



Редакция журнала «Потенциал» приглашает читателей принять участие в конкурсе, участники которого должны решить задачи и прислать их решения и ответы в редакцию.

Конкурс проводится один раз в два месяца. Его победители (их имена будут опубликованы) получают призы, среди которых:

- бесплатная годовая подписка на электронную версию журнала «Потенциал» 2021 года;
- бесплатная полугодовая подписка на печатную версию журнала «Потенциал» 2021 года.

В заголовке письма, которое вы пришлёте по электронной почте (адрес: editor@edu-potential.ru), указывайте «Конкурс проверь себя».

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - xy = 6, \\ xy + y^2 = 4. \end{cases}$$

2. Найдите значение выражения

$$\frac{\sin^3 15^\circ + \cos^3 15^\circ}{\sin^3 15^\circ - \cos^3 15^\circ}.$$

3. Решите неравенство

$$x^3 - 6x + 4\sqrt{2} > 0.$$

4. Дана арифметическая прогрессия $a_1, a_2, a_3, \dots$ с положительными членами, $a_1 = 4$, $a_{65} = 196$. Найдите значение суммы

$$S = \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_3} + \sqrt{a_2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{65}} + \sqrt{a_{64}}}.$$

5. На координатной плоскости изобразите множество M , координаты точек которого удовлетворяют системе

$$\begin{cases} (x - |x|)^2 + (y - |y|)^2 \leq 4, \\ 2x + y \leq 3. \end{cases}$$

И найдите площадь множества M .

6. Продолжение медианы AD треугольника ABC пересекает описанную около треугольника окружность в точке K . Найдите длину стороны BC , если $AC = CK = 1$.

7. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCA_1B_1C_1D_1$ с основанием $ABCD$. Найдите угол между скрещивающимися прямыми AC и BD_1 , если $AB = AD = 1$ и $AA_1 = 2$.

8. 11 ребер призмы имеют длину 10 см, а все остальные ребра равны 1 см. Найдите сумму длин всех ребер призмы.

9. Стороны a, b, c треугольника ABC и стороны a_1, b_1, c_1 треугольника $A_1B_1C_1$ удовлетворяют неравенствам $a < a_1, b < b_1, c < c_1$. Может ли быть площадь треугольника ABC больше площади треугольника $A_1B_1C_1$?

(Ответы и решения см. в №5)

Задачи подготовила Т.С. Пиголкина,
доцент МФТИ, заслуженный работник высшей школы.