



Златопольский Дмитрий Михайлович

Кандидат технических наук, доцент кафедры информатики и прикладной математики Московского городского педагогического университета.

Необычные фигуры на шахматной доске

В статье рассматривается ряд задач, связанных с перемещением фигур по шахматной доске.

Обсудим такую задачу.

В левом нижнем углу шахматной доски¹ (см. рис. 1) стоит шахматная фигура, которую назовём «полуко-роль», так как она, в отличие от «настоящего» шахматного короля, ходит только на одно поле строго вправо, или строго вверх, или строго по диагонали вправо-вверх. Сколько существует способов перемещения фигуры на поле, выделенное серым цветом?

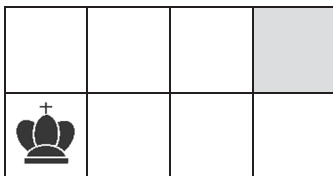


Рис. 1

Эту задачу можно решить, нарисовав «дерево» всех возможных ходов нашей фигуры.

Пронумеруем поля:



Рис. 2

Тогда указанное «дерево» будет иметь вид (числа в кружочках – номера полей), представленный на рис. 3.

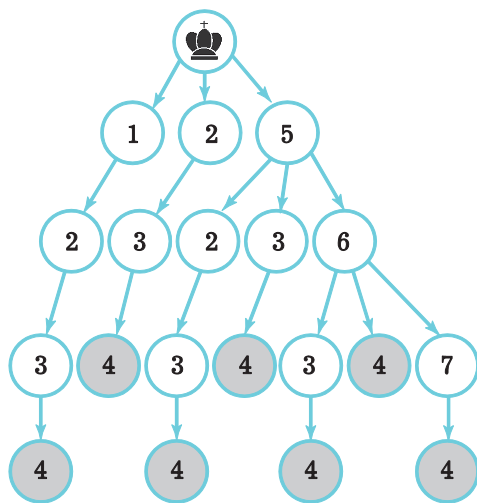


Рис. 3

Видно, что искомое общее число маршрутов достижения серого (номер 4) поля равно 7.

Однако такой способ решения задачи не очень подходит для случаев, когда полей больше.

Имеются более рациональные способы решения задачи, которые можно использовать для любого числа полей. Один из них заключа-

¹ На всех рисунках статьи поля доски чёрного цвета условно не выделены.

ется в анализе маршрутов, так сказать, «с конца»¹.

С полей, выделенных на рис. 4 чёрным цветом, до «цели» полуко- роль может переместиться един- ственным способом. Запишем это на рисунке:

		1	
			1

Рис. 4

С тёмно-серых полей путь также единственный (рис. 5).

1	1	1	
			1

Рис. 5

Обсудим теперь число маршру- тов со светло-серого поля (рис. 6). С него на серое поле можно попасть непосредственно или через чёрные поля. Так как число маршрутов с чёрных полей нам уже известно (оно записано в этих полях), то общее число путей со светло-серого поля до цели равно 1 (непосредственно) + 1 (через верхнее чёрное поле) + 1 (че-

рез нижнее чёрное поле) = 3. Запи- шем результат:

1	1	1	
		3	1

Рис. 6

Продолжая аналогичные рас- суждения и записывая рассчитыва- емые значения, можно получить следующую картину (рис. 7).

1	1	1	
7	5	3	1

Рис. 7

Из рис. 7 видно, что искомое число маршрутов равно 7.

Можно также провести анализ, начиная с полей, соседних с исход- ным полем (рис. 8).

1	3		
	1		

Рис. 8

Задания для самостоятельной работы

1. Нарисуйте граф, моделиру- ющий возможные маршруты фигу- ры, описанной в статье (граф – ко- нечное число точек на плоскости, соединенных отрезками линий). Используйте номера полей, приве- дённые на рис. 2. На графе номера полей, в отличие от рис. 3, повто- ряться не должны.

2. В правом нижнем углу фраг- мента шахматной доски (см. рис. 9) стоит шахматная фигура, которую назовем «полукороль», так как она, в отличие от «настоящего» короля, ходит только на одно поле строго влево, или строго вверх, или строго по диагонали влево-вверх. Сколько существует способов перемещения

¹ На анализе задачи с «конца» основан такой метод нахождения оптимальных решений, как динамическое программирование, разработанный Ричардом Белл- маном в 1940-х годах (см. «Потенциал», 2013, № 11).

фигуры на поле, выделенное серым цветом?

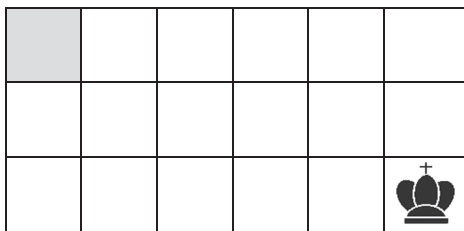


Рис. 9

3. Подготовьте лист электронной таблицы Microsoft Excel или другой подобной программы, с помощью которого можно определить число способов перемещения полукороля со всех полей шахматной доски на левое верхнее поле. Постарайтесь вручную вводить как можно меньше формул (используйте их копирование).

4. В левом нижнем углу шахматной доски (см. рис. 10) стоит шахматная фигура, которую назовём «полуладья», так как она, в отличие от «настоящей» шахматной ладьи, ходит на любое количество клеток строго вправо или строго вверх. Сколько существует способов перемещения фигуры на поле, выделенное серым цветом?

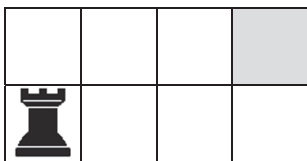


Рис. 10

5. В нижнем ряду фрагмента шахматной доски (см. рис. 11) стоит шахматная фигура, которую назовём «полуслон», так как она, в отличие от «настоящего» шахматного слона, ходит на любое количество клеток по диагонали только влево-вверх или вправо-вверх. Сколько существует способов перемещения фигуры до верхнего ряда данного фрагмента?

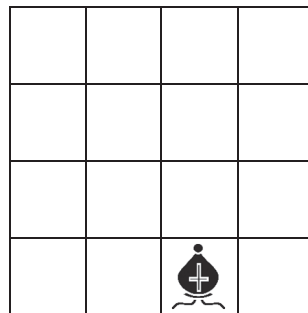


Рис. 11

6. В правом верхнем углу фрагмента шахматной доски (см. рис. 12) стоит шахматная фигура, которую назовём «полуферзь», так как она, в отличие от «настоящего» шахматного ферзя, ходит на любое количество клеток только строго влево, или строго вниз, или строго по диагонали влево и вниз. Сколько существует способов перемещения фигуры на поле, выделенное серым цветом?

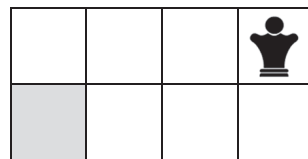


Рис. 12

7. В нижнем ряду фрагмента шахматной доски (см. рис. 13) стоит шахматная фигура, которую назовём «полуконь», так как она ходит как «настоящий» шахматный конь, но только вверх. Сколько существует способов перемещения фигуры на поле, выделенное серым цветом?

8. (Число кратчайших путей) На поле шахматной доски (см. рис. 14) стоит «настоящий» шахматный король, то есть фигура, которая, в отличие от «полукороля» из предыдущих задач, ходит по правилам шахмат. Сколько существует маршрутов перемещения короля на серое поле доски за *наименьшее* число ходов?

9. (Число кратчайших путей) Для каждого поля шахматной доски

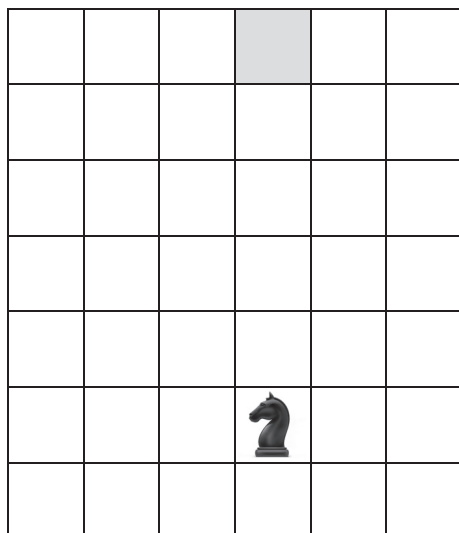


Рис. 13

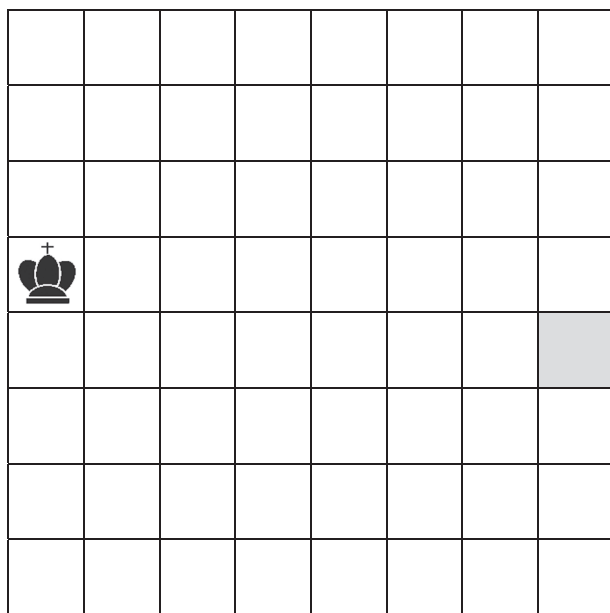


Рис. 14

(см. рис. 15) определите число кратчайших маршрутов перемещения шахматного короля с этого поля на поле, выделенное серым цветом (которое в шахматной нотации обозначается как поле a8). Например, для полей a7, b8 и b7 это число равно 1.

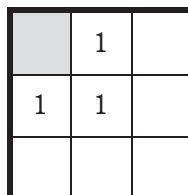


Рис. 15