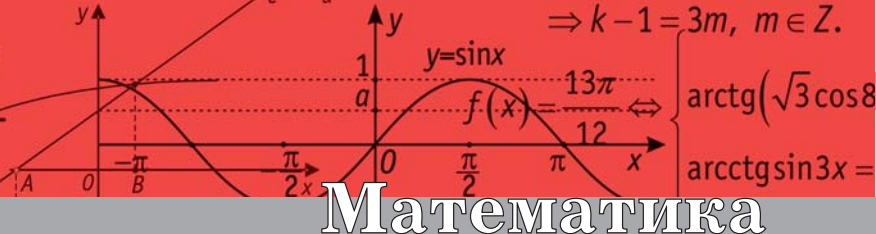


$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$



Дроздов Виктор Борисович

Преподаватель физики Медицинского
университета г. Рязани. Обладатель Почётной
грамоты Министерства просвещения СССР 1979 г.

Посчитаем тангенсы

В статье вычисляются тангенсы острых углов, кратных 9° . Статья адресована всем любителям математики.

Все знают, что $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$. А чему равны тангенсы других острых углов, кратных 9° ? Интересно, что их можно вычислить теоретически и связать между собой.

Начнём с $\operatorname{tg} 18^\circ$. Очевидно, что $3 \cdot 18^\circ = 90^\circ - 2 \cdot 18^\circ$. Пусть $18^\circ = \alpha$, значит $\operatorname{tg} 18^\circ = \operatorname{tg} \alpha = x$. Тогда

$$\operatorname{tg} 3\alpha = \operatorname{tg} (90^\circ - 2\alpha) = \operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} 2\alpha},$$

или

$$\operatorname{tg} 3\alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha = 1. \quad (1)$$

Поскольку

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3\operatorname{tg}^2 \alpha},$$

уравнение (1) легко преобразуется к биквадратному $5x^4 - 10x^2 + 1 = 0$ с положительными корнями

$$\sqrt{\frac{5-2\sqrt{5}}{5}} \quad \text{и} \quad \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}.$$

Так как $\operatorname{tg} 18^\circ < 1$, то

$$\operatorname{tg} 18^\circ = \sqrt{\frac{5-2\sqrt{5}}{5}}.$$

Далее последовательно находим:

$$\operatorname{tg} 72^\circ = \operatorname{ctg} 18^\circ = \frac{1}{\operatorname{tg} 18^\circ} = \sqrt{5+2\sqrt{5}}.$$

$$\operatorname{tg} 36^\circ = \frac{2\operatorname{tg} 18^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 18^\circ} = \sqrt{5-2\sqrt{5}}.$$

$$\operatorname{tg} 54^\circ = \operatorname{ctg} 36^\circ = \frac{1}{\operatorname{tg} 36^\circ} = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}.$$

$$\operatorname{tg} 9^\circ = \operatorname{tg} (45^\circ - 36^\circ) = \frac{1 - \operatorname{tg} 36^\circ}{1 + \operatorname{tg} 36^\circ} =$$

$$= 1 + \sqrt{5} - \sqrt{5+2\sqrt{5}}.$$

$$\operatorname{tg} 81^\circ = \operatorname{ctg} 9^\circ = \frac{1}{\operatorname{tg} 9^\circ} = 1 + \sqrt{5} + \sqrt{5+2\sqrt{5}}.$$

$$\operatorname{tg} 27^\circ = \operatorname{tg} (45^\circ - 18^\circ) =$$

$$= \frac{1 - \operatorname{tg} 18^\circ}{1 + \operatorname{tg} 18^\circ} = \sqrt{5} - 1 - \sqrt{5-2\sqrt{5}}.$$

$$\operatorname{tg} 63^\circ = \operatorname{ctg} 27^\circ = \frac{1}{\operatorname{tg} 27^\circ} =$$

$$= \sqrt{5} - 1 + \sqrt{5 - 2\sqrt{5}}.$$

Рутинные вычисления, связанные с уничтожением иррациональности в знаменателе и внесением множителя под знак корня, предлагается провести читателю в качестве упражнения.

Комбинируя полученные результаты, легко чисто алгебраически по-

лучить, например, такие соотношения:

$$\operatorname{tg} 9^\circ - \operatorname{tg} 27^\circ - \operatorname{tg} 63^\circ + \operatorname{tg} 81^\circ = 4,$$

$$\operatorname{tg}^2 36^\circ \cdot \operatorname{tg}^2 72^\circ = 5,$$

$$\operatorname{tg}^2 18^\circ \cdot \operatorname{tg}^2 54^\circ = \frac{1}{5},$$

$$\operatorname{tg}^2 36^\circ = 5 \operatorname{tg}^2 18^\circ,$$

$$\operatorname{tg}^2 72^\circ = 5 \operatorname{tg}^2 54^\circ,$$

$$\operatorname{tg} 27^\circ + 2 \operatorname{tg} 36^\circ = \operatorname{tg} 63^\circ,$$

$$\operatorname{tg} 81^\circ - \operatorname{tg} 72^\circ - \operatorname{tg} 36^\circ - \operatorname{tg} 27^\circ = 2.$$

Объявление о проведении конкурса молодых учителей физики «Профессиональное мастерство учителя физики» (далее – конкурс)

Конкурс организуется и проводится Фондом развития Физтех-школ (далее – Фонд) с использованием гранта Президента Российской Федерации на развитие гражданского общества, предоставленного Фондом президентских грантов, на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)» (далее – МФТИ).

Принять участие в конкурсе могут педагогические работники (до 40 лет) организаций, осуществляющих образовательную деятельность, участвующие в реализации общеобразовательных программ в области физики, в том числе работающие по совместительству.

Этапы конкурса (информация представлена на сайте: учителя-мастерство.рф):

- ♦ первый этап заочно в режиме онлайн в форме представления до 10 января 2019 г. своего «портфолио» и/или своих методик и разработок по обучению школьников решению экспериментальных задач по физике;
- ♦ второй этап очно в форме семинара с 30 июня по 13 июля 2019 г. на базе МФТИ (141701 Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9).

По итогам первого этапа конкурса не менее 100 участников будут приглашены для очного участия во втором этапе конкурса с возмещением Фондом расходов на проживание, из них не менее 50 участников – также с возмещением Фондом расходов на проезд.

Во втором этапе конкурса могут участвовать не более 2 участников от одного субъекта Российской Федерации.

Контактная информация: телефон +7 915-217-21-00, адрес электронной почты master-teacher2018@mail.ru.