



Ларина Элла Семёновна

*Учитель информатики высшей категории
МОУ «Лицей №2» г. Волгограда.*

Готовимся к олимпиаде, или Как рассчитать ремонт квартиры. Геометрические задачи

Ну какому же «олимпиаднику»-программисту не знаком класс задач под названием «Геометрия»? Широкий круг этих задач, разнообразны формулировки, а вот знаний в области геометрии для их решения, на удивление, вам потребуется совсем немного...

Наблюдения древних греков за предметами, их окружающими, попытки охарактеризовать эти предметы в пространстве привели к рождению Евклидовой геометрии – система таких наблюдений выстроена в «Началах» Евклида.

Возможно, мотивацией для процесса познания окружающего древних мыслителей мира послужили чисто практические задачи. А может, и нет. Но то, что потомки греков при изучении основ всяких наук (и геометрии в том числе) включали мотивационные рычаги, основанные на решении практических задач, – без всякого сомнения! Наше традиционное российское образование всегда

умело опиралось на объяснение любой сверхсложной темы, базирующейся на примитивных, практических, житейских примерах. Стоит лишь вспомнить «Пифагоровы штаны во все стороны равны»: в старых школьных учебниках теорема Пифагора основывалась на доказательстве равенства суммы площадей квадратов, стоящих на катетах прямоугольного треугольника, площади квадрата, стоящего на гипотенузе этого треугольника (давайте и мы мысленно построим на сторонах треугольника расходящиеся в разные стороны квадраты – возникает силуэт разложенных для сушки мужских штанов, что породило выше озвученное стихотворение).

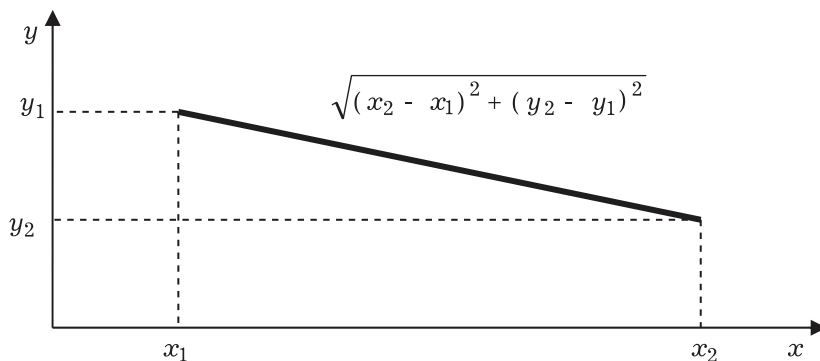
Да, легко было учиться вашим мамам и папам, бабушкам и дедушкам! Крепко стояла на твёрдых ногах российская классическая школа. Любой школьник в формулировке задачи легко угадывал окружающую его действительность – сын оленевода считал поголовье оленьих стад и километры пути до пастбищ, горожане с лёту понимали практический смысл задач на подсчёт количества краски, обоев для ремонта квартир, селяне – дров для отопления деревенских домов и т. д.

Вам, поколению виртуальной реальности, не мешало бы также озаботиться решениями реальных житейских проблем! Ведь мы, учителя, час-

тенько становимся свидетелями комичных ситуаций – на уроках математики вы решаете сверхсложные задачи, а переходя в кабинет технологии, не можете вспомнить таблицу умножения для расчёта количества требуемой для пошива платья ткани!

Итак, «вдохнём жизнь» (практический смысл) в геометрические задачи. И тогда даже те, кому не даётся геометрия (просто потому, что не нравится), смогут понять, насколько она нужна даже в нашей повседневной жизни!

Что ж, приступим. Для начала вопрос: знаете ли вы, как находить длину отрезка, заданного координатами своих концов? Правильно, при помощи теоремы Пифагора!



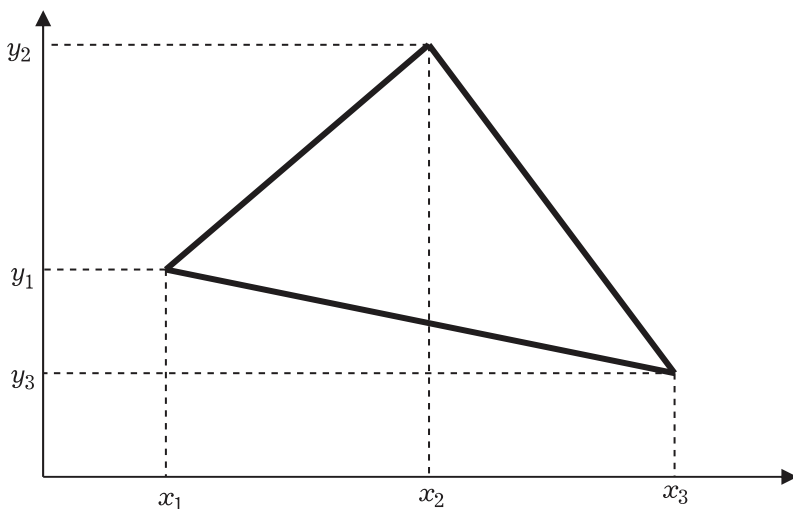
Для справки – арифметическое выражение для вычисления длины отрезка на Паскале:

```
Sqrt=(sqr(x1-x2)+sqr(y1-y2)).
```

Задача 1. Найти площадь треугольника, заданного на плоскости координатами вершин. Необходимо воспользоваться формулой Герона:

$s = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где a, b, c – длины сторон, а p – полупериметр.

Теоретические сведения осталось закрепить. Напишем программу на языке программирования Паскаль для решения задачи: «Найти площадь треугольника, заданного координатами своих вершин».



```
var   x1,x2,x3,y1,y2,y3: integer;
      a,b,c,p: real;
begin
  writeln ('введите пары координат трех точек');
  readln (x1, y1);
  readln (x2, y2);
  readln (x3, y3);
  a:= sqrt (sqr(x1-x2)+sqr(y1-y2));
  b:= sqrt (sqr(x2-x3)+sqr(y2-y3));
  c:= sqrt (sqr(x3-x1)+sqr(y3-y1));
  p:=(a+b+c) / 2;
  writeln ('площадь треугольника:=', sqrt (p*(p-a)*(p-
b)*(p-c)));
end.
```

Вот, собственно говоря, и все базовые знания, которые потребуются вам для решения большого круга геометрических задач!

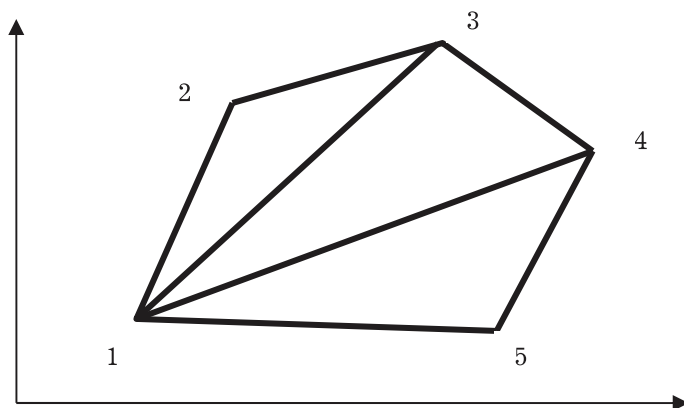
Итак, начнём решать сложные задачи. И не просто сложные, а чисто практические. Допустим, такие, которые помогут нам рассчитать количество краски, требуемое для покраски полов нестандартной комнаты (предположим, комната в проекте дизайнера ограничена координатами угловых точек, расположенных не обязательно в вершинах прямоугольника!).

А для этого нам потребуется узнать площадь поверхности пола комнаты.

Задача 2. Определите площадь выпуклой фигуры, заданной координатами своих вершин (координаты вводятся в соответствии с последовательным обходом вершин).

Задачу можно решить двумя способами.

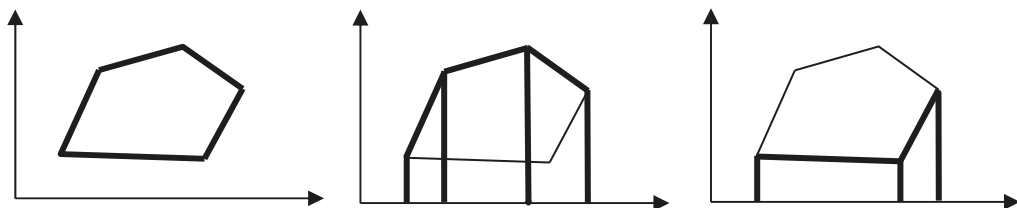
1 способ. Площадь выпуклой фигуры равна сумме площадей треугольников, имеющих общую вершину (это треугольники {1-2-3}, {1-3-4}, {1-4-5}):



```
const nn=10 ;
var   x,y: array [1..nn] of integer;
      i, n: integer;
      a, b, c, s, p: real;
begin
  writeln ('введите количество вершин многоугольника');
  readln (n);
  for i:=1 to n do
    begin
      writeln ('введите пару координат');
      readln (x[i], y[i]);
    end;
  for i:=2 to n-1 do
    begin
      a:= sqrt (sqr(x[1]-x[i])+sqr(y[1]-y[i]));
      b:= sqrt (sqr(x[i]-x[i+1])+sqr(y[i]-y[i+1]));
      c:= sqrt (sqr(x[i+1]-x[1])+sqr(y[i+1]-y[1]));
      p:= (a+b+c)/2
      s:=s+sqrt (p*(p-a) * (p-b) * (p-c))
    end;
  writeln ('площадь фигуры=', s);
end.
```

2 способ.

Второй способ вычисления площади выпуклой фигуры иллюстрирует схема:



Площадь выпуклой фигуры равна сумме площадей трапеций, из которой вычитается сумма площадей других трапеций

Решите задачу этим методом самостоятельно.

Идем далее. Продолжаем разговор о практико-ориентированных житейских задачах.

Допустим, один затейливый дачник решил на своём зелёном газоне установить фонтанчик, с чем и обратился к дизайнеру. Дизайнер попросил дачника воссоздать план дачного участка на листке миллиметровой бумаги и все принципиально важные объекты нанести на план с указанием координат. Что и сделал дачник – указал координаты будущего фонтана и координаты угловых точек фигуры, очерчивающей газон (газон на

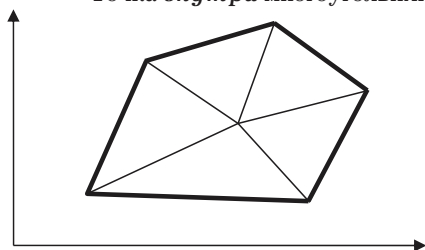
участке в форме многоугольника – только так позволяет организовать лужайку рельеф местности).

Дизайнер, прочитав сообщение по телефону (в нём дачник перечислил координаты объектов), засомневался – правильно ли указаны эти координаты? А может быть была плохая сотовая связь, и дачник хотел установить фонтан за пределами газона? Помогите разобраться!

Задача 3. Определите, находится точка внутри или вне выпуклого многоугольника, заданного координатами своих вершин.

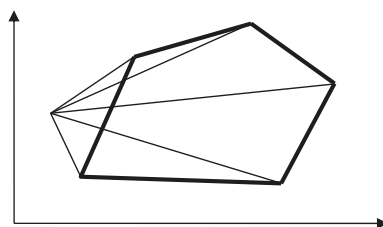
Идею решения задачи иллюстрируют схемы:

Вариант 1:
Точка **внутри** многоугольника



Сумма площадей треугольников, имеющих вершину в этой точке, **равна** площади многоугольника

Вариант 2:
Точка **вне** многоугольника



Сумма площадей треугольников, имеющих вершину в этой точке, **не равна** площади многоугольника

```
const nn=100 ;
var   x,y: array [1..nn] of integer;
      i,xx,yy,n: integer;
      a,b,c, p, s1,s2: real;
begin
  writeln ('введите координаты точки'); readln (xx,yy);
  writeln ('введите количество вершин многоугольника');
  readln (n);
  for i:=1 to n do
    begin
      writeln ('введите координаты вершин'); readln
(x[i], y[i]);
    end;
  x[n+1]:=x[1];
  y[n+1]:=y[1];
  for i:=2 to n-1 do
```

```
begin
a:= sqrt (sqr(x[1]-x[i])+sqr(y[1]-y[i]));
b:= sqrt (sqr(x[i]-x[i+1])+sqr(y[i]-y[i+1]));
c:= sqrt (sqr(x[i+1]-x[1])+sqr(y[i+1]-y[1]));
p:= (a+b+c) / 2;
s1:=s1+sqrt (p*(p-a)*(p-b)*(p-c));
end;
for i:=1 to n do
begin
a:= sqrt (sqr(xx-x[i])+sqr(yy-y[i]));
b:= sqrt (sqr(x[i]-x[i+1])+sqr(y[i]-y[i+1]));
c:= sqrt (sqr(x[i+1]-xx)+sqr(y[i+1]-yy));
p:= (a+b+c) / 2;
s2:=s2+sqrt (p*(p-a)*(p-b)*(p-c));
end;
if round(s1)=round(s2) then writeln ('точка внутри')
else writeln ('точка вне фигуры');
end.
```

Задача решена, идём далее. Жизнь ставит перед нами следующую проблему:

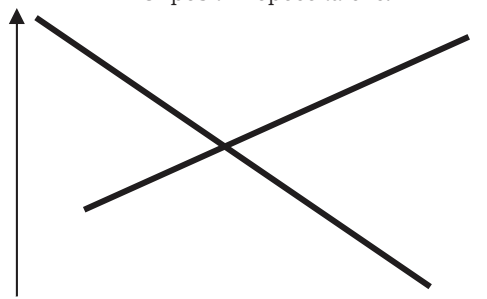
В небольшом сельском поселении необходимо выделить деньги на асфальтирование дорог – уж очень трудно в дождливую погоду добираться детям до школы! Мэр селения предложил заасфальтировать две улицы, координаты начала и конца которых он передал для утверждения директору местной школы. Задача директора – не сэкономить деньги, а обеспечить благоприятный путь до школы максимальному количеству детей (а это будет возможным в том случае, если количество дорог будет большим! Но ведь вы

делены деньги на ремонт только двух дорог? Ответ очевиден – при пересечении дорог количество разнообразных путей увеличится!). Задача мэра нам понятна – сэкономить ☺.

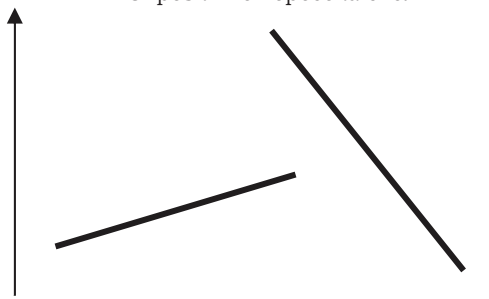
Помогите решить – давать «добро» на асфальтирование именно этих дорог (координаты концов которых предложены мэром) или нет? Критерием для ответа будет характеристика взаимного расположения двух отрезков-дорог (пересекаются они или нет?).

Задача 4. Определите, пересекаются ли два отрезка, заданные на плоскости координатами своих концов. Примеры взаимного расположения отрезков на рисунке:

Вариант 1:
Отрезки пересекаются

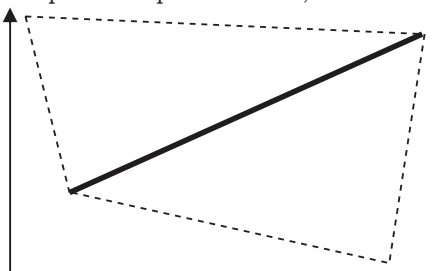


Вариант 2:
Отрезки не пересекаются

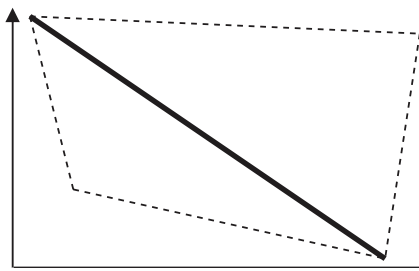


Идею решения задачи иллюстрирует схема:

1. Отрезки пересекаются, если:



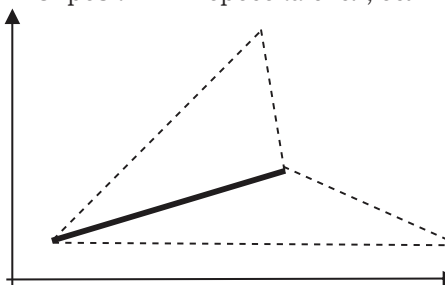
a



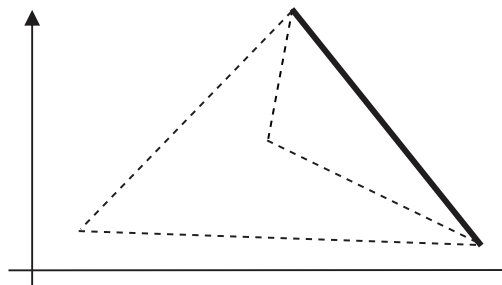
b

Сумма площадей двух треугольников (a) равна сумме площадей двух других треугольников (b)

2. Отрезки НЕ пересекаются, если



a



b

Сумма площадей двух треугольников (a) не равна сумме площадей двух других треугольников (b)

Следует отметить, что данный метод определения пересечения двух отрезков имеет исключение, в случаях:

- если отрезки равной длины и

параллельны;

- если отрезки находятся на одной прямой, но не имеют общих точек.

```
var    x1,x2,y1,y2,xx1,xx2,yy1,yy2: integer;
      p,a,b,c,s1,s2:real;
begin
  writeln ('введите две координаты концов 1 отрезка');
  readln (x1,y1);
  writeln ('введите две координаты концов 1 отрезка');
  readln (x2,y2);
  writeln ('введите две координаты концов 2 отрезка');
  readln (xx1,yy1);
  writeln ('введите две координаты концов 2 отрезка');
  readln (xx2,yy2);
  {====площадь первой фигуры=====}
  a:=sqrt (sqr(xx1-xx2)+sqr(yy1-yy2));
  b:=sqrt (sqr(x1-xx1)+sqr(y1-yy1));
  c:=sqrt (sqr(x1-xx2)+sqr(y1-yy2));
```

```

p:= (a+b+c)/2;
s1:=s1+sqrt (p*(p-a)*(p-b)*(p-c));
{=====}
b:=sqrt (sqr(x2-xx1)+sqr(y2-yy1));
c:=sqrt (sqr(x2-xx2)+sqr(y2-yy2));
p:= (a+b+c)/2;
s1:=s1+sqrt (p*(p-a)*(p-b)*(p-c));
{=====площадь второй фигуры=====}
a:=sqrt (sqr (x1-x2)+ sqr (y1-y2));
b:=sqrt (sqr (x2-xx1)+ sqr (y2-yy1));
c:=sqrt (sqr (x1-xx1)+ sqr (y1-yy1));
p:= (a+b+c)/2;
s2:=s2+sqrt (p*(p-a)*(p-b)*(p-c));
{=====}
b:=sqrt (sqr (x1-xx2)+ sqr (y1-yy2));
c:=sqrt (sqr (x2-xx2)+ sqr (y2-yy2));
p:= (a+b+c)/2;
s2:=s2+sqrt (p*(p-a)*(p-b)*(p-c));
{=====}
writeln (s1,s2);
if round(s1)=round(s2) then writeln ('пересекаются')
else writeln ('не пересекаются');
end.

```

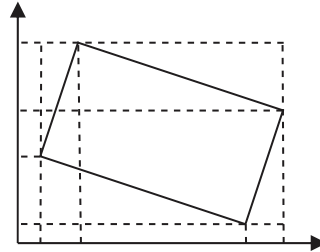
Вот и ещё одна задача решена! Закрепим же изучаемую тему самостоятельным решением предложенных ниже задач. Согласитесь, что как минимум при проведении ремонтных работ в отдельно взятом вашем личном реальном (а не виртуальном) пространстве вам эти знания очень даже пригодятся!

Итак, решаем:

- Треугольная терраса на плане объекта задана координатами своих вершин. Определить – **выполнена ли терраса в форме прямоугольного треугольника** (в прямоугольном угле предполагается поставить угловой диван)?

- На плане загородного участка расположен прямоугольной формы дом. Стороны дома не параллельны сторонам прямоугольного участка. Найти **полезную площадь дома**, заданного координатами своих вершин (на рисунке изображён частный случай). Найти другой метод (кроме разобранным нами ранее метода раз-

биения многоугольника на треугольники) нахождения площади этого дома-прямоугольника.



- С клавиатуры вводятся пары координат n точек на плоскости-плане. Найти длину ломаной линии (ломаная символизирует дорожку в саду), соединяющей эти точки. Начало ломанной – ближайшая к центру координатной плоскости точка, ломаная соединяет все точки кратчайшим способом. Ширина дорожки также вводится с клавиатуры. Рассчитать **площадь дорожного покрытия**.

- Перед глазами дизайнера нет визуального плана дома – только ко-

ординаты его последовательных вершин. Внутренний угол в одной из вершин многоугольника – тупой (этот угол будет заканчиваться башенкой

на крыше). Определите **вершину, на которой будет располагаться башня.**

Успехов вам как в науках, так и в бытовых делах!

Калейдоскоп

Калейдоскоп

Калейдоскоп

Поучительная история

Поэт и бард Александр Галич, сочинявший и исполнявший свои песни с середины прошлого века, одну из них – «Закон природы» – посвятил физическому закону! И не только при ходьбе!

Закон природы

Проходит взвод при свете звёзд,
Дрожит под ним земля,
Выходит взвод на Чёртов мост,
Тра-ля-ля-ля-ля-ля!
Чеканя шаг, при свете звёзд,
На Чёртов мост выходит пост,
И, раскачавшись, рухнул мост –
Тра-ля-ля-ля!
Целый взвод слизнули воды,
Как корова языком,
Потому что у природы
Есть такой закон природы –
Колебательный закон!

Давно в музей отправлен трон,
Не стало короля,
Но существует тот закон,
Тра-ля-ля-ля-ля-ля!
И кто с законом не знаком,
Пусть учит срочно тот закон,
Он очень важен, тот закон,
Тра-ля-ля-ля!
Повторяйте ж на дорогу
Не для кружева-словца,
А поверьте, ей-же-Богу,
Если все шагают в ногу –
Мост об-ру-ши-ва-ет-ся!