**Вавилов Валерий Васильевич**
*Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова и школы имени А.Н. Колмогорова. Заслуженный преподаватель и лауреат Ломоносовской премии МГУ. Автор 23 книг, более 300 статей научного, методического и научно-популярного характера.*

# Моя любимая задача

В статью включены выдержки из сочинений большинства учеников двух одиннадцатых классов школы имени А.Н. Колмогорова СУНЦ МГУ. Сочинение было предложено написать на одном из уроков математики; тема сочинения была сформулирована вместе с наброском его плана. Что из этого получилось, судить читателю.

*Зудилина Настя*

**1.** Задача, которая мне понравилась, относилась к математической теории игры в бильярд на столе, имеющем форму треугольника с углами $90^\circ$, $60^\circ$, $30^\circ$.

Сама задача состоит в том, чтобы *найти минимальную длину траектории движения шарика, который находится внутри стола, и после удара, отражаясь от бортов, возвращается в исходную точку, причём сохраняя дальнейшее движение в направлении первоначального удара кием.*

Меня эта задача привлекает своей красотой и кажущейся простотой. Кажущейся, потому что её различные варианты и обобщения (как потом выяснилось) дают большой простор для исследований и приводят к задачам, решения которых до настоящего времени не известны.

*Ермолаева Настя*

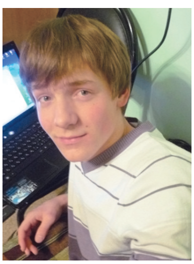
**2.** Меня восхищают *геометрические задачи на плоскости, для решения которых можно выйти в пространство*, после чего всё становится довольно прозрачным.

Одним из таких примеров служит классическая теорема Дезарга, которая утверждает следующее. *Пусть даны три различные прямые, проходящие через одну точку. На каждой из них выбраны две произвольные точки: $A_1$ и $A_2$, $B_1$ и $B_2$, $C_1$ и $C_2$. Тогда точки* $P = (A_1B_1) \cap (A_2B_2)$, $Q = (B_1C_1) \cap (B_2C_2)$, $R = (A_1C_1) \cap (A_2C_2)$ *пересечения пар прямых (при условии, что они существуют) соответствующих сторон треугольников $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ лежат на одной прямой.*

Второй пример относится к геометрическим свойствам кривых, являющихся сечениями конуса плоскостью. Определяющие свойства этих плоских кривых (эллипса, гиперболы и параболы) при помощи рассмотрения двух вписанных в конус сфер, касающихся также и секущей плоскости, становятся почти очевидными.

Казалось бы, обобщая плоскую задачу и выходя в пространство, мы только усложняем ситуацию, но в ряде случаев это не так.

Раз математика – царица наук, то все её подданные – задачи – должны иметь роскошные, царские одеяния и блестящие решения. Но истинная роскошь, я думаю, это не куча всякой ненужной словесной мишуры, а простота и гениальность.



*Мочалин Павел*

**3.** Я считаю интересной следующую задачу, одну из возможных формулировок которой можно представить так: *найти наибольшую площадь ортогональной проекции данного куба на плоскость*. Ответ в этой задаче впечатляет: нужно расположить куб в пространстве так, чтобы его главная диагональ была перпендикулярна той плоскости, на которую куб отбрасывает тень.

Интересным обобщением этой задачи может служить изучение наибольших по площади теней различных пространственных многогранников при параллельном проектировании их на плоскость.

*Масленникова Мария*

**4.** Моё знакомство с задачей состоялось примерно в седьмом классе на занятиях математического кружка, и поначалу задача показалась мне простой. Требовалось *найти натуральные числа $x$ и $y$ такие, что*

$$3^x - 2^y = 1,$$

т. е. нужно было решить это уравнение в натуральных числах.

У этой задачи, как потом оказалась, длинная история. В частности, ещё в далёком 1844 году бельгийский математик Эжен Каталан сформулировал гипотезу о том, что общее уравнение вида

$$x^m - y^n = 1 \ (x,\ y,\ m,\ n > 1)$$

имеет решение в натуральных числах только когда

$$x = 3,\ m = 2,\ y = 2,\ n = 3.$$

Подтвердить правильность этой гипотезы или опровергнуть её долго не мог никто. Но в 2002 году, через 158 лет после появления этой гипотезы, румынский математик Преда Михалеску сумел доказать её справедливость.

Так эта задача вошла в историю всемирной математики и в мою личную историю, оставив и там, и там свой след.

*Мажник Ефим*

**5.** Существует множество задач про замечательные точки треугольника. Многие из них встречаются как в математике, так и в других науках. Я выбрал одну из таких задач; для её решения применяется необычный метод, который показывает, как от решения одной задачи можно переходить к решению других.

Задача ставится так: *найти такую точку в плоскости данного треугольника $ABC$, сумма квадратов расстояний от которой до сторон треугольника минимальна.*

Моё решение состоит в сведении данной задачи к следующей: найти в пространстве минимальное расстояние от начала координат до плоскости

$$ax + by + cz = 2[ABC],$$

где $a$, $b$, $c$, $[ABC]$ – длины сторон и площадь треугольника $ABC$. Найти такое расстояние довольно просто, а заодно ищется и та точка, для которой нужная сумма квадратов расстояний достигает своего минимального значения. Эта точка называется точкой Лемуана. Помимо отмеченного, эта замечательная точка треугольника обладает и многими другими красивыми свойствами.

Эта задача привлекла меня необычностью решения и возможностью продолжать интересные исследования по этой теме.

*Морозов Егор*

**6.** Задачи, в которых нужно за наименьшее количество ходов из множества одинаковых на вид предметов найти несколько отличающихся друг от друга, были известны давно.

Рассмотрим одну такую задачу: *пусть имеется $N$ внешне одинаковых монет, среди которых есть $M$ фальшивых, отличающихся от настоящей монеты своим весом. За какое минимальное число взвешиваний на чашечных весах можно обнаружить все фальшивые монеты?*

Случай $M = 1$ разбирается довольно просто (делением всех монет на две равные части и сравнением их весов). В результате чего получаем ответ $[\log_2 N] + 1$. В случае $M = 2$ возникают трудности. Задача в общем виде решена, и оптимальная стратегия действий строится на алгоритме, в основе которого лежит «ветвистое дерево».

Поиск оптимальной стратегии действий мне всегда нравился. Он позволяет сильно упростить решение многих задач.

*Трофимов Илья*

**7.** Когда я учился в 8-м классе, во время подготовки к олимпиаде я случайно натолкнулся на интересную задачу. Условие её было таково: *дрессировщик и тигр находятся в клетке цилиндрической формы с большим радиусом основания и передвигаются по клетке с одинаковыми скоростями.*

*Есть ли возможность у тигра догнать дрессировщика?*

Изначально задача мне показалась очевидной. Если сопоставить опыт и логику, можно подумать, что у дрессировщика нет шансов выжить. Однако всё не так просто: у дрессировщика имеется стратегия спасения!

Задача поражает непредсказуемым результатом; её стоит решить хотя бы для того, чтобы в будущем не делать поспешных выводов.


*Абдурахманов Илья*

**8.** Меня достаточно сильно впечатлила одна из задач олимпиады «Покори Воробьёвы горы-2013». Стоит отметить, что почти все задачи этой олимпиады оставляют яркое впечатление, так как для их решения требуется владение нестандартным математическим аппаратом, наличие достаточно ярких идей и хорошей интуиции.

Задача, о которой идёт речь, такова: *при каких значениях $a$ уравнение*

$$[x]^2 + 2012x + a = 0$$

*имеет наибольшее число решений?*

Я не уверен в рациональности своего решения, и оно получилось довольно длинным, но мне потребовалось немало смелости (из-за этого задача и запомнилась), так как в ходе решения пришлось работать с четырьмя параметрами. И хотя боязнь сделать ошибку сначала ограничивает свободу действий, довольно скоро понимаешь, что идёшь по верному пути.

Полученный ответ

$$a \in (1010024;1010100]$$

радует решившего задачу своей нетривиальностью.

*Погодаев Илья*

**9.** В силу своей молодости я не могу сказать, что знаю много математических задач, но даже из них я, пожалуй, не смогу выбрать самую красивую или интересную. Хотя мой математический опыт не слишком велик, многие из задач действительно завораживают и надолго оседают в памяти.

Мне нравятся *задачи, при решении которых используются методы из разных разделов математики – в этом есть какое-то особое изящество и магия…* Мне нравится, когда решение уравнений сводится к тому, что ты, вместо проведения огромных алгебраических выкладок, приходишь к решению ясной геометрической задачи. Мне нравится, когда нахождение площадей и объёмов фигур приводит к взятию различных интегралов. В интегралах вообще есть что-то удивительное: смотришь на фигуру и размышляешь, какие маленькие её кусочки нужно суммировать. Мне нравятся геометрические задачи, в которых можно что-то развернуть, добавить какие-то хитрые построения, после чего задача становится прозрачной и легко решаемой.

*Гнедин Павел*

**10.** Задача, которую я хочу представить, является задачей на сообразительность. Она выявляет умение человека видеть, думать нетрадиционно, смотреть на задачу под разными углами. Задача не требует знания формул и вообще каких-либо вычислений, но для её решения нужны воображение и способность по-разному анализировать «варианты». Условие задачи таково: *на листке бумаги из спичек сложена плоская фигура. Необходимо совершить ровно одно действие (переставить спичку, повернуть листок и пр.) так, чтобы данная фигура стала восьмёркой.* Данная задача предлагалась на выпускном экзамене в Оксфордском университете, на неё отводилось 30 секунд. Я за 30 секунд её не решил. Хотя решение состояло в повороте листка на $180^\circ$, так как на нём из спичек было в стилизованном виде выложено английское слово «eigth».

Задача проста, полезна и важна одновременно – она заставляет включить воображение! Мне эта задача нравится потому, что в ней нужно *увидеть* решение, а не «лезть напролом». А это сильно экономит время человека – самое дорогое, что у него есть.

*Белозерова Полина*

**11.** Меня всегда привлекали необыкновенные свойства, красивые соотношения и физические применения различных геометрических фигур. Одной из таких фигур, а точнее – кривых второго порядка – является парабола. Помимо того, что её свойства используются при изготовлении прожекторов и фонарей, их можно использовать и в криптографии.

Эта задача встретилась мне на олимпиаде для школьников, проводимой академией ФСБ в 2012 году. Смысл этой задачи состоял в *расшифровке текста*, который пересылала девочка мальчику в виде вышивки, где каждый вышитый крестик имел свой номер. Крестики с нужной информацией располагаются на графике квадратичной функции

$$y = (x + a)^2 + b,$$

а номера этих крестиков совпадают со значениями этой функции при некоторых значениях $x$. Для расшифровки текста нужно сначала выписать в одну строку в порядке возрастания все номера, несущие информацию. Вместо указанных в сообщении номеров поставить соответствующие им буквы. Само соответствие номеров буквам русского алфавита устроено так, что стоящие в алфавитном порядке буквы последовательно и подряд нумеруются.

Решение этой задачи сводилось к нахождению чисел $a$ и $b$ по данной информации, то есть к поиску уравнения параболы, а затем... требовался компьютер. Без компьютера нужный здесь перебор вариантов довольно утомителен. Но сама идея шифра показалась мне оригинальной и хорошо запомнилась.

*Сагиндыков Тамерлан*

**12.** Мы с детства развиваем своё абстрактное и логическое мышление. Некоторые из нас таким образом ищут своё призвание в жизни. Одни хотят связать свою жизнь с гуманитарными науками, другие – с естественными. Я отношусь ко второй группе. Сейчас я расскажу об одной математической задаче, которая давалась на заключительном этапе американской олимпиады школьников. Состоит она в том, чтобы *найти сторону равностороннего треугольника, если известно, что внутри него есть точка, которая находится на расстояниях 6, 8 и 10 см от его вершин.*

Задача понравилась мне тем, что на первый взгляд кажется – её не так уж трудно решить, но... Решение задачи, которое основано на использовании преобразований вращения на $60^{\circ}$ трёх маленьких треугольников вокруг вершин правильного треугольника, быстро приводит к ответу, и этот приём мне понравился и запомнился. Эту задачу можно обобщить, считая заданными три расстояния от точки до вершин равностороннего треугольника (или расстояния от точки до вершин правильного тетраэдра).

*Лотков Анатолий*

**13.** Я всегда любил решать логические задачи, которые для своего решения не требуют знания каких-либо формул или теорем. Любой неподготовленный человек может пытаться их решать. Единственное, что для этого требуется, так это ум. Всё зависит от твоего интеллекта, и, в свою очередь, их решение сильно тренирует твой ум. Задачу, о которой я хочу рассказать, я нашёл в книге Р. Смаллиана «Принцесса или тигр?». Книга примечательна хотя бы тем, что автор сумел превратить сборник задач в цельное произведение с интересными сюжетом и героями. Моя задача принадлежит к циклу задач, в которых речь идёт *о проверке одинадцати психиатрических лечебниц, где дела обстоят не слишком хорошо*. В каждой из лечебниц единственными обитателями были пациенты и врачи – причём последние составляли весь персонал этих медицинских учреждений. Каждый обитатель лечебницы, будь то пациент или доктор, либо находился в здравом уме, либо был лишён рассудка. Кроме того, нормальные обитатели были абсолютно нормальны и на сто процентов уверены в том, что они говорят, они твёрдо знали, что все истинные утверждения действительно являются истинными, а все ложные – на самом деле ложными. В то же время безумные обитатели лечебниц придерживались совершенно противоположных представлений: все истинные утверждения они считали ложными, а все ложные утверждения – истинными. Наконец, надо полагать, что все обитатели лечебниц во всех случаях остаются честными – они всегда верят в то, что говорят. Требовалось по одному-двум вопросам инспектора пациенту или врачу и ответам на них выяснить, есть ли в ней нормальный человек или ненормальный врач. В книге предложено 11 разных вариантов ответов на вопросы инспектора в каждой из лечебниц.

Сложно изложить на этих страницах ход решения. Я провёл очень много времени, решая эти задачи. Основной проблемой было то, что я просто не мог хранить в памяти всю требуемую информацию. Но какое же это было счастье, когда я их решил! Так что я продолжаю решать логические задачи и надеюсь, что найду и другие, которые так же сильно привлекут моё внимание.

*Казтуганов Даурен*

**14.** Из тех хороших задач, что мне попадались, я не могу привести ту, которая сильно выделялась. Недавно на уроке была предложена, на первый взгляд, *типичная система уравнений*

$$\begin{cases} 3x^2+3xy+y^2=75, \\ y^2+3z^2=48, \\ z^2+zx+x^2=9, \end{cases}$$

*и требовалось найти значение выражения*

$$xy+2yz+3xz.$$

Первые попытки поиска решения к успеху не привели. Но если посмотреть внимательнее на эту задачу, то можно заметить, что все уравнения похожи на скалярный квадрат разности двух векторов. Необходимые вычисления углов и преобразования немедленно приводят к прямоугольному треугольнику, площадь которого пропорциональна нужной величине.

В этой задаче мне понравился метод решения: из алгебраической системы возникает треугольник. Мне всегда нравились решения алгебраических задач с использованием геометрии, когда решение наглядно видно; такие решения всегда очень красивы.

*Каюкова Анастасия*

**15.** В прошлом году на лекции по геометрии нам сформулировали задачу: *какой треугольник, вписанный в данный остроугольный треугольник, имеет минимальный периметр?* Задача, казалось бы, не представляет собой ничего особенного, но решение, которое нам показали, мне очень понравилось.

Суть его состоит в том, что последовательно отражая треугольник относительно каждой из сторон, мы как бы «разворачиваем» границу вписанного треугольника в ломаную линию. И задача становится очевидной, так как ясно, что ломаная наименьшей длины, соединяющая две точки, является отрезком, а в отрезок разворачивается только граница ортоцентрического треугольника. Это решение было предложено немецким математиком Г. Шварцем. Его решение привлекает меня своей «геометричностью» и естественностью. Оно не требует обширных вычислений и выкладок и легко для понимания. Не зря же говорят: «Всё гениальное – просто!».

*Андреева Елена*

**16.** Мне кажется интересной задача с параметром: *найти все значения, которые может принимать сумма $x + a$, если*

$$|2x + 4 - 2a| + |x - 2 + a| \le 3.$$

Чтобы решить задачу, нужно сначала на плоскости *Оха* найти все такие точки, координаты которых удовлетворяют данному неравенству. Оказывается, что это параллелограмм! Именно это и заинтересовало меня: во-первых, мы рассматриваем нашу задачу на плоскости *Оха*, а во-вторых, график нашего неравенства – параллелограмм. Теперь быстро приходим к ответу: все возможные значения искомого выражения составляют отрезок $[-1; 5]$.

*Косарева Мария*

**17.** В современных задачниках, учебниках и научно-популярных книгах полно интересных, увлекательных задач. Каждый человек может найти среди них ту, которая станет для него наиболее важной (интересной, может даже – любимой) из-за привлекательности её условия или же решения.

Лично у меня нет одной конкретной любимой задачи, потому что мне нравятся целые группы интересных логических задач. Наиболее известна группа задач, объединённых названием «Рыцари и лжецы», где речь идёт об острове, куда попадает автор и население которого составляют только рыцари (всегда говорящие правду) и лжецы (всегда говорящие неправду). В задачах моделируется ситуация (чаще автор задаёт вопрос и получает некий ответ), и по полученным данным нужно выяснить, кому был задан вопрос – рыцарю или лжецу.

Приведу пример. *Прогуливаясь по острову, вы встретили двух людей –* ***A*** *и* ***B****. Каждый из них либо рыцарь, либо лжец.* ***A*** *высказывает следующее утверждение: «По крайней мере, один из нас лжец». Кто из этих двух персонажей – рыцарь, а кто – лжец?*

Есть два (известных мне) метода решения подобных задач. Первый: мы разбиваем данное высказывание на простые высказывания, которые обозначаем определённым образом и записываем их в форме логического уравнения, которое и решаем. Второй: мы делаем предположение относительно одного говорящего, и в зависимости от того, как мы его назвали, рассматриваем истинность его высказывания. Таким образом, при решении мы перебираем все возможные варианты: неверные предположения приведут нас к противоречию, а верные – к правильному решению.

Мне больше нравится второй вариант решения. Конечно, он более трудоёмкий и в случае большого числа вариантов мало эффективен, но мне кажется, что в этом есть своя прелесть. Как будто распутывая клубок, мы тянем за ниточку и смотрим, развяжется ли узел или затянется сильнее.

Разумеется, существует не только эта задача на логику. Известны такие головоломки: «Шкатулки Порции», «Алиса в стране Забывчивости», «Из записок инспектора Крэга», «Принцесса или Тигр?» и т. д. Все они сводятся к одному – установить истину по высказываниям персонажей, истинность которых неизвестна. Но каждая из этих выделенных групп имеет свои особенности, несколько отличающие её от других.

Мне кажется, что именно этот тип задач – задачи на логику – наиболее интересен. Он не требует особых познаний в какой-то области или особого умения мыслить. Их может решить совершенно любой человек и получить удовольствие и от самого процесса решения, и от его результата.

*Беликов Павел*

**18.** Из всего курса геометрии 10 класса самой интересной мне показалась *задача о нахождении всех возможных разбиений плоскости на правильные многоугольники (паркетов).* Большинство из этих паркетов не известны обычному человеку, однако украшение комнат (офисов) такими паркетами могло бы пойти на пользу. Этой задачей занимались ещё в древности, во времена Архимеда.

Что касается точной формулировки задачи, то звучит она так: *разбить всю плоскость на правильные многоугольники (без наложений) так, чтобы любые два из них имели или общую сторону, или только одну общую вершину, или вообще не имели общих точек. При этом все «звёзды» (фигуры, образованные сторонами многоугольников, встречающихся в каждом узле) должны быть одинаковыми; точнее говоря, все эти звёзды должны совмещаться композицией параллельного переноса и поворота.*

Многие подумают, что их очень много. Но на самом деле их всего одиннадцать. Причём два из них знакомы каждому: сетки из квадратов и из шестиугольников (соты).

Идея решения в общих чертах заключается в следующем. Предполагая, что в каждом узле паркета встречаются правильные $n_k$-угольники ($k = 1, 2, \ldots$), из сравнения углов получаем уравнение

$$\frac{n_1-2}{n_1}+\frac{n_2-2}{n_2}+\ldots+\frac{n_k-2}{n_k}=2.$$

Решения этого семейства уравнений в натуральных числах ищутся только при $k = 3, 4, 5, 6$ (в противном случае «звезды» не получается). В результате находится 19 различных решений. Некоторые из этих решений действительно образуют паркет, и всего их получается 11. Лично я нашёл это занятие весьма увлекательным.

Стоит отметить, что похожей по идее решения является задача нахождения всех полуправильных многогранников.

Чаплыгин Андрей

**19.** За время обучения я встретил множество интересных задач по математике. Но более всего мне понравилась *задача про мозаики на плоскости*. Здесь имеется в виду полное покрытие плоскости правильными многоугольниками без самопересечений.

Суть задачи состоит в доказательстве того, что имеется только 11 таких мозаик. Мне эта задача понравилась по нескольким причинам. Первая – это сама суть задачи: доказать, что таких мозаик только 11 (не больше и не меньше). Вторая – это её изящное решение, в котором сначала из определения мозаики на плоскости мы записываем основное уравнение, а затем из геометрических соображений разбиваем его на несколько случаев и решаем их по отдельности. Именно это мне так сильно и понравилось – основное уравнение мы полностью не решаем, выделяя только нужные частные случаи. И третье, что я узнал совсем недавно, – у задачи про мозаики на плоскости есть аналоги в пространстве. Так называемая задача о том, что *существует только 5 правильных и 13 выпуклых полуправильных многогранников*. Самое интересное во всём этом, что решение по своей структуре похоже на решение задачи про плоские мозаики. И для написания нужных уравнений используется теорема Эйлера о связи между числом вершин, числом рёбер и числом граней у любого выпуклого многогранника.

Соколов Александр

**20.** За время обучения в СУНЦ МГУ мы изучили много интересных теорем, лемм, задач. Из всего, что было предложено, очень трудно выбрать одну единственную задачу или теорему, потому что многие из них познавательны и интересны. Но наиболее изящной я считаю *теорему Эйлера, которая устанавливает связь между вершинами, гранями и рёбрами выпуклого многогранника*. Формула выглядит следующим образом: В – Р + Г = 2, где В – число вершин, Р – число рёбер, Г – число граней.

Красота задачи кроется не в самой этой формуле. Красота заключается в простоте её абстрактного доказательства. На секунду представить, что многогранник сделан из материала, который подвержен всем топологическим операциям, не каждый сможет. Казалось бы, чтобы установить такую связь между объектами многогранника, нужно иметь много математических навыков. Но в доказательстве французского математика О. Коши ничего, кроме основ математики, в частности, геометрии, знать не требуется. Суть доказательства заключается в «разворачивании» поверхности многогранника (без одной грани) на плоскость и анализе триангуляции этой развёртки. То есть для доказательства теоремы нужно всего лишь «разобрать и собрать» многогранник, что требует абстрактного мышления.

Соболь Григорий

**21.** В жизни перед нами часто встаёт выбор: как поступить дальше, чтобы наш выбор оказался самым выгодным. Проявляться это может, например, при решении задач (при поиске короткого решения) или *при поиске самого быстрого пути*.

Представим ситуацию: *человек стоит на плоскости в точке A, и его цель – попасть в точку B. Плоскость разделена на участки, на каждом из которых человек развивает определённую скорость. Вторая цель человека – добраться до точки B за минимальное время. Считается, что у нас есть карта местности и мы точно знаем скорость движения человека в каждой области.*

Пока я не знаю ни математического, ни динамического решения этой задачи, но долго пытался написать достойный алгоритм перебора для её решения, однако все они работают невероятно долго даже для мощных компьютеров, да и участки были квадратиками.

Галицкий Игорь

**22.** Недавно на семинаре по математическому анализу нам была предложена такая задача: *найти объём тела, отсекаемого от конуса заданной плоскостью.*

Задача решается легко, если сообразить, что её решение сводится к вычислению площадей прямоугольных треугольников и последующего интегрирования. Мне понравилась эта задача потому, что мне всегда было интересно узнать, как вычисляются объё- мы достаточно сложных фигур. А с помощью интегрирования, оказывается, это можно сделать *очень* просто.

Мисяков Александр

**23.** Однажды на занятии по геометрии мы изучали построение сечений многогранников. Задач было много, все разнообразные. Некоторые делались за секунду, а над другими приходилось попотеть.

В одной из таких задач нужно было *построить сечение эмблемы нашей школы, которая представляет собой три кубика, каждые два из которых имеют одно общее ребро*. Некоторые были потрясены этой задачей: только что учились сечь тетраэдры и кубы, а тут сразу такое... Но тем не менее, задача есть задача, и нужно её решать. Как говорится в одной из пословиц: «глаза боятся, а руки делают». Я сначала не знал, что и как делать, так как точки секущей плоскости были заданы на поверхности многогранника как-то совсем неудобно. Но взяв себя в руки, построил это сечение и показал учителю. В моём построении сразу было выявлено несколько недочётов, но исправив их и раскрасив чертёж, я был приятно удивлён своим рисунком.

Печеркин Антон

**24.** Мне очень нравится задача, утверждающая, что *в деревянном кубе можно проделать такое отверстие, чтобы через него можно было протащить другой* *деревянный куб таких же размеров.*

На первый взгляд кажется, что это невозможно, но на самом деле оказалось, что можно сделать такое отверстие, через которое «пролезет» куб даже чуть больших размеров, чем данный.

Ответ состоит в том, что отверстие нужно делать вдоль главной диагонали куба и такого размера, чтобы через правильный шестиугольник, который получается в сечении данного куба плоскостью (проходящей через центр куба и перпендикулярной диагонали), проходила грань куба.

Эта задача понравилась мне тем, что при её решении получаются красивые картинки и вычисления. Мы можем взять и попробовать реально сделать такое отверстие в деревянном кубе и убедиться в правильности утверждения задачи; при этом получим очень тонкое своеобразное кольцо.

*Теплякова Наталья*

**25.** Одной из моих любимых тем в геометрии является изучение параболы, а также теоремы о её геометрических свойствах. Впервые с параболой я познакомилась в седьмом классе на уроках алгебры, и каково же было моё удивление, когда в десятом классе на уроках геометрии я снова с ней встретилась.

Моей любимой теоремой о параболе является теорема Архимеда о площади параболического сегмента. Идея доказательства этой теоремы основана на методе исчерпания сегмента с помощью треугольников, основания которых являются хордами параболы, а стороны – касательными к ней.

Меня поражает тот факт, что теорему, которая, на первый взгляд, имеет прямое отношение к математическому анализу, можно доказать геометрически. Ещё более удивительным кажется то, что эта задача была решена древним греком Архимедом.

В одиннадцатом классе на уроке геометрии мы вновь вернулись к изучению параболы и её свойств. На этот раз мы рассматривали параболу как коническое сечение. Стало ясно, что парабола, гипербола и эллипс – весьма близкие родственники, которые имеют много общего.

*Цветкова Ольга*

**26.** По-моему, самые интересные группы задач – это задачи на логику. В таких задачах не обязательно владеть сложным математическим аппаратом, надо уметь размышлять и иметь воображение. Особенно интересными мне показались задачи, связанные с принципом «узких мест».

На олимпиадах очень распространены задачи «посоветуйся с соседями». Например, *20 детей разбили на пары мальчик-девочка так, что в каждой паре мальчик оказался выше девочки. После этого их разбили на пары мальчик-девочка по-другому. Может ли теперь оказаться, что в 9 парах из десяти девочки выше мальчиков?*

Кажется, что задача сложная и её решение займёт много времени, если перебирать все случаи. Однако можно заметить, что если упорядочить все изначальные пары по росту мальчиков и каждому мальчику, кроме первого, поставить в пару девочку из предыдущей пары, то получится 9 пар, в каждой из которых девочка выше мальчика.

Мне нравятся задачи с запутанным условием. Обычно правильное понимание такой задачи – ключ к их быстрому и красивому решению. Но это сделать не так легко, как кажется: понять вопрос задачи, найти «узкое место», догадаться о нетривиальном подходе. Однако, после нахождения красивого решения нельзя не полюбить такие задачи.

## Калейдоскоп Калейдоскоп Калейдоскоп

### «Отправная точка» исследования

Будучи ещё молодым, Николай Иванович Лобачевский читал както лекцию по евклидовой геометрии группе чиновников. Когда речь зашла об аксиоме Евклида, утверждающей непересекаемость параллельных прямых, слушатели никак не могли понять, почему её можно считать абсолютно верной.

Лобачевскому захотелось доказать истинность этой аксиомы. Но, потратив много времени и интеллектуальных сил, он убедился в том, что такого доказательства... не существует! Это и побудило его попробовать построить геометрию без этой аксиомы – такую, в которой любые линии (в том числе параллельные) пересекаются. Ему это удалось: он первым создал неевклидову геометрию, известную с тех пор как геометрия Лобачевского.

### Ко всему научный подход

Будучи с Игорем Евгеньевичем Таммом в гостях, Поль Дирак, видный английский физик-теоретик, просидел весь вечер по обыкновению молча, предо-ставив вести беседу Тамму. Он, как оказалось, слушая разговор, наблюдал при этом за вязанием хозяйки. Прощаясь, Дирак всё же произнёс:

– Кажется, я нашёл конечное число различных методов вязания и могу доказать это.