kol: byte;
begin
  kol:=0;
  for x1:=false to true do
    for x2:=false to true do
      for x3:=false to true do
        for y1:=false to true do
          for y2:=false to true do
            for y3:=false to true do
              if (((not x1 or x2) and (not x2 or x3)) = true)
                and
                  (((not y1 or y2) and (not y2 or y3)) = true)
                and
                  ((x1 and y3) = false)
              then
                kol:=kol+1;
            writeln('Количество решений = ', kol);
          end.
```

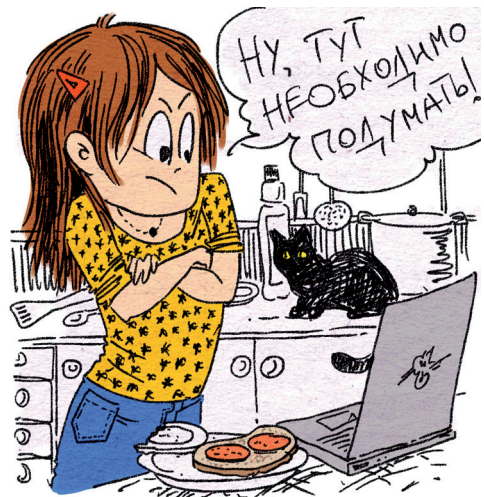
Вывод программы: «Количество решений = 13».

В системе уравнений (1) присутствуют шесть логических переменных – $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$. Эти переменные имеют тип `boolean`. Также определена переменная `kol` целочисленного типа `byte`. Нужно отметить, что уже при восьми логических переменных в системе уравнений, когда количество строк таблицы истинности (или количество различных комбинаций логических переменных) достигает $2^8 = 256$, во избежание переполнения и, как следствие, получения ложного результата, необходимо использовать другой тип, например, `word`, переменные которого могут содержать целочисленные значения от 0 до 65535. Соответственно, при шестнадцати логических переменных в системе необходимо отказаться уже от типа `word`.

В теле программы происходит инициализация (обнуление) переменной `kol`.

Перебор всех возможных комбинаций логических переменных происходит при помощи шести циклов

со счётчиком (циклов `for`), пять из которых являются вложенными. Телом цикла максимальной вложенности является условный оператор.



В условном операторе каждая комбинация значений переменных проходит проверку на соответствие системе логических уравнений, записанных в качестве условия и объединённых конъюнкцией; в случае, если комбинация значений логических переменных является решением системы, то значение перемен-

ной kol увеличивается на единицу. При записи условия условного оператора было учтено следующее тождество (2):

$$x_1 \rightarrow x_2 \equiv \neg x_1 \wedge x_2. \quad (2)$$

Следует обратить внимание на то, что при записи первого и второго уравнений системы (1) допустимо не сравнивать значения выражений

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3),$$

```
if ((not x1 or x2) and (not x2 or x3))  
and  
((not y1 or y2) and (not y2 or y3))  
and  
not(x1 and y3)  
then  
kol:=kol+1;
```

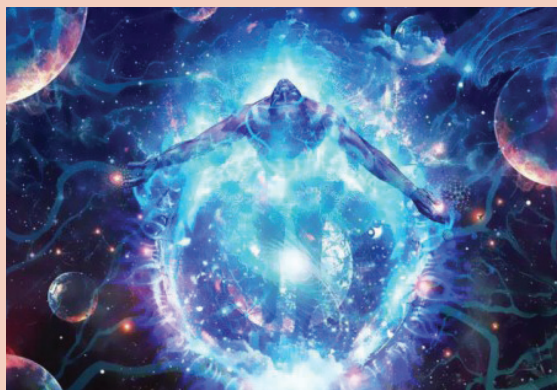
Последним оператором программы является оператор вывода, отображающий информацию о количестве решений системы логических уравнений.

Приведённый подход к программному решению систем логических уравнений позволяет ученикам не только проверять правильность своих ответов при подготовке к ЕГЭ, но также улучшает понимание задачи и развивает навыки программирования и записи логических выражений в стандартном базисе булевых функций.

$(y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3)$ и логическую константу true. Более того, при записи третьего уравнения системы (1) допустимо использовать отрицание выражения $x_1 \wedge y_3$ вместо сравнения с логической константой false. Таким образом, следующая запись условного оператора также будет верной:



Мудрые мысли Мудрые мысли Мудрые мысли



Человек должен верить, что непонятное можно понять, иначе он не сможет размышлять о нём.

В. Гёте

Никогда ещё стремление к познанию истины не было таким сильным, как теперь, и пока оно будет существовать, можно смотреть в будущее с надеждой.

А. Эйнштейн