

Информатика



Ворожцов Артём Викторович

*Кандидат физико-математических наук,
преподаватель кафедры информатики
Московского физико-технического института (МФТИ),
тренер сборной команды МФТИ по программированию.*

Головоломка «Куб»

Мы расскажем об одной из сложнейших головоломок – змейке, превращающейся в куб. Её не очень сложно сделать самому дома или на уроках труда в школе. Здесь будут даны краткое описание устройства головоломки и ряд интересных нерешённых задач, связанных с ней. Кроме того, мы предлагаем читателям попробовать свои силы в написании программы для компьютера, которая решает эту головоломку.

Первый шаг в конструировании головоломки заключается в получении 27 кубиков из дерева одинакового размера. Предлагается использовать кубики со стороной 2 см. Дерево должно быть плотное, а кубики должны быть ровными и одинаковыми. От этого зависит качество, удобство и прочность головоломки. Потребуются также тиски и станок со сверлом и золотые уверенные руки мастера. Потребуется также прочная и максимально упругая резинка толщиной около 4 мм.

Полученные 27 кубиков следует разделить на две части: 11 + 16.

В 11 кубиках следует просверлить сквозную дырку толщиной 5 мм из центра одной грани в центр другой. 16 других кубиков подготовить сложнее. Их не нужно просверливать насквозь. Необходимо просверлить два углубления из двух соседних граней до центра кубика так, чтобы они встретились и чтобы вашу резинку можно было про-

тянуть через Г-образный туннель внутри кубика. Осталось продеть сквозь все кубики резинку. Обозначим первые 11 кубиков буквой А, а остальные 16 – буквой В. Тогда резинку через них нужно пропускать в такой последовательности: ААБАБАБАББББА-БАБББАББАБББАА. Это будет 27-буквенный шифр нашей головоломки. Осталось завязать с одной стороны резинки узел, сильно натянуть резинку, чтобы она была натянутой и крепко сцепляла кубики в змейку кубиков, крепко прижатых друг к другу гранями. Но прежде чем это делать, давайте временно снимем два крайних кубика и расширим толстым сверлом начала углублений, чтобы в них поместились узелки резинки. После этого снова наденем их на резинку, осуществим её натяжение и завяжем с концов узлы. Кубики удобно при этом положить на плоскость стола, чтобы они образовывали следующий рисунок 1:

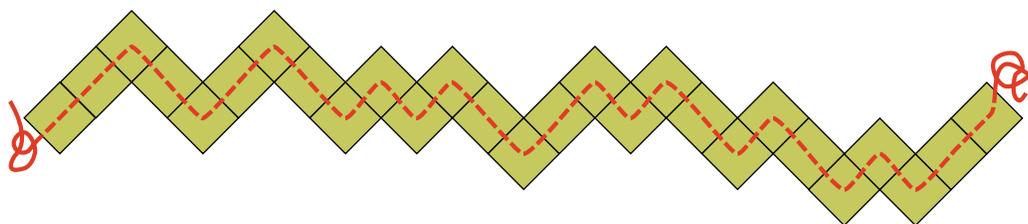


Рис. 1

Пунктирной линией показано, как идёт резинка внутри этих кубиков. Завяжем узелки на концах резинки, обрежем лишнее и зальём углубления, куда поместились узелки, стеклянным клеем.

Всё – головоломка готова. Поработали руками, а теперь самое время поработать головой.

Необходимо из данной змейки получить куб размера $3 \times 3 \times 3$ без пустот и торчащих из него элементов.

Метод, который стоит здесь применять, называется *перебор с возвратом*. Этот метод может использоваться самим человеком для упорядочивания процедуры разгадывания головоломки (хотя, конечно, есть своя прелесть и в многочасовом бессмысленном верчении и кручении этой загогулины без какой-либо стратегии разгадывания). Когда вам надоест безрезультатно вертеть её в руках, нужно поступить следующим образом.

1. Начнём собирать с одного из концов, неважно пока с какого (хотя, говоря по секрету, для одного конца перебор оказывается существенно проще чем, для другого). Дорисуем в уме то, как будет располагаться собираемый куб в пространстве относительно нашего первого звена (то есть, предположим, в каком месте куба находится наше первое звено змейки). Это можно сделать по-разному, а именно, тремя способами. Первое

звено из трёх кубиков может идти по краю одной из граней, по середине одной из граней или соединять середины двух противоположных граней.

2. Прошли первый загиб и подобрались ко второму загибу.

3. Здесь мы можем сделать выбор, куда вести следующий сегмент змейки.

4. Зафиксируем все возможные пути на нашей текущей развилке.

5. Итак, рассмотрим множество путей.

a. Если есть непроверенные пути, то выберем один из них.

b. Если непроверенных путей больше нет, то закончим рассмотрение и вернёмся к предыдущей развилке – последний шаг не может привести к успеху, поэтому мы его отменяем.

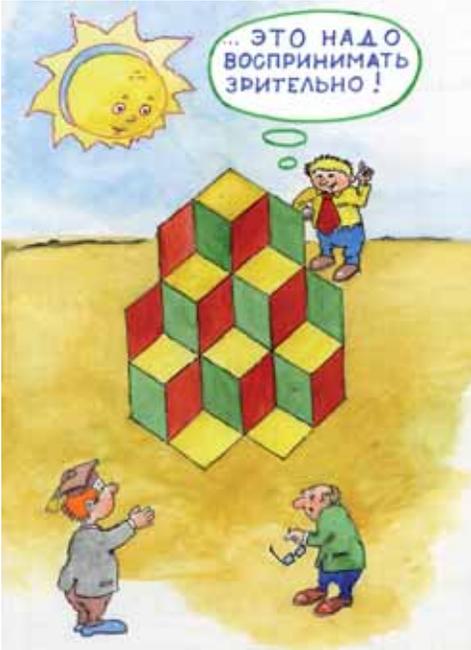
6. Проверяем, можем ли мы вести змейку дальше. Невозможность вести змейку дальше может возникнуть из-за того, что мы вцепились в свой хвост. Кроме того, необходимо прекратить движение, если змейка вылезла за пределы обозначенного в самом начале куба.

a. Если мы можем идти дальше, то повторяем шаги 3,4,5,6 для новой развилки.

b. Если возникла одна из указанных проблем, то возвращаемся к пункту 5.

Данный алгоритм можно реализовать в виде программы на компьютере. При этом шаги 3, 4, 5, 6 обычно оформляются в виде отдельной функции, которая рекурсивно сама себя вызывает. Перебор с возвратом удобно писать, используя *рекурсию*.

Задача 1. Напишите программу, которая получает на вход шифр головоломки – 27 букв А и Б и, по возможности, собирает соответствующую головоломку. Программа должна последовательно выдать координаты 27 кубиков головоломки или слово «Невозможно», если собрать головоломку невозможно. Редакция



ждёт ваших программ, и лучшее решение будет опубликовано в нашем журнале, если оно не будет превосходить 70 не очень длинных строк кода. Рекомендуется использовать краткие динамические языки программирования Python, Ruby, Lua и др.

Задача 2. Найдите как можно больше типов головоломок (27-буквенных шифров), которые собира-

ются в куб. Простейшие змейки, которые заполняют грань за гранью, можно представить в уме. Остальные постарайтесь получить с помощью компьютера, написав специальную программу перебора. Сколько получается в них кубиков типа А и типа Б? Можно ли сделать змейку, собираемую в куб, один конец которой будет располагаться в центре куба?

Задача 3. Для указанного в данной статье шифра и тех, которые вы найдёте в задаче 2, найдите все возможные варианты собирания кубика, которые не могут быть получены применением симметрий или вращений друг из друга. То есть интересны лишь принципиально различные варианты собирания головоломки.

Задача 4. Дан граф. Напишите программу, которая будет находить все пути в этом графе, проходящие через все вершины, но не проходящие по какому-либо ребру дважды.

Задача 5. Дан граф. Его рёбра раскрашены в красный и синий цвета. Напишите программу, которая будет находить все полосатые пути (цвет каждого ребра в полосатых путях отличается от цвета предыдущего) в этом графе, проходящие через все вершины, но не проходящие по какому-либо ребру дважды.

