**Златопольский Дмитрий Михайлович**
*Кандидат технических наук, доцент кафедры информатики и прикладной математики Московского городского педагогического университета.*

# Диофантовы даты

В статье рассматриваются так называемые «диофантовы даты», приводится методика их поиска и описывается соответствующая компьютерная программа.

В компьютере дата часто записывается в формате ДД/ММ/ГГ. Это означает, что любая дата может быть рассмотрена как набор из трёх целых чисел ($d$, $m$, $y$), где $1 \le d \le 31$, $1 \le m \le 12$, $1 \le y \le 99$ (то есть мы принимаем во внимание все года, кроме нулевого, так что даты идут от 01/01/01 до 31/12/99).

Набор трёх целых чисел ($d$, $m$, $y$), определяющий некоторую дату, назовём «диофантовой датой» (ДДт), если $dm + 1$, $my + 1$ и $dy + 1$ являются точными квадратами. Например, 20/06/48 является ДДт, так как:

$$20 \cdot 6 + 1 = 121 = 11^2;$$
$$6 \cdot 48 + 1 = 289 = 17^2;$$
$$20 \cdot 48 + 1 = 961 = 31^2.$$

Давайте получим ответ на следующий вопрос: «Сколько дат из 36159, принадлежащих 99 годам ($365 \cdot 99 + 24$ дня от високосных годов) являются диофантовыми?».

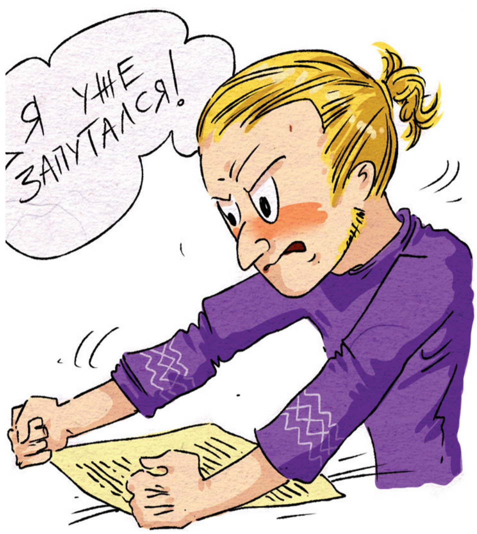
Можно рассуждать так. Чтобы любая тройка ($d$, $m$, $y$) образовала ДДт, сумма $dm + 1$ должна быть точным квадратом. Максимальное значение произведения $d$ и $m$ ($31 \cdot 12$) – это 372. Точные квадраты, которые меньше 372, это 1, 4, 9, 16, ..., 361. Это значит, что произведение чисел $d$ и $m$ должно равняться 3, 8, 15, ..., 360.

Следующий результат может быть доказан. Если

$$dm + 1 = x^2, \ (d, m > 0),$$

то обе тройки:

$$(d, m, d + m + 2x),$$
$$(d, m, d + m - 2x)$$



при $d + m - 2x > 0$ являются диофантовыми датами[1].

Поэтому мы можем получить даты, которые является диофантовыми, по следующей методике.

*Шаг 1.* Выберем один элемент из последовательности 3, 8, 15, ..., 360 и обозначим его $A$.

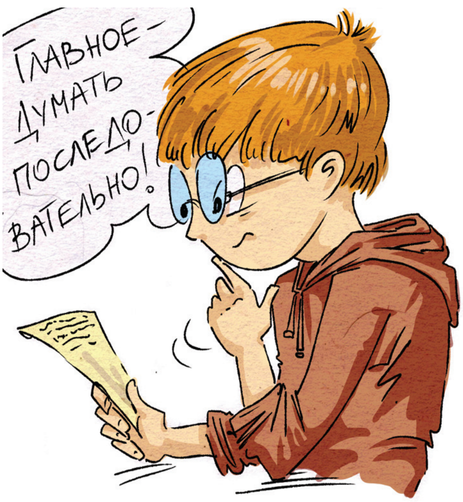
*Шаг 2.* Выберем такую пару делителей $d$ и $m$ числа $A$, чтобы $dm$ равнялось $A$, а $dm + 1$ равнялось $x^2$.

*Шаг 3.* Из значений $d$ и $m$ и с учётом отмеченного чуть выше свойства двух троек чисел можно сформировать следующие четыре тройки:

$$(d, m, d + m + 2x),$$
$$(d, m, d + m - 2x),$$
$$(m, d, d + m + 2x),$$
$$(m, d, d + m - 2x).$$

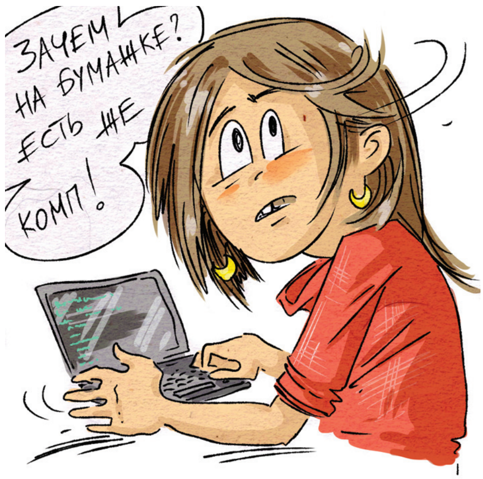
Надо заметить, что не все из этих троек будут являться настоящими датами. Например, при $A = 80$ и его делителях 16 и 5 у нас получаются четыре тройки:

(5, 16, 39); (16, 5, 39);
(16, 5, 3); (5, 16, 3).




Из них первая и четвёртая не являются датами.

Но, конечно, поиск ДДт вручную – дело достаточно трудоёмкое. Целесообразно разработать компьютерную программу, выявляющую все ДДт в каждом веке. Её самый очевидный вариант такой – рассмотреть года $y$ с 1-го до 99-го, для каждого года – месяцы с номером $m$ от 1 до 12 и для каждого месяца – соответствующее число дней $d$ в нём (в январе – 31, в феврале – 28, ..., в ноябре – 30, в декабре – 31). Значения $d$, $m$, $y$, удовлетворяющие указанным условиям, образуют ДДт.




«А високосные года?» – спросите вы. – Ведь надо рассмотреть и их!» Нет, не надо – дата 29 февраля любого года ДДт не является, так как, впрочем, – подумайте...

Итак, программа. Опишем её с использованием школьного алгоритмического языка. Его русский синтаксис делает программу максимально понятной и легко переносимой на любой другой язык программирования.

[1] Например, для первой тройки $(d, m, d + m + 2x)$: $dm + 1 = x^2$ – по допущению, $d(d + m + 2x) + 1$ – точный квадрат, так как $d(d + m + 2x) + 1 = d^2 + dm + 2dx + 1 = d^2 + 2dx + x^2 = (d + x)^2$; для $d(d + m - 2x) + 1$ – аналогично.

В программе, кроме величин $d$, $m$, $y$, применим величину $d\_v\_m$ – количество дней в том или ином месяце. Её значение можно определить так:

```
если m = 2
  то
    d_v_m := 28
  иначе
    если m = 4 или m = 6 или m = 9 или m = 11
      то
        d_v_m := 30
      иначе
        d_v_m := 31
    все
все
```

Прежде чем представлять программу, заметим, что проверку, является ли некоторое число точным квадратом, можно провести, например, так:

```
если корень квадратный из числа равен целой части корня
   то
      число - точный квадрат
все
```

Вся программа имеет вид:

```
алг Диофантовы_даты
нач цел d, m, y, d_v_m
|Для всех годов
нц для y от 1 до 99
  |Для каждого месяца
  нц для m от 1 до 12
    |Определяем число дней в месяце (д_в_м)
    если m = 2
      то
        d_v_m := 28
        … (см. выше)
    все
    |Для каждого дня соответствующего месяца
    нц для d от 1 до d_v_m
      |Проверяем всю дату
      если sqrt(d * m + 1) = int(sqrt(d * m + 1))
           и sqrt(m * y + 1) = int(sqrt(m * y + 1))
           и sqrt(d * y + 1) = int(sqrt(d * y + 1))
        то
          |Встретилась ДДт - выводим ее
          вывод нс, d, "/", m, "/", y
      все
    кц
  кц
кц
кон
```

Приведённая программа обладает определённым недостатком – в ней количество дней в том или ином месяце находится 99 · 12 = 1188 раз. В некоторой степени этот недостаток устраняется, если в первом операторе цикла в качестве его параметра использовать величину *m*:

```
|Для каждого месяца
нц для m от 1 до 12
  |Определяем число дней в месяце (d_v_m)
  если m = 2
    то
      d_v_m := 28
      … (см. выше)
    все
   |Для всех годов
   нц для y от 1 до 99
     |Для каждого дня соответствующего месяца
     нц для d от 1 до d_v_m
       |Проверяем всю дату
       …
     кц
   кц
кц
```

В таком варианте программы количество дней в том или ином месяце определяется только 12 раз. Ещё лучше использовать массив *d_v_m* из 12 элементов и один раз заполнить его в начале программы:

```
d_v_m[1] := 31
d_v_m[2] := 28
…
```

В этом случае заголовок «самого внутреннего» оператора цикла оформляется так:

```
|Для каждого дня соответствующего месяца
нц для d от 1 до d_v_m[m]
…
```

Предлагаем читателям разработать программы и решить следующие задачи.

1. Определить общее количество ДДт за век (кроме нулевых годов).

2. Установить, в каком году (в каких годах) количество ДДт максимальное.

## Мудрые мысли Мудрые мысли Мудрые мысли

То, что мы знаем, – ограничено, а то, чего мы не знаем, – бесконечно.

*П.С. Лаплас*